BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ GIAO THÔNG VẬN TẢI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GIAO THÔNG VẬN TẢI

NGUYỄN VĂN TIẾN

ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG TẤM VỎ FG-CNTRC CÓ TÍNH TỚI CÁC BIỆN PHÁP TĂNG CỨNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2024

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ GIAO THÔNG VẬN TẢI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GIAO THÔNG VẬN TẢI

NGUYỄN VĂN TIẾN

ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG TẤM VỎ FG-CNTRC CÓ TÍNH TỚI CÁC BIỆN PHÁP TĂNG CỨNG

NGÀNH: KỸ THUẬT XÂY DỰNG CÔNG TRÌNH ĐẶC BIỆT

MÃ SỐ: 9580206

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

1. PGS. TS Vũ Hoài Nam

2. TS. Nguyễn Minh Khoa

HÀ NỘI - 2024

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi.

Các số liệu, kết quả nêu trong luận án là trung thực, đáng tin cậy và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tác giả

Nguyễn Văn Tiến

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy hướng dẫn chính là PGS.TS Vũ Hoài Nam và thầy hướng dẫn phụ là TS. Nguyễn Minh Khoa đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ, tạo mọi điều kiện thuận lợi và thường xuyên động viên để tác giả hoàn thành luận án này.

Tác giả xin cảm ơn tập thể các thành viên của nhóm nghiên cứu mạnh Cơ học Vật liệu và Kết cấu tiên tiến - trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải đã giúp đỡ, động viên và hỗ trợ mọi điều kiện cần thiết trong quá trình nghiên cứu của tác giả.

Tác giả trân trọng cảm ơn tập thể các thầy cô giáo bộ môn Kết cấu – Vật liệu, khoa Công trình, phòng Sau Đại học, trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải đã luôn quan tâm, giúp đỡ và tạo mọi điều kiện thuận lợi trong suốt thời gian tác giả học tập và nghiên cứu tại trường.

Tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, các bạn bè thân thiết và đồng nghiệp của tác giả, những người đã luôn ở bên cạnh động viên và giúp đỡ tác giả hoàn thành luận án này.

MỤC LỤC

MỤC LỤC.....iii
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT.....vi
DANH MỤC CÁC BẢNG.....viii
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ.....xi
MỞ ĐẦU.....1
Chương 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU.....6
1.1. Vật liệu Nanocomposite và các ứng dụng trong xây dựng công trình..... 6
1.1.1. Vật liệu Cơ tính biến thiên (FGM) 6
1.1.2. Vật liệu Nanocomposite gia cường CNT cơ tính biến thiên (FG-CNTRC) 7
1.1.3. Ứng dụng vật liệu Nanocomposite trong xây dựng..... 9
1.2. Vật liệu FG-CNTRC, ổn định và sau mất ổn định và các nghiên cứu về ứng xử cơ nhiệt của kết cấu FG-CNTRC 13
1.2.1. Quy luật phân bố và các đặc trưng cơ tính của vật liệu FG-CNTRC 13
1.2.2. Ổn định và sau mất ổn định..... 16
1.2.3. Các nghiên cứu về ứng xử cơ nhiệt của tấm và vỏ FGM và FG-CNTRC..... 18
1.2.3.1. Kết cấu tấm và vỏ FGM 18
1.2.3.2. Kết cấu tấm vỏ FGM có sườn tăng cứng 20
1.2.3.3. Kết cấu tấm và vỏ FG-CNTRC 21
1.2.3.4. Kết cấu Auxetic 24
1.3. Tiềm năng ứng dụng của các kết cấu dạng tấm vỏ FG-CNTRC trong các kết cấu công trình 26
1.4. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế và những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu 28
1.4.1. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế 28
1.4.2. Những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu..... 28
Chương 2. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG VỎ TRỤ FG-CNTRC TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC CHỊU ÁP LỰC NGOÀI HOẶC NÉN DỌC TRỤC TRONG MÔI TRƯỜNG NHIỆT.....30
2.1. Vỏ trụ FG-CNTRC có sườn tăng cứng FG-CNTRC và các phương trình chủ đạo 31

2.2. Điều kiện biên và phương pháp giải 41
2.2.1. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài $(p=0)$ 43
2.2.2. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu nén dọc trục $(q=0)$ 45
2.3. Nghiên cứu so sánh 46
2.4. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài 48
2.5. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu nén dọc trục 55
2.6. Kết luận chương 2 64
Chương 3. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG VỎ TRỤ FG-CNTRC CHỊU XOẮN TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC HOẶC LÕI AUXETIC 67
3.1. Thiết kế vật liệu và kết cấu 68
3.1.1. Thiết kế vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC 68
3.1.2. Thiết kế vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic 68
3.2. Hệ phương trình cân bằng phi tuyến và hàm ứng suất 70
3.3. Dạng nghiệm độ võng và phương pháp Galerkin 72
3.4. Nghiên cứu so sánh 76
3.5. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ tròn FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu xoắn 77
3.6. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC lõi Auxetic chịu xoắn 83
3.7. Kết luận chương 3 88
Chương 4. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA BẢN TRỰC HƯỚNG DẠNG TẤM FG-CNTRC ĐƯỢC TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC CHỊU TẢI TRỌNG KẾT HỢP THEO LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO 91
4.1. Thiết kế của bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC 92

4.2. Xây dựng các phương trình chủ đạo 93
4.3. Điều kiện biên và phương pháp giải 98
4.4. Phân tích mất ổn định phi tuyến..... 103
4.4.1. Phân tích ổn định của tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chỉ chịu tác dụng của tải áp lực ngoài 105
4.4.2. Phân tích ổn định tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu tải áp lực ngoài và tải nén cạnh..... 106
4.5. Nghiên cứu so sánh 107
4.6. Ứng dụng kết quả tính toán lý thuyết vào phân tích ổn định kết cấu bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC 109
4.6.1. Khảo sát tải mất ổn định tới hạn 109
4.6.2. Khảo sát ứng xử sau mất ổn định phi tuyến 111
4.7. Kết luận chương 4 116
KẾT LUẬN..... 117
KIẾN NGHỊ VỀ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO..... 119
DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN..... 120
TÀI LIỆU THAM KHẢO..... 122

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT

FGM	Functionally Graded Material - Vật liệu cơ tính biến thiên.
FG-CNTRC	Functionally graded carbon nanotube-reinforced composite – Composite cơ tính biến thiên gia cường ống nano các bon.
$stff$	Chỉ số dưới thể hiện sườn (stiffener).
SWCNT	Ống nano các bon đơn vách - Single-Walled Carbon Nanotube
CNT	Ống nano các bon - Carbon nanotube
PMMA	Poly(methyl methacrylate)
m	Số nửa sóng theo phương x.
n	Số nửa sóng (sóng) theo phương y của tấm (vỏ trụ).
$E,\ G$	Mô đun Young và Mô đun trượt tương ứng.
p	Tải nén dọc trục của vỏ trụ trên một đơn vị diện tích.
q	Áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ (tấm).
P_x	Tải nén cạnh dọc theo trục Ox của tấm
τ	Tải xoắn trên một đơn vị diện tích cạnh của vỏ trụ
ν	Hệ số Poisson.
α	Hệ số dãn nở nhiệt.
η_1,η_2,η_3	Các tham số hiệu quả của CNT
u,v,w	Các thành phần chuyển vị của tấm (vỏ)
ε,γ	Biến dạng pháp và biến dạng trượt của tấm (vỏ)
σ	Ứng suất của tấm (vỏ)
T	Nhiệt độ môi trường (K)
K_1,K_2,K_3	Các thành phần độ cứng của nền đàn hồi phi tuyến
V_{CNT}	Tỷ phần thể tích CNT theo bề dày
V_{CNT}^*	Tỷ phần thể tích CNT trung bình trong tấm (vỏ)
L,R,h	Chiều dài, bán kính và bề dày vỏ trụ, tương ứng
Snap-through	Hiện tượng mất ổn định đột ngột hoặc chuyển trạng thái đột ngột
b_{stff}	Bề rộng của sườn
h_{stff}	Chiều cao của sườn

n_{stff}	Số lượng sườn
FSDT	Lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (First-order shear deformation theory)
HSDT	Lý thuyết biến dạng trượt bậc cao (Higher-order shear deformation theory)
UD, FG-X, FG-O, FG-V và FG-A	Các quy luật phân bố ống nano các bon trong nền đẳng hướng

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1. Tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ của (10,10) armchair SWCNT [119] ($h = 0.067$ nm; $R = 0.68$ nm; $L = 9.26$ nm; $\nu_{12}^{CNT} = 0.175$). 15

Bảng 1.2. Mô đun Young và tham số hiệu quả của FG-CNTRC [120] (T=300K) .. 15

Bảng 2.1. So sánh tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} (lb /in^2) của vỏ trụ đẳng hướng có sườn với kết quả của các tác giả khác 47

Bảng 2.2. So sánh tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các tỷ phần thể tích CNT và quy luật phân bố CNT khác nhau (kPa , $h = 1\,mm$, $R/h = 100$, $L^2/Rh = 500$, $T = 300K$)..... 47

Bảng 2.3. So sánh tải tới hạn nén dọc trục $\bar{p}_{cr} = p_{cr}Rh$ (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC với các thông số hình học và phân bố CNT khác nhau ($R/h = 30$, $h = 2\,mm$, $V_{CNT}^{*} = 0.17$, $T = 300K$)..... 48

Bảng 2.4. So sánh tải tới hạn nén dọc trục $\bar{p}_{cr} = p_{cr}Rh$ (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các giá trị tỷ phần thể tích của CNT khác nhau ($R/h = 100$, $h = 1\,mm$, $L^2/Rh = 500$, $T = 300K$)..... 48

Bảng 2.5. Ảnh hưởng của loại sườn, quy luật phân bố và tỷ phần thể tích CNT đến tải tới hạn q_{cr} của vỏ (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = h_{stff}^{L} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = b_{stff}^{L} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $n_{stff}^{L} = 50$, $K_1 = 10^6\,N/m^3$, $K_2 = 10^5\,N/m$, ΔT= 300K) 49

Bảng 2.6. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn q_{cr} của vỏ trụ CC-FG-CNTRC (MPa, $R/h = 80$, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, V_{CNT}^{*}=0.12, $K_1 = 10^6\,N/m^3$, $K_2 = 10^5\,N/m$) 50

Bảng 2.7. Ảnh hưởng của nhiệt độ đến tải áp lực ngoài tới hạn cận trên q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$,

$h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $K_1 = 10^6$ N/m^3, $K_2 = 10^5$ N/m, $V_{CNT}^{*} = 0.12$) 53

Bảng 2.8. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $K_1 = 10^6\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$, V_{CNT}^{*} =0.12) 54

Bảng 2.9. Ảnh hưởng của các độ cứng nền đàn hồi đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn cận trên q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $\Delta T = 300$ K, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$ $n_{stff}^{C} = 12$, V_{CNT}^{*} =0.12) 54

Bảng 2.10. Ảnh hưởng của sườn FG-CNTRC và hướng CNT tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 2mm$, $h_{stff}^{L} = h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12, n_{stff}^{L} = 50$, $K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$, $\Delta T = 300$ K) 56

Bảng 2.11. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{L} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = 2mm$, $n_{stff}^{L} = 50$, $K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$) 59

Bảng 2.12. Ảnh hưởng của tỷ số R/h tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{L} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = 2mm$, $n_{stff}^{L} = 50, K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$) 61

Bảng 2.13. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $R/h = 80$, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{L} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = 2mm$, $n_{stff}^{L} = 50$) 63

Bảng 3.1. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT, hướng CNT và sườn đến tải xoắn tới hạn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{L} = h_{stff}^{C} = 3mm$,

$b_{stff}^{L} = b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12, n_{stff}^{L} = 50, \Delta T = 300\,\text{K}$, $m = 1$) * mode mất ổn định $(n;\lambda)$ 78

Bảng 3.2. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ CC-FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12$, $m = 1$) 81

Bảng 3.3. Ảnh hưởng của tỷ lệ R/h tới tải tới hạn τ_{cr} của vỏ trụ CC-FG-CNTRC có sườn (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12$, $m = 1$) 82

Bảng 3.4. So sánh tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic hoặc lõi đặc ($R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.004m$, $h_{Aux} = 0.002m$). 84

Bảng 3.5. So sánh tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) với các giá trị chiều dày lõi khác nhau của vỏ trụ C-FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic ($R = 0.32m$, $L = 1.5R$, $h_{CNTRC} = 0.001m$) 87

Bảng 3.6. So sánh tải xoắn tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) với các thông số hình học của lõi khác nhau của vỏ trụ C-FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic ($V_{CNT}^{*} = 0.17$, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.004m$, $h_{Aux} = 0.002m$) 88

Bảng 4.1. So sánh tải nén cạnh tới hạn không thứ nguyên $\bar{P}_x^{cr} = P_x^{cr} b^2 / E_0^m h^2$ của các tấm FG-CNTRC hoàn hảo không sườn với kết quả của các tác giả khác ($a/h = 100$, $a/b = 1$, $(m,n) = (1,1)$) 108

Bảng 4.2. Ảnh hưởng của hướng CNT, sườn và nhiệt độ môi trường đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC hoàn hảo (MPa, không nền đàn hồi, FFFF, UD, $V_{CNT}^{*} = 0.12$, $h = 1\,\text{cm}$, $a/h = 200$, $a = b$, $h_{stff} = 2\,\text{cm}$, $b_{stff} = 0.8\,\text{cm}$, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$) 109

Bảng 4.3. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC có sườn (MPa, không nền, FFFF, V_{CNT}^{*} = 0.17, $h = 1$ cm, $a/h = 200$, $a = b$, $h_{stff} = 2$ cm, $b_{stff} = 0.8$ cm, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$)..... 110

Bảng 4.4. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC hoàn hảo (MPa, không nền đàn hồi, FFFF, $h = 1$ cm, $a/h = 200$, $\Delta T = 100K$, $a = b$, $h_{stff} = 2$ cm, $b_{stff} = 0.8$ cm, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$) 111

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

Hình 1.1. Ứng dụng vật liệu composite tiên tiến cho các công trình xây dựng [62, 94, 103, 110] 10
Hình 1.2. Các dạng phổ biến của đường cong tải trọng-độ võng lớn nhất của kết cấu tấm và vỏ 17
Hình 1.3. Ứng dụng của vỏ trụ composite trong kết cấu công trình [23, 73, 113] .. 27
Hình 1.4. Tiềm năng ứng dụng của tấm FG-CNTRC trong kết cấu công trình [24, 60, 70, 93] 27
Hình 2.1. Các thông số hình học và hệ tọa độ của vỏ trụ FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC có nền đàn hồi bao quanh 32
Hình 2.2. Các trường hợp thiết kế hướng của CNT trong vỏ và sườn 33
Hình 2.3. Các kết hợp giữa vỏ và sườn với các phân bố CNT khác nhau 35
Hình 2.4. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC 51
Hình 2.5. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC 51
Hình 2.6. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC 51
Hình 2.7. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC 51
Hình 2.8. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC 51
Hình 2.9. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC 51
Hình 2.10. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-C FG-CNTRC 53
Hình 2.11. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-C FG-CNTRC 53
Hình 2.12. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p - W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 57

Hình 2.13. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 57
Hình 2.14. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 57
Hình 2.15. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC 57
Hình 2.16. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 58
Hình 2.17. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 58
Hình 2.18. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 58
Hình 2.19. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC 58
Hình 2.20. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 58
Hình 2.21. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 58
Hình 2.22. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 59
Hình 2.23. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 59
Hình 2.24. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 60
Hình 2.25. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 60
Hình 2.26. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 61

Hình 2.27. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC 61
Hình 2.28. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 62
Hình 2.29. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 62
Hình 2.30. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 62
Hình 2.31. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC 62
Hình 2.32. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC 64
Hình 2.33. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC 64
Hình 2.34. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC 64
Hình 2.35. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC 64
Hình 3.1. Thiết kế của vỏ trụ FG-CNTRC có lõi Auxetic 68
Hình 3.2. So sánh mômen xoắn tới hạn cận trên và cận dưới của vỏ trụ đẳng hướng với kết quả của các tác giả khác 76
Hình 3.3. So sánh tải xoắn tới hạn cận dưới của vỏ trụ FGM với kết quả của Huang và Han [55] 76
Hình 3.4. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn L-FG-CNTRC 79
Hình 3.5. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn L-FG-CNTRC 79
Hình 3.6. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn C-FG-CNTRC 79

Hình 3.7. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn C-FG-CNTRC 79
Hình 3.8. So sánh tải trọng mất ổn định cận trên và dưới của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC 80
Hình 3.9. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT tới đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn 80
Hình 3.10. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT tới đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn 80
Hình 3.11. Ảnh hưởng tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC 80
Hình 3.12. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC 80
Hình 3.13. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn 82
Hình 3.14. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn 82
Hình 3.15. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn 83
Hình 3.16. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $\tau-\varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn 83
Hình 3.17. Đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau-\bar{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ sandwich lõi Auxetic 85
Hình 3.18. Đường cong sau mất ổn định xoắn τ-φ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ sandwich lõi Auxetic 85
Hình 3.19. Đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau-\bar{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ C lõi Auxetic và lõi đặc 85
Hình 3.20. Các đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau-\bar{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ C sandwich lõi Auxetic 85
Hình 3.21. Đường cong sau mất ổn định $\tau-\bar{W}$ với các tỷ phần thể tích CNT khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86

Hình 3.22. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các tỷ phần thể tích CNT khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86
Hình 3.23. Đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86
Hình 3.24. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86
Hình 3.25. Đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86
Hình 3.26. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic 86
Hình 4.1. Thiết kế sườn của tấm FG-CNTRC và các thông số hình học của tấm và sườn 92
Hình 4.2. So sánh đường cong sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC không sườn với kết quả của Shen [119] 108
Hình 4.3. Ảnh hưởng của phương của sườn đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC 112
Hình 4.4. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn 112
Hình 4.5. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến ứng xử sau mất ổn định $q - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn 112
Hình 4.6. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn 112
Hình 4.7. Ảnh hưởng của độ không hoàn hảo đến đường cong sau mất ổn định $q - W/h$ của tấm có sườn 113
Hình 4.8. Ảnh hưởng của độ không hoàn hảo đến đường cong sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm có sườn 113
Hình 4.9. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến đường cong sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm có sườn 113

Hình 4.10. Ảnh hưởng của chiều dài cạnh đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm có sườn 113
Hình 4.11. Ảnh hưởng của độ cứng nền K_1 đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn 113
Hình 4.12. Ảnh hưởng của độ cứng nền K_2 đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn 113
Hình 4.13. Ảnh hưởng của độ cứng nền phi tuyến đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm có sườn 114
Hình 4.14.Ảnh hưởng của độ cứng nền phi tuyến đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn 114
Hình 4.15.Ảnh hưởng của chiều cao sườn đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm 115
Hình 4.16. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm 115
Hình 4.17. Ảnh hưởng của chiều cao sườn đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm 115
Hình 4.18. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm 115

MỞ ĐẦU

Ổn định và sau mất ổn định phi tuyến là các bài toán quan trọng trong phân tích ứng xử cơ học của các kết cấu kỹ thuật nói chung và kỹ thuật xây dựng công trình nói riêng. Bài toán bền được quan tâm chủ yếu với kết cấu có bề dày lớn và làm bằng các loại vật liệu giòn như bê tông hay bê tông cốt thép. Những kết cấu thành mỏng và làm bằng các loại vật liệu chịu được biến dạng và độ võng lớn như các kết cấu tấm vỏ kim loại hay composite, bài toán ổn định và sau mất ổn định là cơ sở quan trọng để đánh giá khả năng chịu tải của kết cấu.

Ngày nay, với sự phát triển của khoa học và công nghệ vật liệu, nhiều loại vật liệu composite tiên tiến đã được đề xuất và chế tạo. Sự xuất hiện của các loại vật liệu tiên tiến này với những ưu điểm vượt trội về khả năng chịu tải cơ nhiệt so với các loại vật liệu truyền thống, cho phép các ngành kỹ thuật công nghệ nói chung và kỹ thuật xây dựng công trình nói riêng có thêm nhiều lựa chọn để đáp ứng yêu cầu ngày càng cao về khả năng chịu tải của kết cấu, tuổi thọ của công trình, cũng như các đòi hỏi về kiến trúc và thẩm mỹ của công trình.

Nhìn chung nhược điểm lớn của các vật liệu tiên tiến là công nghệ chế tạo phức tạp dẫn tới giá thành sản phẩm cao, vì vậy việc ứng dụng một cách đại trà vào hầu hết các công trình xây dựng có thể chưa thực hiện được trong tương lai gần. Tuy vậy, lựa chọn chúng để ứng dụng trong một số công trình đặc biệt hoặc trong một số cấu kiện đặc biệt của công trình xây dựng là một phương án khả thi hơn, đã và đang được xem xét trong nhiều công trình đặc biệt khác nhau. Nhược điểm tiếp theo dễ thấy là hầu hết các loại vật liệu composite tiên tiến đều có tính chất vật liệu dị hướng và ứng xử cơ học phức tạp, đòi hỏi các mô hình tính toán đáng tin cậy và các nghiên cứu lý thuyết chuyên sâu cho từng loại vật liệu trước khi ứng dụng trong thực tế.

Loại vật liệu composite tiên tiến gia cường ống nano các bon (CNT) cơ tính biến đổi được quan tâm đặc biệt trong những năm gần đây có tên quốc tế là Functionally graded carbon nanotubes-reinforced composite (FG-CNTRC). Do những đặc tính cơ nhiệt ưu việt, chúng có thể được ứng dụng nhiều trong các kết cấu kỹ thuật chịu tải khắc nghiệt. Tăng cứng cho các kết cấu tấm vỏ bằng các hệ sườn là một biện pháp phổ biến trong rất nhiều các kết cấu trong nhiều ngành kỹ thuật khác nhau, đặc biệt trong kỹ thuật xây dựng công trình. Tùy theo các yêu cầu kỹ thuật hoặc

nỗ lực làm tăng khả năng chịu tải của kết cấu, các kiểu bố trí sườn như sườn trực giao, sườn xiên, sườn lưới… cũng được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Ngoài ra các phương án tăng cứng khác cũng được quan tâm và ứng dụng trong nhiều thiết kế kỹ thuật công trình như các kết cấu sandwich có lõi nhẹ, mềm hoặc rỗng.

Một vấn đề quan trọng nữa là sự thiếu hụt các tiêu chuẩn Việt Nam về thiết kế ổn định của kết cấu tấm vỏ composite dạng thành mỏng. Các tiêu chuẩn thiết kế hiện nay chỉ tập trung cho thiết kế ổn định tổng thể tuyến tính tấm vỏ làm bằng vật liệu đẳng hướng. Các công thức tính toán của tiêu chuẩn hiện hành không áp dụng được cho vật liệu FG-CNTRC với đặc tính dị hướng phức tạp. Cũng cần lưu ý rằng với các vật liệu composite tiên tiến, do độ bền cao, dẫn tới kết cấu có khả năng chịu tải ngay cả khi tải trọng vượt qua giá trị tới hạn và kết cấu đã chuyển sang trạng thái sau mất ổn định. Cũng do khả năng chịu được độ võng rất lớn nên các kết quả của bài toán tuyến tính hình học có thể không còn phù hợp trong trường hợp này. Vì vậy cần có các nghiên cứu lý thuyết cho các bài toán phi tuyến cho các kết cấu composite làm cơ sở cho việc xây dựng các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu các công trình xây dựng liên quan.

Xuất phát từ những lý do trên đây, đề tài luận án này nghiên cứu *Ổn định đàn hồi phi tuyến của kết cấu công trình dạng tấm vỏ FG-CNTRC có tính tới các biện pháp tăng cứng*.

Mục tiêu của luận án

Luận án đặt ra các mục tiêu chính sau đây:

1. Đề xuất biện pháp tăng cứng cho kết cấu công trình dạng tấm và vỏ FG-CNTRC. Trong đó có hai phương án tăng cứng phổ biến nhất là tăng cứng bằng sườn và tăng cứng bằng việc thiết kế các lõi nhẹ cho kết cấu sandwich.

2. Phát triển các kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho phương án tăng cứng bằng sườn cho kết cấu phù hợp với lý thuyết tấm vỏ được sử dụng trong từng bài toán được xem xét.

3. Phân tích xu hướng ứng xử ổn định và sau mất ổn định của một số kết cấu công trình dạng tấm và vỏ FG-CNTRC có xét tới các biện pháp tăng cứng trong một số bài toán xem xét, trong đó các ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường, tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ và tương tác nền cũng được xem xét trong một số bài toán.

4. Đánh giá các ảnh hưởng của các thông số đầu vào, bao gồm kích thước hình học, tính chất vật liệu và các thông số khác của các kết cấu công trình dạng tấm và vỏ FG-CNTRC tới ứng xử ổn định và sau mất ổn định. Từ đó đưa ra các nhận xét kiến nghị có ý nghĩa trong thiết kế kết cấu cho các cấu kiện công trình xây dựng, cũng như làm cơ sở để xây dựng tiêu chuẩn thiết kế các dạng kết cấu này trong tương lai.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Đối tượng được quan tâm trong luận án là một số kết cấu dạng tấm vỏ được sử dụng phổ biến trong các cấu kiện công trình như tấm chữ nhật và vỏ trụ FG-CNTRC có xét tới một số biện pháp tăng cứng như tăng cứng bằng sườn hoặc bằng lõi Auxetic.

Phạm vi nghiên cứu của luận án là bài toán ổn định và sau mất ổn định đàn hồi phi tuyến của kết cấu.

Phương pháp nghiên cứu

Luận án này sử dụng phương pháp nghiên cứu lý thuyết dựa trên tiếp cận giải tích. Lý thuyết vỏ Donnell và lý thuyết tấm biến dạng trượt bậc cao được sử dụng. Hàm ứng suất được sử dụng để đưa hệ phương trình chủ đạo về viết theo hàm ứng suất, độ võng, và góc xoay (trong lý thuyết biến dạng trượt). Phương pháp Galerkin được sử dụng để dẫn ra hệ phương trình đại số phi tuyến theo các thành phần biên độ độ võng, và góc xoay (trong lý thuyết biến dạng trượt).

Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Ý nghĩa khoa học của luận án:

+ Luận án đề xuất phương án tăng cứng cho một số kết cấu công trình dạng tấm vỏ FG-CNTRC bằng sườn tăng cứng hoặc bằng lõi Auxetic, đề xuất các hàm quy luật phân bố CNT cho từng phương án.

+ Luận án phát triển các kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-CNTRC trong khuôn khổ phù hợp với lý thuyết vỏ Donnell và lý thuyết tấm biến dạng trượt bậc cao.

+ Luận án giải quyết các bài toán cơ bản về ổn định và sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC hoặc có lõi Auxetic chịu một số dạng tải trọng khác nhau. Xây dựng các lời giải và thu được các kết quả về tải mất ổn định tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định dưới dạng hiển.

Ý nghĩa thực tiễn của luận án:

Luận án nghiên cứu các bài toán, kết cấu, điều kiện biên và các dạng tải trọng phổ biến trong kỹ thuật, đặc biệt là kỹ thuật xây dựng công trình. Các kết quả của bài toán đều thu được dưới dạng hiển, cung cấp khả năng ứng dụng một cách thuận tiện trong các thiết kế kết cấu công trình xây dựng và có giá trị tham khảo tích cực cho các kỹ sư trong quá trình thiết kế các kết cấu FG-CNTRC. Chi tiết như sau

+ Về kết cấu: Các kết cấu tấm và vỏ trụ là các kết cấu phổ biến trong các thiết kế kỹ thuật công trình. Ngoài ra các kết cấu này thường được gia cường bằng các hệ sườn hoặc thiết kế lõi mềm dạng sandwich để tăng cứng cho kết cấu, nhằm tăng khả năng chịu tải của kết cấu một cách mạnh mẽ trong khi lượng vật liệu bổ sung là không đáng kể.

+ Về vật liệu: Luận án xem xét một vật liệu composite tiên tiến là FG-CNTRC với những ưu điểm vượt trội về khả năng chịu tải so với các vật liệu truyền thống. Ngoài ra, trong một tương lai gần hơn khi công nghệ chế tạo chưa phổ biến và giá thành vật liệu còn đắt đỏ, phương án lựa chọn các loại vật liệu này cho một hoặc một số cấu kiện trong công trình hoặc cho các công trình đặc biệt với những yêu cầu đặc biệt cao về khả năng chịu tải, công năng sử dụng hay tính thẩm mỹ và kiến trúc cao cấp cũng là một phương án khả thi.

+ Các kết quả số đã được thực hiện và thảo luận một cách chi tiết, qua đó đánh giá khả năng chịu tải của kết cấu xem xét khi các thông số đầu vào thay đổi. Qua đó có thể cung cấp một bức tranh tổng thể về ảnh hưởng của các thông số tới ứng xử ổn định và sau mất ổn định của các kết cấu được xem xét.

+ Các kết quả của luận án có thể làm cơ sở bước đầu để xây dựng các tiêu chuẩn thiết kế cho các kết cấu này trong tương lai.

Bố cục của luận án

Luận án bao gồm phần mở đầu, chương tổng quan và 3 chương chính, phần kết luận, danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án và tài liệu tham khảo. Nội dung chính của luận án được trình bày như sau:

- Chương 1 trình bày tổng quan vấn đề nghiên cứu về các vật liệu composite tiên tiến, tiềm năng ứng dụng của các vật liệu này trong kỹ thuật xây dựng công trình, và các nghiên cứu về kết cấu tấm vỏ làm bằng các loại vật liệu composite tiên tiến đã được tiến hành trong nước và trên thế giới.

- Chương 2 nghiên cứu bài toán ổn định phi tuyến của kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu tải áp lực ngoài và nén dọc trục trong môi trường nhiệt có nền đàn hồi bao quanh. Trong đó kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-CNTRC được phát triển trong khuôn khổ lý thuyết vỏ Donnell.

- Chương 3 nghiên cứu bài toán ổn định phi tuyến của kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC hoặc có lõi Auxetic chịu tải xoắn.

- Chương 4 nghiên cứu bài toán ổn định phi tuyến của bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC trong môi trường nhiệt đặt trên nền đàn hồi phi tuyến. Kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-CNTRC được phát triển trong khuôn khổ lý thuyết tấm biến dạng trượt bậc cao.

Nội dung cụ thể của các chương được trình bày dưới đây.

Chương 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Vật liệu Nanocomposite và các ứng dụng trong xây dựng công trình

1.1.1. Vật liệu Cơ tính biến thiên (FGM)

Lĩnh vực khoa học và công nghệ vật liệu có xu hướng phát triển theo hướng giảm sự quan tâm tới các vật liệu cổ điển như kim loại nguyên chất hay hợp kim thông thường, bởi các loại vật liệu này khó tối ưu các tính chất để phù hợp trong các ứng dụng, trong những thập kỷ gần đây. Bằng cách kết hợp từ hai hay nhiều vật liệu khác nhau theo một số cách nhất định, vật liệu composite [38] đã được tạo thành với các đặc tính cơ nhiệt đặc biệt và làm việc hiệu quả hơn đáng kể so với các vật liệu cấu thành trong một số điều kiện làm việc nhất định được tính toán thiết kế từ trước.

Nhìn chung, composite thường được cấu tạo bởi hai pha là pha nền và pha cốt. Pha cốt hay pha gián đoạn thường có các đặc trưng cơ tính vượt trội so với pha nền hay pha liên tục. Trong khi pha nền đóng vai trò liên kết các vật liệu cấu thành, pha cốt đóng vai trò cải thiện các đặc tính cơ nhiệt chung của composite.

Hầu hết các loại composite đều có khối lượng thể tích nhẹ, có độ bền cao. Hiện nay, composite cốt sợi thủy tinh được dùng ngày càng nhiều trong các kết cấu công trình khác nhau. Tuy nhiên, các loại composite truyền thống lại có một nhược điểm lớn là các vật liệu này dễ xảy ra hiện tượng ứng suất tập trung và bong tách lớp khi chịu tải trọng khắc nghiệt và nhiệt độ cao.

Trong các ứng dụng đặc biệt của các ngành công nghiệp và xây dựng, nhiều kết cấu đòi hỏi những loại vật liệu có đặc tính và thành phần thay đổi dần dần trên toàn bộ kết cấu theo một hướng nhất định [84]. Nhằm khắc phục các nhược điểm của vật liệu composite cổ điển, nhất là hiện tượng bong tách lớp khi chịu tải cơ và nhiệt lớn, vào năm 1984, các nhà khoa học Nhật Bản đã giới thiệu một loại vật liệu mới được gọi là vật liệu cơ tính biến thiên (FGM) [68]. FGM thường được chế tạo từ hai vật liệu cấu thành là ceramic và kim loại. Khác với các loại composite cổ điển, FGM được thiết kế để tỷ phần thể tích của ceramic và kim loại biến đổi liên tục và trơn trong không gian theo một quy luật nhất định. Ceramic có đặc điểm là có hệ số truyền nhiệt và hệ số dãn nở nhiệt thấp, mô đun Young cao làm cho FGM có khả năng chịu nhiệt tốt và độ cứng cao. Ngược lại, với đặc tính dẻo dai, kim loại có thể giảm thiểu hiện tượng rạn nứt và bong tách của FGM. Do đó, FGM thường được đề xuất áp dụng

cho một số kết cấu chịu các điều kiện chịu tải cơ và nhiệt khắc nghiệt. Quy luật phân bố vật liệu của FGM có thể được thiết kế và tính toán tối ưu cho từng điều kiện làm việc của kết cấu cụ thể.

Trong những thập kỷ gần đây, việc sử dụng FGM đã có những tiến bộ đáng kể do sự phát triển của các ngành công nghiệp và xây dựng [83]. Ý tưởng về kết cấu cơ tính biến thiên không phải là ý tưởng mới vì có nhiều ví dụ về các kết cấu FGM trong tự nhiên [19]. Các ví dụ trong tự nhiên quan trọng nhất là các bộ phận cơ thể người, chẳng hạn như xương, răng, da và các mô sinh học của động vật và cây cối [136]. Mặc dù ban đầu FGM được thiết kế cho các vật liệu chịu nhiệt, nhưng theo thời gian, các vật liệu này đã được sử dụng để kiểm soát biến dạng, mài mòn và ăn mòn cũng như giảm ứng suất tập trung thông qua quá trình chuyển đổi trơn và liên tục trên toàn bộ thành kết cấu [105]. Với các đặc tính ưu việt như vậy, FGM hiện nay được áp dụng vào nhiều lĩnh vực ứng dụng như ngành xây dựng công trình, kỹ thuật hàng không, ô tô và công nghiệp [48].

1.1.2. Vật liệu Nanocomposite gia cường CNT cơ tính biến thiên (FG-CNTRC)

Với phát hiện quan trọng về ống nano các bon (CNT) của Iijima [58, 59], CNT đã bắt đầu được đề xuất áp dụng trong nhiều ngành khoa học và kỹ thuật khác nhau. CNTs có thể dưới dạng CNT đơn vách (SWCNT) hoặc CNT đa vách (MWCNT). SWCNT có dạng hình trụ được cuộn liền mạch bởi một tấm graphene đơn với đường kính khoảng 1 nm và chiều dài cấp độ centimet. Ngược lại, MWCNT có một số lớp hình trụ đồng tâm và cách nhau khoảng 0.35 nm. Lu [91] đã báo cáo rằng mô đun Young của CNT xấp xỉ 1 TPa, không phụ thuộc vào loại và đường kính ống nano. Hơn nữa, cường độ lý thuyết của CNTs cao gấp 100 lần so với thép và biến dạng đàn hồi của chúng có thể đạt tới 0.12 với khối lượng thể tích chỉ bằng 1/6 so với thép. Do các tính chất đáng chú ý này, CNT có thể được được coi là một ứng cử viên tuyệt vời để gia cường cho pha nền làm bằng vật liệu đẳng hướng. Bằng việc gia cường CNT vào nền polyme, các tính chất cơ, điện và nhiệt của Nanocomposite có thể được cải thiện một cách vượt trội.

Qian và các cộng sự [107] đã khảo sát về vật liệu tổng hợp CVD-MWCNT-polystyrene sử dụng thí nghiệm xác định độ bền kéo. Khi MWCNT được phân tán đồng nhất trong các nền polystyrene, mô đun tăng từ 1.2 GPa lên 1.62 GPa đối với

polystyrene và 1,69 GPa đối với trường hợp gia cường 1% khối lượng CNT ngắn (khoảng 15 μm) và CNT dài (khoảng 50 μm) tương ứng. Độ bền kéo của polyme cũng tăng từ 12.8 MPa lên 16 MPa cho cả hai loại CNT. Một nghiên cứu tương tự cũng được thực hiện bởi Safadi và các cộng sự [114]. Kết quả cho thấy rằng mô đun Young của polyme là 1.53 GPa tăng lên 3.4 GPa với 2.5 % thể tích gia cường và cường độ tăng từ 19.5 MPa lên 30.6 MPa với cùng tải trọng.

Sử dụng màng polyvinyl và sáu loại CNT khác nhau, Cadek và các cộng sự [18] đã tiến hành thí nghiệm độ bền kéo dưới các mức tải khác nhau. Kết quả cho thấy sự gia tăng đáng kể trong mô đun Young trong mọi trường hợp. Ngoài ra, các lớp phủ tinh thể xung quanh CNT đã được phát hiện bằng phép đo nhiệt lượng trong mọi trường hợp, vì thế, vật liệu cực kỳ nhạy cảm với sự tương tác giữa các bề mặt. Sun và các cộng sự [138] đã nghiên cứu mô đun Young trục của SWCNT với đường kính từ kích thước nano mét đến mét. Kết quả đã khẳng định rằng CNTs có tính chất cơ học vượt trội hơn so với của sợi carbon. Gojny và các cộng sự [47] đã nghiên cứu ảnh hưởng của các loại cốt nano khác nhau đối với các đặc trưng cơ tính của Nanocomposite gốc epoxy. Nghiên cứu cũng chỉ ra rằng Nanocomposite được tạo ra có thể được cải thiện đáng kể về độ cứng và độ bền.

Bên cạnh các thí nghiệm, ba phương pháp chính đã được sử dụng để mô hình hóa vật liệu Nanocomposite, cụ thể là (i) mô phỏng nguyên tử (atomistic modeling); (ii) mô phỏng lai cơ học nguyên tử-liên tục (hybrid atomistic-continuum mechanics modeling); và (iii) cơ học môi trường liên tục (continuum mechanics). Bằng cách gia cố CNT vào nền polyetylen, Liu và các cộng sự [88] đã mô phỏng quy trình tách CNT ra khỏi polyetylen bằng phần mềm động lực phân tử (molecular dynamic - MD). Các mối quan hệ giữa chuyển vị, tải và thế năng trung bình hoặc ứng suất trung bình và các tính chất cơ học được xác định ở kích thước nguyên tử. Han và Elliot [49] đã trình bày các mô phỏng MD cổ điển của vật liệu composite polymer/CNT, mô hình được xây dựng bằng cách gia cố SWCNT (10, 10) vào hai nền polyme vô định hình khác nhau. Kết quả chỉ ra rằng mô phỏng MD là phù hợp với quy luật hỗn hợp. Liao và Li [86] đã nghiên cứu các đặc điểm giao thoa của composite polystyrene được gia cố bằng CNT thông qua mô phỏng cơ học phân tử. Kết quả cho thấy rằng ứng suất

trượt của CNT-polystyrene xấp xỉ 160 MPa, cao hơn đáng kể hơn hầu hết các polymer composite được gia cố bằng sợi carbon.

Sử dụng cách tiếp cận đa quy mô, Gao và Li [45] đã phát triển mô hình độ trễ trượt cho sườn CNT vật liệu tổng hợp polyme. Với mô hình CNT ở quy mô nguyên tử và được phân tích bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM), Li và Chou [78] đã báo cáo một mô hình đa quy mô của ứng xử nén của vật liệu composite CNT/polyme. Seidel và Lagoudas [116] đã mô phỏng tính chất đàn hồi hiệu dụng của vật liệu composite gia cố CNT bằng cách sử dụng một kỹ thuật vi cơ (micromechanics technique) kết hợp với mô hình Mori-Tanaka và kỹ thuật tự phù hợp (self-consistent technique).

Fidelus và các cộng sự [43] đã kiểm tra tính chất cơ nhiệt của Nanocomposite gốc epoxy với tỷ lệ khối lượng thấp (từ 0.01-0.5% khối lượng) của SWCNT và MWCNT gia cố theo hướng ngẫu nhiên. Dựa trên tiếp cận Eshelby-Mori-Tanaka [97], Formica và Lacarbonara [44] đã sử dụng một mô hình liên tục cho composite gia cường CNT. Hơn nữa, Li và các cộng sự [85] đã nghiên cứu các cơ chế gia cương của composite epoxy được gia cố bằng SWCNT sử dụng một số mô hình vi cơ và nhận thấy rằng kết quả của cả hai mô hình Halpin-Tsai và Mori-Tanaka đều phù hợp với kết quả thực nghiệm.

Trong trường hợp Nanocomposite truyền thống, tính chất cơ, nhiệt hoặc vật lý không thay đổi theo không gian ở kích thước vĩ mô cho dù CNT được phân bố đồng đều hay ngẫu nhiên trong kết cấu. Xuất phát từ ý tưởng của FGM, mô hình phân bố cơ tính biến thiên (FG) của CNT đầu tiên được đề xuất bởi Shen [119] với sự phân bố CNT trong một nền đẳng hướng được thiết kế đặc biệt theo các phân bố nhất định theo các hướng mong muốn để cải thiện cơ tính của kết cấu. Sau đó, một loạt các nghiên cứu về ứng xử cơ nhiệt của dầm, tấm và vỏ FG-CNTRC đã được tiến hành.

1.1.3. Ứng dụng vật liệu Nanocomposite trong xây dựng

Vật liệu là yếu tố cơ bản của các công trình xây dựng. Kiến trúc và kết cấu và kiến trúc của các công trình là các giá trị vật chất và phi vật chất quan trọng để thể hiện mức độ phát triển về kinh tế, chính trị và xã hội và rộng hơn là thể hiện mức độ phát triển của nền văn minh của các thời đại khác nhau trong lịch sử.

Ngày nay, với sự phát triển của khoa học và công nghệ vật liệu hiện đại, các kết cấu công trình, nhất là những công trình đặc biệt, có ý nghĩa quan trọng về văn hóa,

kinh tế, chính trị hay quân sự, đã và đang được xem xét để sử dụng các loại vật liệu composite tiên tiến. Sự vượt trội về các đặc trưng cơ học mang lại những ưu thế tuyệt đối cho vật liệu composite nhằm tạo ra các công trình có tính thẩm mỹ xuất sắc, đáp ứng mọi ý tưởng tạo hình của các kiến trúc sư. Thêm vào đó, những ưu thế của vật liệu composite cũng mang lại những ưu thế lớn về khả năng chịu tải khắc nghiệt cho các công trình quân sự và các công trình đặc biệt khác với khẩu độ cao, cường độ và độ bền vượt trội. Lựa chọn các loại vật liệu composite tiên tiến đã và đang là ưu tiên xem xét cho nhiều công trình dự án khác nhau của nhiều quốc gia trên thế giới [42, 69, 113, 115, 152].

Hình 1.1. Ứng dụng vật liệu composite tiên tiến cho các công trình xây dựng [62, 94, 103, 110]

Vật liệu xây dựng Nanocomposite đã mang lại một cuộc cách mạng chưa từng có cho thiết kế kết cấu và kiến trúc hiện đại với tính chất độc đáo và công năng sử dụng vượt trội. Nhiều tác giả đã thực hiện nhiều nghiên cứu về vật liệu Nanocomposite và chỉ ra tiềm năng ứng dụng rất lớn trong các công trình xây dựng đặc biệt trong tương lai [22]. Kế hoạch nghiên cứu, chế tạo và thiết kế vật liệu tiên tiến đã trở thành một phần quan trọng trong chiến lược phát triển công nghiệp và xây dựng của các quốc gia hiện nay. Sự phát triển của vật liệu mới có thể ảnh hưởng lớn

tới trình độ công nghiệp của một quốc gia, vì vậy nhiều quốc gia đã đặt công nghệ vật liệu Nanocomposite ở vị trí ưu tiên phát triển nhằm giành được các lợi thế trong các cạnh tranh quốc tế.

Với các đặc tính cơ, nhiệt, điện… siêu việt của các vật liệu gia cường, làm cho các đặc tính cơ nhiệt điện của vật liệu được cải thiện một cách rõ rệt, tạo thành một vật liệu composite ở kích thước thông thường mang những đặc tính vượt trội và chưa từng có trước đây. Kể từ khi ra đời, công nghệ vật liệu Nanocomposite đã thu hút được sự quan tâm đặc biệt trên toàn thế giới. Sau nhiều năm nghiên cứu và phát triển, nó đã trở thành một trong những ngành công nghệ hứa hẹn nhất hiện nay [104, 39].

Bê tông xi măng là vật liệu xây dựng truyền thống, nó đã có những đóng góp quan trọng cho quá trình công nghiệp hóa xã hội và xây dựng cơ sở hạ tầng của nhiều quốc gia. Việc sử dụng vật liệu nano để phát triển vật liệu bê tông xi măng đã thu hút được nhiều quan tâm trong lĩnh vực vật liệu. Theo các yêu cầu thiết kế kết cấu mới, kỳ vọng của mọi người đối với vật liệu xây dựng ngày càng cao hơn, chẳng hạn như khả năng hấp thụ âm thanh, kháng nứt, độ cứng và cường độ cao. Vật liệu nano có các đặc tính tuyệt vời có thể kết hợp rất hiệu quả với bê tông để tạo thành vật liệu composite mới [50, 154]. Trong kỹ thuật xây dựng, vật liệu nano không chỉ có thể lấp đầy các khoảng trống xi măng và tăng tính lưu động của bê tông mà còn có thể cải thiện liên kết giữa cốt liệu và xi măng trong bê tông, cường độ, khả năng chống thấm và độ bền của bê tông.

Công nghệ vật liệu Nanocomposite có thể được áp dụng cho nhiều ngành công nghiệp và xây dựng khác nhau và đã đạt được kết quả tốt trong y tế, xây dựng, quân sự và các lĩnh vực khác [148]. Trong lĩnh vực xây dựng công trình, lớp phủ Nanocomposite được sử dụng trong lớp phủ có khả năng chống lão hóa, chống bức xạ, độ bền bong tróc cao hoặc một số chức năng đặc biệt của lớp phủ [26, 147].

Kết hợp với công nghệ nano, nhiều vật liệu mới đã được phát triển để phù hợp với các thiết kế kết cấu xây dựng ngày nay. Việc sử dụng vật liệu nano để chắn tia cực tím, có thể nâng cao khả năng chống ố vàng của bề mặt kết cấu, cải thiện đáng kể độ bền của đường ống polymer và tăng tuổi thọ công trình [21, 153]. Các nghiên cứu cũng đã bắt đầu nghiên cứu ứng dụng vật liệu Nanocomposite và công nghệ nano trong vật liệu xây dựng và chỉ ra rằng vật liệu xây dựng Nanocomposite có chức năng

tự làm sạch tốt, rất hữu ích cho lớp phủ chống vi khuẩn và chống nấm mốc trong một số vật liệu dẫn điện và các công trình xây dựng [151].

Các lớp phủ truyền thống có nhiều nhược điểm, chẳng hạn như khả năng chống xước, độ hoàn thiện và khả năng chống lão hóa kém. Sử dụng một số đặc tính của vật liệu nano nhằm cải thiện đặc tính của các lớp phủ hiện có, trường hợp này được gọi là các lớp phủ biến đổi nano. Đối với các lớp phủ được chế tạo bởi một số quy trình đặc biệt, trong đó độ mịn của bề mặt ở kích thước nano, trường hợp này được gọi là lớp phủ kết cấu nano [139]. Việc sử dụng các lớp phủ Nanocomposite có thể cải thiện các tính chất của bê tông, bao gồm chống ăn mòn, chống bức xạ, độ bền cao hoặc một số tính chất đặc biệt, giúp nâng cao hiệu quả sử dụng của kết cấu.

Trong những năm gần đây, việc ứng dụng gốm Nanocomposite đã và đang được phát triển trên thế giới [46]. Việc đưa các pha phân tán nano vào pha nền để tạo hỗn hợp làm tăng đáng kể độ bền của kết cấu từ hai đến bốn lần và tăng nhiệt độ sử dụng tối đa lên từ 400°C tới khoảng 600°C. Nó cũng có thể cải thiện độ cứng và khả năng chống mỏi của vật liệu. Vật liệu gốm xốp (gốm vi xốp) Nanocomposite có thể lọc và tách khí thải công nghiệp. Gốm xốp cung cấp khả năng chịu nhiệt và chống ăn mòn hóa học lớn, cũng như có tuổi thọ cao và ít phải bảo trì.

Với những ưu điểm vượt trội, như độ cứng cao, độ bền rất lớn, và có khối lượng nhẹ, vật liệu Nanocomposite có ưu thế vượt trội trong khả năng chịu tải trọng khắc nghiệt mà không có một vật liệu truyền thống nào có thể so sánh được. Ngoài ra, các công trình có tính chất đặc biệt quan trọng trong chiến lược phát triển kinh tế, xã hội hay quốc phòng, đòi hỏi những kết cấu công trình phải có độ bền và độ tin cậy cao cũng đòi hỏi những vật liệu có đặc tính cơ nhiệt đặc biệt. Đặc điểm chung của các loại kết cấu công trình này là đòi hỏi khả năng chịu tải cơ và nhiệt khắc nghiệt, khả năng chống chịu trước các tải trọng xung kích lớn, với khẩu độ cao và khối lượng nhẹ đảm bảo cho công tác lắp đặt và di dời trong khoảng thời gian ngắn nhất. Các nghiên cứu chỉ ra rằng các loại vật liệu Nanocomposite tiên tiến như FG-CNTRC hay FG-GRC với nền polymer, với một quy luật phân bố vật liệu phù hợp có thể tạo thành một vật liệu có độ cứng vượt trội nhưng khối lượng thể tích chỉ bằng khoảng 1/7 so với thép xây dựng. Ngoài ra, với độ bền rất lớn, cho phép kết cấu đạt độ võng rất lớn khi chịu tải. Khi CNT hay Graphene được gia cường vào các nền kim loại (ví dụ nền Cu) có thể

làm cho khối lượng thể tích của chúng khá lớn, nhưng độ cứng có thể gấp nhiều lần so với thép. Với tốc độ phát triển của khoa học và công nghệ vật liệu tiên tiến hiện nay, chúng trở thành các vật liệu có tiềm năng lớn để được áp dụng phổ biến vào các kết cấu công trình khi giá thành sản xuất ngày càng giảm.

Vật liệu xây dựng Nanocomposite phù hợp với xu hướng phát triển kinh tế, bảo vệ môi trường, và tiết kiệm năng lượng, đã trở thành ưu tiên hàng đầu trong các cân nhắc thiết kế kiến trúc hiện nay và là đại diện cho triển vọng phát triển của ngành xây dựng trong tương lai. Hiện tại, vật liệu xây dựng Nanocomposite đã được phát triển tương đối hoàn thiện và đa dạng, và thị phần của nó trên thị trường tiếp tục mở rộng. Với việc thúc đẩy chiến lược phát triển bền vững và sự phát triển của lĩnh vực xây dựng, vật liệu Nanocomposite chắc chắn sẽ có những lợi thế đặc biệt trong ngành xây dựng và thúc đẩy sự phát triển và tiến bộ của xã hội.

1.2. Vật liệu FG-CNTRC, ổn định và sau mất ổn định và các nghiên cứu về ứng xử cơ nhiệt của kết cấu FG-CNTRC

1.2.1. Quy luật phân bố và các đặc trưng cơ tính của vật liệu FG-CNTRC

Xét tấm FG-CNTRC được làm từ hỗn hợp SWCNT và vật liệu nền đẳng hướng, trong đó SWCNT được phân bố trơn và liên tục theo bề dày tấm. Vấn đề then chốt trước tiên là xác định các đặc tính vật liệu hiệu dụng của FG-CNTRC. Về mặt mô hình vi cơ, các đặc tính vật liệu hiệu dụng có thể được ước tính bằng mô hình Mori-Tanaka [85, 116] hoặc quy tắc hỗn hợp [43]. Mô hình Mori-Tanaka có thể áp dụng cho CNT và quy tắc hỗn hợp rất đơn giản và thuận tiện để áp dụng cho việc ước lượng các tính chất vật liệu. Theo quy tắc hỗn hợp, mô đun trượt và mô đun Young hiệu dụng có thể được biểu thị bằng [119]

$$\begin{aligned} &E_{11} = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E^m, \\ &\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E^m}, \\ &\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G^m}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

trong đó $E_{11}^{CNT}, E_{22}^{CNT}$ và G_{12}^{CNT} là các mô đun Young và mô đun trượt của CNT, còn E^m và G^m là mô đun Young và mô đun trượt của của nền (Bảng 1.1). Để giải thích cho các thuộc tính vật liệu phụ thuộc vào quy mô (Scale), các tham số hiệu quả CNT

$\eta_i\left(i=1,2,3\right)$ được xác định bằng cách so sánh mô đun Young của FG-CNTRC nhận được từ kết quả mô phỏng MD với kết quả số thu được từ quy tắc hỗn hợp. Tỷ phần thể tích của CNT và nền V_{CNT} và V_m liên quan với nhau theo biểu thức

$$V_{CNT}+V_m=1. \tag{1.2}$$

Giả định tỷ phần thể tích của CNT V_{CNT} biến đổi theo chiều dày z của kết cấu như sau

$$V_{CNT}=V_{CNT}^{*}f\left(z\right), \tag{1.3}$$

trong đó

$$V_{CNT}^{*}=\frac{w_{CNT}}{w_{CNT}+\dfrac{\rho_{CNT}}{\rho_m}-\dfrac{\rho_{CNT}}{\rho_m}w_{CNT}}, \tag{1.4}$$

trong đó w_{CNT} là tỷ phần khối lượng của CNT, còn ρ_{CNT} và ρ_m là mật độ của CNT và vật liệu nền đẳng hướng, $f\left(z\right)$ là một hàm theo bề dày. Theo cách đó, hai trường hợp CNT phân bố đều (UD), tức là $V_{CNT}=V_{CNT}^{*}$ và CNT cơ tính biến thiên (FG-CNTRC) sẽ có cùng tỷ phần khối lượng của CNT.

Tương tự, các hệ số giãn nở nhiệt theo hướng đặt của CNT và hướng trực giao có thể được biểu thị bằng [119]

$$\begin{aligned}\alpha_{11}&=V_{CNT}\alpha_{11}^{CNT}+V_m\alpha^m,\\ \alpha_{22}&=\left(1+\nu_{12}^{CNT}\right)V_{CNT}\alpha_{22}^{CNT}+\left(1+\nu^m\right)V_m\alpha^m-\nu_{12}\alpha_{11},\end{aligned} \tag{1.5}$$

trong đó $\alpha_{11}^{CNT},\alpha_{22}^{CNT}$ và α^m lần lượt là các hệ số giãn nở nhiệt của CNT và nền. Lưu ý rằng α_{11}, α_{22} cũng được biến đổi trơn và liên tục theo hướng z, α^m là hệ số giãn nở nhiệt của vật liệu nền. Trong khi hệ số Poisson hiệu dụng của CNTRC được ước lượng bởi [119]

$$\nu_{12}=V_{CNT}^{*}\nu_{12}^{CNT}+V_m\nu^m. \tag{1.6}$$

Trong luận án này vật liệu nền được lựa chọn là Poly(methyl methacrylate) (PMMA). Các tính chất phụ thuộc nhiệt độ của PMMA được giả thiết là $\nu^m=0.34$, $\alpha^m=45\left(1+0.0005\Delta T\right)\times10^{-6}/\mathrm{K}$, và $E^m=\left(3.52-0.0034T\right)\ GPa$, trong đó

$T = T_0 + \Delta T$ với $T_0 = 300\ K$ (Nhiệt độ phòng). Các tính chất phụ thuộc nhiệt độ của CNT được mô tả dưới dạng các hàm phi tuyến theo nhiệt độ, như sau [129]

$$
\begin{aligned}
&\nu_{12}^{CNT} = 0.175 \\
&E_{11}^{CNT} = \left(-2.2724\times10^{-9}T^3 + 4.22867\times10^{-6}T^2 - 0.00286T + 6.18387\right)TPa, \\
&E_{22}^{CNT} = \left(-2.84868\times10^{-9}T^3 + 5.30057\times10^{-6}T^2 - 0.00358T + 7.75348\right)TPa, \\
&G_{12}^{CNT} = \left(4.93484\times10^{-10}T^3 - 1.128\times10^{-6}T^2 + 7.7845\times10^{-4}T + 1.80126\right)TPa, \\
&\alpha_{11}^{CNT} = \left(+1.13253\times10^{-8}T^3 - 2.88155\times10^{-5}T^2 + 0.02289T \right. \\
&\qquad\qquad \left. -1.12148\right)\times10^{-6}/K, \\
&\alpha_{22}^{CNT} = \left(-3.56332\times10^{-12}T^3 + 3.13525\times10^{-7}T^2 - 9.95498\times10^{-4}T \right. \\
&\qquad\qquad \left. +5.43874\right)\times10^{-6}/K.
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

Bảng 1.1. Tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ của (10,10) armchair SWCNT [119] ($h = 0.067$ nm; $R = 0.68$ nm; $L = 9.26$ nm; $\nu_{12}^{CNT} = 0.175$).

Nhiệt độ (K)	E_{11}^{CNT} (TPa)	E_{22}^{CNT} (TPa)	G_{12}^{CNT} (TPa)	α_{11}^{CNT} ($\times10^{-6}$/K)	α_{22}^{CNT} ($\times10^{-6}$/K)
300	5.6466	7.0800	1.9445	3.4584	5.1682
500	5.5308	6.9348	1.9643	4.5361	5.0189
700	5.4744	6.8641	1.9644	4.6677	4.8943

Bảng 1.2. Mô đun Young và tham số hiệu quả của FG-CNTRC [120] (T=300K)

V_{CNT}^*	MD [49]		Quy tắc hỗn hợp			
	E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	E_{11} (GPa)	η_1	E_{22} (GPa)	η_2
0.12	94.6	2.9	94.78	0.137	2.9	1.022
0.17	138.9	4.9	138.68	0.142	4.9	1.626
0.28	224.2	5.5	224.50	0.141	5.5	1.585

CNT được giả thiết như một tập hợp các nguyên tử riêng lẻ trong các mô phỏng MD. Các đặc tính vật liệu phụ thuộc vào quy mô và nhiệt độ đối với airmchair (10,10) SWCNT có thể thu được bằng số. Các kết quả điển hình được liệt kê trong Bảng 1.2.

Để áp dụng thành công quy luật hỗn hợp vào FG-CNTRC thì cần xác định được tham số hiệu quả CNT $\eta_i\left(i = 1,2,3\right)$. Tuy nhiên, chưa có thí nghiệm nào được thực

hiện để xác định giá trị của η_i đối với CNTRC. Vì vậy, ước tính của các tham số hiệu quả CNT η_1 và η_2 bằng cách so sánh các mô đun Young E_{11} và E_{22} của CNTRC thu được theo quy tắc hỗn hợp với các mô phỏng MD do Han và Elliott [49] đưa ra.

Qua so sánh, có thể thấy rằng các mô đun Young thu được từ quy tắc hỗn hợp và mô phỏng MD có thể khớp rất tốt nếu các tham số hiệu quả CNT η_1 và η_2 được chọn phù hợp như trong Bảng 1.2. Lưu ý rằng không có kết quả MD cho mô đun trượt G_{12}^{CNT} [49], nên có thể giả định rằng $\eta_2 = \eta_3$ và $G_{12} = G_{13} = G_{23}$.

1.2.2. Ổn định và sau mất ổn định

Các dạng phổ biến của đường cong tải trọng-độ võng lớn nhất của các kết cấu tấm và vỏ được mô tả như trong hình 1.2.

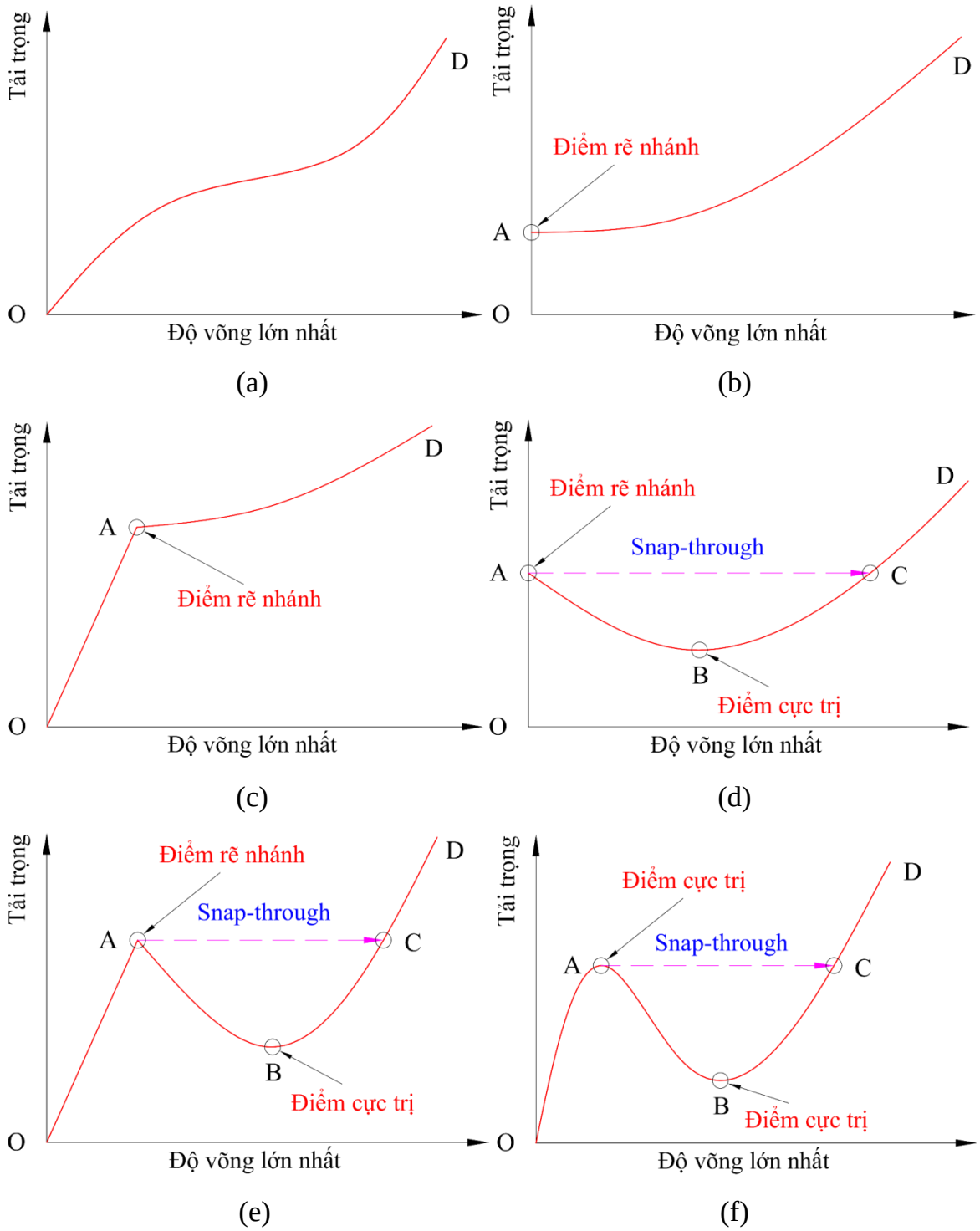
Trường hợp đầu tiên được thể hiện trong hình 1.2a, khi tải trọng tăng thì độ võng cũng tăng, kết cấu chuyển trạng thái một cách trơn và liên tục.

Trường hợp tiếp theo như thể hiện trong hình 1.2b, ở giai đoạn đầu khi tải trọng tăng thì độ võng bằng không kết cấu làm việc trong trạng thái màng, cho tới khi đạt tới giá trị tải trọng tại điểm A thì bắt đầu xuất hiện độ võng, và đường cong tiếp tục đi lên theo hướng AD. Điểm A ở đây được gọi là điểm rẽ nhánh, tương ứng với vị trí kết cấu bị mất ổn định kiểu rẽ nhánh. Ở giai đoạn đầu của đường cong AD, độ võng lớn nhất tăng rất nhanh khi tải trọng chỉ tăng nhẹ, và sau đó tốc độ tăng của độ võng lớn nhất theo tải trọng chậm dần.

Trường hợp thứ ba được mô tả trong hình 1.2c, trong trường hợp này ở giai đoạn đầu độ võng thường tăng gần như tuyến tính theo tải trọng cho tới khi đạt tới điểm rẽ nhánh A, tiếp theo đường cong tiếp tục đi lên theo hướng AD tương tự như trường hợp trước. Dạng đường cong này thường thấy ở những kết cấu dạng vỏ trụ và vỏ trống. Đoạn OA được gọi là đường thẳng trước mất ổn định và AD là đường cong sau mất ổn định (OAD thường được gọi chung là đường cong sau mất ổn định – postbuckling curve).

Trường hợp thứ tư thể hiện trong hình 1.2d, tương tự như trường hợp thứ hai, ở giai đoạn đầu trước mất ổn định độ võng bằng không khi tải trọng tăng cho tới khi đạt tới điểm rẽ nhánh A. Đường cong đi xuống và đạt tới điểm cực tiểu B rồi tiếp tục đi lên theo đường cong BCD. Đây là các đường cong lý thuyết, thực tế khi tải trọng

đạt tới giá trị tới hạn tại điểm A, kết cấu sẽ chuyển trạng thái một cách đột ngột từ điểm A sang điểm C và độ võng của kết cấu tăng một cách đột ngột.



Hình 1.2. Các dạng phổ biến của đường cong tải trọng-độ võng lớn nhất của các kết cấu tấm và vỏ

Hiện tượng này được gọi là hiện tượng snap-through hoặc snap-buckling (tạm dịch là hiện tượng mất ổn định đột ngột hoặc chuyển trạng thái đột ngột, một số tài

liệu dịch là hiện tượng "hóp" – do chưa có thuật ngữ đủ sát nghĩa nên trong luận án sử dụng thuật ngữ tiếng Anh phổ biến là snap-through). Nếu bỏ qua các ảnh hưởng của quán tính, trạng thái của kết cấu sẽ tiếp tục đi lên theo đường cong CD.

Trường hợp thứ năm trong hình 1.2e cũng tương tự trường hợp thứ tư, khác biệt ở đây là đoạn thẳng trước mất ổn định OA xiên, và kết cấu không làm việc trong trạng thái màng trong đoạn này.

Trường hợp cuối cùng như trên hình 1.2f, khi tải trọng tăng thì độ võng cũng tăng theo một quy luật phi tuyến theo đường cong OA, sau khi đạt tới điểm cực đại A, đường cong đi xuống điểm cực tiểu B và tiếp tục tăng theo đường cong BCD. Thực tế là khi đạt tới điểm cực đại A kết cấu sẽ chuyển trạng thái đột ngột sang điểm C và đây cũng là hiện tượng snap-through.

Tải trọng tại điểm A trong các hình trên được gọi là tải mất ổn định cận trên (upper buckling load) và tải trọng tại điểm B được gọi là tải mất ổn định cận dưới (lower buckling load). Khi dỡ tải, trạng thái của kết cấu sẽ đi theo đường DCB và sau đó thay đổi trạng thái một cách đột ngột về điểm có tải trọng tương ứng với điểm B nằm trên đường OA. Hiện tượng này gọi là hiện tượng snap-back. Tuy vậy luận án chủ yếu chỉ xem xét tới hiện tượng mất ổn định khi chất tải, vì vậy các khảo sát chủ yếu tập trung vào tải mất ổn định cận trên và hiện tượng snap-through. Tải trọng mất ổn định cận trên bé nhất nhận được trong tất cả các mode mất ổn định được gọi là tải mất ổn định tới hạn (Critical buckling load).

Việc đánh giá khả năng chịu tải của kết cấu sau mất ổn định có ý nghĩa quan trọng trong cơ học và kỹ thuật. Các vị trí mà đường cong tải trọng-độ võng không khả vi như tại điểm rẽ nhánh có nguy cơ làm cho kết cấu bị phá hoại và không còn làm việc trong trạng thái bình thường theo thiết kế. Hiện tượng snap-through là hiện tượng đặc biệt nguy hiểm cho kết cấu khi độ võng tăng một cách đột ngột theo tải trọng, bước nhảy về độ võng này hay còn gọi là cường độ snap-through (snap-through intensity) càng lớn thì nguy cơ kết cấu bị phá hoại càng cao.

1.2.3. Các nghiên cứu về ứng xử cơ nhiệt của tấm và vỏ FGM và FG-CNTRC

1.2.3.1. Kết cấu tấm và vỏ FGM

Trong suốt gần hai thập kỷ vừa qua, nhiều tác giả trong nước và quốc tế đã tập trung nghiên cứu một cách tương đối toàn diện về ứng xử cơ nhiệt của các kết cấu

tấm và vỏ khác nhau, chịu các dạng tải trọng, bằng các lý thuyết và phương pháp khác nhau. Các kết cấu tấm, panel trụ và vỏ thoải hai độ cong FGM là các kết cấu được nhiều tác giả quan tâm nhất với nhiều các nghiên cứu khác nhau được công bố.

Tác giả Nguyễn Đình Đức và Hoàng Văn Tùng [7, 28] đã nghiên cứu ổn định phi tuyến của tấm và panel trụ FGM chịu tải cơ và nhiệt dựa trên lý thuyết tấm cổ điển và phương pháp Galerkin [1]. Các thành phần phi tuyến hình học dựa trên giả thiết của von Kármán và các sự không hoàn hảo về hình dạng của tấm cũng được xét tới. Bằng tiếp cận tương tự, Nguyễn Đình Đức và Phạm Hồng Công [29] đã phát triển cho tấm Sigmoid FGM trên nền đàn hồi, trong đó lý thuyết biến dạng trượt bậc cao (HSDT) của Reddy và mô hình nền hai hệ số của Pasternak được áp dụng. Shen và Wang [125] cũng đã sử dụng HSDT của Reddy để phân tích dao động phi tuyến của panel trụ FGM trên nền đàn hồi bằng phương pháp nhiễu hai bước. Trong nghiên cứu này hai mô hình vi mô được sử dụng là mô hình Voigt và Mori-Tanaka, và các kết quả số cho thấy cả hai mô hình này đều có thể dự đoán tốt ứng xử dao động của kết cấu. Nguyễn Văn Long và các cộng sự [89] đã nghiên cứu đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong sandwich FGM chịu áp lực nổ dưới nước theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (FSDT). Phương pháp Galerkin và Runge-Kutta đã được sử dụng để khảo sát các ảnh hưởng của các thông số hình học, vật liệu, khối lượng nổ và hệ số cản tuyến tính tới đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ. Chen và các cộng sự [20] đã nghiên cứu ổn định tuyến tính của tấm FGM áp điện chịu tải trọng phân bố không đều, tải nhiệt và tải điện bằng phương pháp Galerkin phần tử tự do. Ứng suất của giai đoạn trước mất ổn định được mô phỏng bằng cách sử dụng bài toán ứng suất phẳng, và lý thuyết tấm của Mindlin được sử dụng cho giai đoạn sau mất ổn định.

Kết cấu vỏ trụ tròn FGM cũng là một kết cấu phổ biến trong các kết cấu kỹ thuật, và cũng được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Huang và Han [53-55] đã nghiên cứu ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGM chịu áp lực ngoài, nén dọc trụ và tải xoắn theo lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học của von Kármán. Dạng nghiệm ba số hạng được lựa chọn và phương pháp năng lượng Ritz được sử dụng để xác định dạng hiển của tải tới hạn và các liên hệ của tải trọng và độ võng lớn nhất của vỏ. Trong các nghiên cứu này, hàm ứng suất được đưa vào và ứng suất trung bình theo hướng vòng của vỏ được xác định thông qua điều kiện chu vi

kín. Shen [118] đã phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGM chịu nén dọc trục có nền đàn hồi Pasternak bao quanh theo HSDT và phương pháp nhiễu hai bước. Ổn định động của vỏ trụ FGM chịu tải xoắn thay đổi tuyến tính theo thời gian đã được nghiên cứu bởi Sofiyev và Schnack [131], trong đó phương pháp Galerkin và nguyên lý Lagrange–Hamilton đã được áp dụng. Sofiyev [132] đã phân tích đáp ứng động của vỏ trụ FGM chịu tải kéo dọc trục, áp lực trong và ngoài theo dạng đai với vận tốc cố định. Đào Huy Bích và Nguyễn Xuân Nguyên [13] đã sử dụng lý thuyết vỏ Donnell cải tiến [17] để phân tích dao động phi tuyến của vỏ trụ FGM chịu áp lực ngoài. Thành phần độ cong do biến dạng của vỏ được xét đến và hệ phương trình cân bằng được thiết lập theo các thành phần chuyển vị. Ổn định và sau mất ổn định của vỏ trống FGM với bề dày thay đổi cũng đã được nghiên cứu bởi nhóm tác giả Trần Ích Thịnh và các cộng sự [142] dựa trên lý thuyết vỏ Donnell cải tiến và giả thiết của Stein và McElman [57, 137].

1.2.3.2. Kết cấu tấm vỏ FGM có sườn tăng cứng

Trong nhiều kết cấu kỹ thuật, để đảm bảo kết cấu có độ cứng cao và khối lượng nhẹ, các kết cấu dạng tấm và vỏ thường được tăng cứng bởi các sườn tăng cứng. Các kết cấu tấm và vỏ FGM tăng cứng bằng các sườn tăng cứng lệch tâm cũng được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu.

Để không làm mất ý nghĩa của FGM về tính liên tục của vật liệu theo bề dày thành kết cấu, có hai phương án thiết kế sườn cho kết cấu tấm vỏ FGM đã được đề xuất. GS.TSKH. Đào Huy Bích và các cộng sự [11] đã đề xuất thiết kế sườn đẳng hướng và cùng loại vật liệu với bề mặt gắn sườn. Trong khi đó Najafizadeh và các cộng sự [98] đã thiết kế sườn FGM cho kết cấu vỏ FGM, trong đó kỹ thuật san tác dụng sườn của Lekhnitskii [77] đã được cải tiến dựa trên lý thuyết dầm FGM cổ điển. Hai phương án này sau đó được nhiều nhóm tác giả khác nhau áp dụng và phát triển cho nhiều trường hợp kết cấu FGM có sườn tăng cứng khác nhau.

Áp dụng đề xuất về sườn đẳng hướng cho kết cấu FGM [11] nhiều nghiên cứu đã phân tích ổn định và động lực của nhiều kết cấu tấm, vỏ FGM khác nhau, bao gồm tấm, panel trụ, vỏ thoải hai độ cong và vỏ trụ tròn [4-6, 11, 12, 14, 15, 35]. Các nghiên cứu đều sử dụng lý thuyết vỏ Donnell với tính phi tuyến hình học của von Kármán, sử dụng hàm ứng suất và phương pháp Galerkin để giải bài toán. Nhìn chung phương

án này có ưu điểm là dễ thiết kế, chế tạo với chi phí thấp. Tuy vậy nó có nhược điểm là nếu sườn ở mặt ceramic thì được làm bằng ceramic, đây là vật liệu giòn và dễ nứt dưới tải trọng lớn. Trong khi đó nếu sườn ở mặt kim loại thì sườn được làm bằng kim loại, với mô đun Young tương đối nhỏ, làm tăng khối lượng sườn để đạt được một hiệu quả nhất định.

Trong khi đó phương án thiết kế sườn FGM cũng có những ưu và nhược điểm riêng, nó giải quyết được nhược điểm của phương án thiết kế sườn đẳng hướng do sườn ceramic có thể dễ bị nứt khi chịu tải cơ và nhiệt. Ngược lại nhược điểm của nó là khó khăn trong thiết kế, chế tạo dẫn tới chi phí xây dựng cao. Nhiều nhóm tác giả cũng đã áp dụng phương án này cho các trường hợp khác nhau [2, 16, 27, 33, 34, 36, 37]. Kỹ thuật san tác dụng sườn FGM cũng đã được phát triển cho các trường hợp sườn theo FSDT [2, 16], theo HSDT [27, 36, 37], và có bổ sung các thành phần nhiệt trong sườn [2, 15, 27, 36, 37].

Nhóm tác giả của PGS.TS. Vũ Hoài Nam đã phát triển kỹ thuật san tác dụng sườn cho sườn xiên có bao gồm các thành phần nhiệt của sườn (sườn xoắn ốc trong trường hợp vỏ trụ) trong khuôn khổ của lý thuyết vỏ Donnell [99, 101, 106], FSDT [100] và HSDT [102]. Các nghiên cứu đều chỉ ra rằng, dù việc thiết kế sườn xiên mang lại nhiều khó khăn trong công tác thiết kế, chế tạo kết cấu, nhưng hiệu quả của nó mang lại là đáng kể so với sườn trực giao. Góc xiên hiệu quả nhất của sườn cũng đã được khảo sát chi tiết trong từng trường hợp. Hiệu quả vượt trội của sườn xiên so với sườn trực giao có thể quan sát rõ nhất trong trường hợp vỏ trụ chịu tải xoắn [99, 106].

1.2.3.3. Kết cấu tấm và vỏ FG-CNTRC

Tương tự như FGM, FG-CNTRC cũng là vật liệu được nhiều các nhóm tác giả khác nhau trên thế giới quan tâm đặc biệt. Với đặc điểm cơ học đặc biệt, vừa mang đặc điểm của FGM vừa mang đặc điểm của vật liệu composite cốt sợi, các phân tích ứng xử cơ học của kết cấu FG-CNTRC đã chỉ ra nhiều hiệu ứng đặc biệt thú vị.

Shen [119] đã trình bày một nghiên cứu về bài toán uốn phi tuyến của tấm FG-CNTRC có bốn cạnh đặt trên gối chịu áp lực ngoài phân bố đều hoặc phân bố hình sin trong môi trường nhiệt. Các tính chất vật liệu của CNT được coi là phụ thuộc vào nhiệt độ và thu được từ các mô phỏng động lực học phân tử. Các tính chất vật liệu của FG-CNTRC được ước tính thông qua mô hình vi cơ. Các phương trình chủ đạo

dựa trên HSDT với tính phi tuyến hình học theo nghĩa của von Kármán và có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Kỹ thuật nhiễu hai bước được sử dụng để xác định các đường cong tải trọng-độ võng và mômen uốn - tải trọng. Kết quả cho thấy rằng các đường cong tải trọng-mômen uốn của tấm có thể được tăng lên đáng kể với các quy luật phân bố CNT phù hợp.

Shen và Zhang [120] đã nghiên cứu ứng xử ổn định và sau mất ổn định nhiệt của tấm FG-CNTRC chịu sự thay đổi nhiệt độ trong mặt phẳng. Dựa trên cách tiếp cận đa quy mô, các minh họa số được thực hiện cho các tấm FG-CNTRC đối xứng hoàn hảo và không hoàn hảo với các giá trị khác nhau của tỷ phần thể tích CNT. Wang và Shen [149] đã phân tích dao động biên độ lớn của các tấm FG-CNTRC trên nền đàn hồi trong môi trường nhiệt. Các phương trình chuyển động dựa trên HSDT bao gồm tương tác tấm-nền. Các hiệu ứng nhiệt cũng được xét tới và các tính chất vật liệu của FG-CNTRC được coi là phụ thuộc vào nhiệt độ. Các phương trình chuyển động được giải bằng kỹ thuật nhiễu cải tiến để xác định tần số phi tuyến của các tấm. Các kết quả số cho thấy tần số dao động cơ bản cũng như tỷ lệ tần số tuyến tính và phi tuyến tính tăng lên khi tăng tỷ phần thể tích CNT. Kết quả cũng cho thấy tần số dao động cơ bản giảm nhưng tỷ lệ tần số tuyến tính và phi tuyến tính tăng lên khi tăng sự thay đổi nhiệt độ hoặc bằng cách giảm độ cứng của nền. Shen [129] và Shen và Xiang [126] đã phân tích ứng xử sau mất ổn định của panel trụ FG-CNTRC đặt trên nền đàn hồi chịu áp lực ngoài và nén dọc trục trong môi trường nhiệt. Tương tác tấm-nền và các thành phần ứng suất nhiệt cũng được xem xét và các đặc tính vật liệu của FG-CNTRC được coi là phụ thuộc vào nhiệt độ. Kỹ thuật nhiễu hai bước được sử dụng để xác định tải trọng mất ổn định và các đường cong sau mất ổn định. Bằng các kỹ thuật tương tự, dao động phi tuyến của panel trụ FG-CNTRC cũng đã được phân tích bởi Shen và Xiang [127]. Kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC cũng được đề cập trong nhiều nghiên cứu của Shen [121-123, 128] và Shen và Xiang [124] trong các bài toán ổn định đàn hồi, ổn định nhiệt và dao động phi tuyến chịu các loại tải trọng khác nhau. Các ảnh hưởng của CNT, các thông số hình học và vật liệu tới ứng xử của kết cấu cũng được khảo sát và phân tích chi tiết.

Bài toán ổn định của tấm FG-CNTRC chịu tải trượt trong môi trường nhiệt được nghiên cứu bởi Kiani [63]. FSDT được áp dụng để xây dựng các phương trình cơ bản

của tấm. Kiani [65] đã nghiên cứu ổn định nhiệt phi tuyến của tấm FG-CNTRC chịu tải trọng nhiệt tăng đều. Nguyên lý công ảo kết hợp với biểu thức Ritz với các hàm dạng được chọn và đa thức Chebyshev được sử dụng để thu được các phương trình cân bằng phi tuyến. Jam và Kiani [61] và Mirzaei và Kiani [95] đã phân tích ổn định đàn hồi và ổn định nhiệt tuyến tính của vỏ nón FG-CNTRC chịu áp lực ngoài. Các phương trình cân bằng của vỏ thu được dựa trên FSDT. Dạng tổng quát của các phương trình cân bằng và tập hợp đầy đủ các điều kiện biên thu được dựa trên nguyên lý công ảo. Tải tới hạn của vỏ được ước tính dựa trên phân tích màng tuyến tính. Các phương trình ổn định của vỏ thu được theo tiêu chuẩn cân bằng lân cận. Kiani [64] và Kiani và các cộng sự [67] đã nghiên cứu dao động tự do của các tấm và vỏ trụ xiên FG-CNTRC. Các biểu thức được phát triển từ hệ tọa độ Descartes được chuyển đổi thành hệ tọa độ xiên để thỏa mãn các điều kiện biên. Phương pháp Ritz có hàm dạng được phát triển theo quy trình Gram–Schmidt và đa thức Chebyshev tương ứng, được triển khai để xây dựng bài toán giá trị riêng của kết cấu. Mirzaei và Kiani [96] và Kiani [66] đã phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực của các panel trụ FG-CNTRC chịu tải trọng di động bằng FSDT. Để thiết lập bài toán giá trị riêng của hệ, phương pháp năng lượng Ritz với đa thức Chebyshev và quy trình Gram-Schmidt tương ứng làm hàm cơ sở được triển khai. Bài toán giá trị riêng được giải để thu được tần số dao động cơ bản của hệ cũng như các mode liên quan.

Lei và các cộng sự [74] và Liew và các cộng sự [87] đã phân tích ổn định tuyến tính và phi tuyến của tấm FG-CNTRC dưới các tải trọng cơ sử dụng phương pháp phần tử tự do kp-Ritz (element-free kp-Ritz method). FSDT được áp dụng và các hàm hạt nhân không lưới (mesh-free kernel particle functions) được sử dụng để tính gần đúng các trường chuyển vị hai chiều. Bằng tiếp cận tương tự, Lei và các cộng sự [75] đã phân tích ổn định động của panel trụ FG-CNTRC trong đó các miền mất ổn định chính được phân tích thông qua xấp xỉ đầu tiên của Bolotin. Lei và các cộng sự [76] và Zhang và các cộng sự [156] đã nghiên cứu ổn định của tấm xiên FG-CNTRC và dao động của tấm dày FG-CNTRC. FSDT được sử dụng để xây dựng hàm năng lượng có tính đến biến dạng trượt ngang và quán tính quay. Sử dụng xấp xỉ bình phương nhỏ nhất dịch chuyển cải tiến (Improved moving least squares-IMLS) và cực tiểu hàm năng lượng thông qua phương pháp Ritz, một phương trình giá trị riêng rời rạc

của bài toán đã được rút ra. Bằng cách sử dụng FSDT và phương pháp Galerkin, Sofiyev và các cộng sự [133-135] đã phân tích tĩnh, ổn định và dao động của vỏ nón cụt FG-CNTRC có và không có nền đàn hồi chịu tải áp lực ngoài và nén dọc trục.

Nhiều nhóm tác giả Việt Nam cũng quan tâm tới bài toán phân tích ứng xử cơ nhiệt của các kết cấu FG-CNTRC. Nhóm tác giả Nguyễn Đình Đức và các cộng sự [25, 30, 31, 109] đã thực hiện nhiều nghiên cứu về đáp ứng động của các kết cấu tấm, panel trụ và vỏ thoải hai độ cong FG-CNTRC dưới các loại tải trọng khác nhau, trong các trường hợp có và không có nền đàn hồi và đặt trong môi trường nhiệt. Các nghiên cứu sử dụng FSDT và HSDT, phương pháp Galerkin, và phương phát Runge-Kutta để khảo sát đáp ứng động lực của kết cấu.

Nhóm tác giả Hoàng Văn Tùng và các cộng sự [3, 8, 92, 51, 52, 143, 144] đã tập trung phân tích ảnh hưởng của điều kiện biên đàn hồi tới ứng xử ổn định tuyến tính và phi tuyến của các kết cấu tấm, panel trụ, vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC chịu các loại tải trọng cơ nhiệt và cơ nhiệt kết hợp. Trong khi các kết cấu tấm và panel trụ FG-CNTRC được phân tích theo FSDT và HSDT [90, 143] thì các kết cấu vỏ trụ và vỏ trống sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, giả thiết của Stein và McElman [57, 137] với dạng nghiệm ba số hạng mô phỏng trạng thái trước mất ổn định, sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến tương ứng [51, 52, 144].

Nhóm tác giả của GS. Trần Minh Tú cũng đóng góp một số nghiên cứu về kết cấu tấm và vỏ FG-CNTRC. Dao động tự do của tấm và vỏ thoải hai độ cong FG-CNTRC phân lớp sử dụng một lý thuyết tinh chỉnh bốn biến (Four-variable refined plate theory) mới đã được thực hiện bởi Trần Hữu Quốc và các cộng sự [108] và Vũ Văn Thẩm và các cộng sự [140, 141]. Trong đó nguyên lý Hamilton và kỹ thuật Navier đã được sử dụng. Đặng Xuân Hùng và các cộng sự [56] đã sử dụng phương pháp pb2-Ritz để phân tích dao động tự do của tấm FG-CNTRC theo FSDT. Các kết quả được so sánh và xác nhận độ tin cậy bằng các kết quả số của phần mềm thương mại ANSYS.

1.2.3.4. Kết cấu Auxetic

Được biết đến là loại vật liệu nhẹ và có khả năng hấp thụ xung lực tác động rất tốt do có hệ số Poisson âm, vật liệu Auxetic ngày càng được quan tâm nghiên cứu và ứng dụng trong nhiều ngành công nghiệp. Đối với kết cấu chịu tải trọng tĩnh, vật liệu Auxetic được thiết kế là lớp lõi nhẹ làm tăng độ lệch tâm của hai tấm chịu lực. Do

đó, tổng độ cứng của kết cấu được tăng lên đáng kể với sự gia tăng không đáng kể về khối lượng kết cấu. Đây cũng là một giải pháp tốt cho các kết cấu chịu tải trọng khác nhau. Vì vậy, ứng xử cơ học của kết cấu tấm vỏ Auxetic đã được đề cập trong nhiều công trình trong những năm gần đây.

Zhu và các cộng sự [158] đã nghiên cứu tần số và năng lượng dao động của tấm sandwich lõi Auxetic dựa trên HSDT, tính phi tuyến hình học của von Kármán và nguyên lý Hamilton, các phương trình chuyển động của tấm thu được, dao động tự do, dao động tắt dần và lực trong mặt phẳng của tấm được xem xét. Bằng cách sử dụng một kỹ thuật thuần nhất hóa, lõi Auxetic được thuần nhất về một lõi dị hướng tương đương. Cũng sử dụng kỹ thuật thuần nhất này, Nguyễn Văn Quyền và các cộng sự [109], đã phân tích dao động cưỡng bức của panel trụ FG-CNTRC với lõi Auxetic. Phạm Hoàng Anh và các cộng sự [9] đã khảo sát dao động tự do của vỏ thoải hai độ cong FGM có lõi Auxetic bằng cách sử dụng phương pháp Navier. Lê Ngọc Lý và các cộng sự [92] cũng sử dụng kỹ thuật này để phân tích ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có lõi Auxetic.

Lan và các cộng sự [71] đã so sánh số đáp ứng động của panel trụ sandwich có lõi nhôm rỗng, lõi tổ ong lục giác và lõi Auxetic tổ ong. Lõi Auxetic tổ ong cong được thiết kế và các mô hình phần tử hữu hạn được xây dựng bằng cách sử dụng phần mềm ABAQUS–Explicit. Các mô hình số đã hiệu chỉnh được sử dụng để mô phỏng đáp ứng động của các panel trụ chịu tải trọng nổ ngoài. Kết quả cho thấy rằng các panel trụ lõi Auxetic có hiệu quả tốt hơn so với lõi nhôm rỗng và lõi tổ ong lục giác khi chịu tải nổ. Ngoài ra các kết quả số cũng chỉ ra với sự gia tăng độ cong và độ dày của lớp mặt, khả năng chống nổ của các panel có lõi Auxetic tổ ong, lõi tổ ong lục giác và lõi rỗng tăng lên rõ rệt, đặc biệt là các tấm có lõi Auxetic tổ ong. Tiếp theo, Lan và các cộng sự [72] đã nghiên cứu thiết kế tối ưu panel trụ lõi Auxetic chóp kép (DAA). Hai trường hợp thiết kế tối ưu đã được xem xét, với trường hợp đầu tiên tập trung vào việc giảm độ võng và khối lượng của kết cấu, trong khi trường hợp hai tập trung vào việc giảm độ võng và tăng khả năng hấp thụ năng lượng trên một đơn vị khối lượng. Xiufang và các cộng sự [150] đã khảo sát tần số dao động riêng của tấm sandwich lõi Auxetic theo HSDT. Eipakchi và Nasrekani [40] đã trình bày một thuật toán để nghiên cứu dao động của vỏ trụ composite chịu áp suất chuyển động. Vỏ bao gồm ba lớp, trong đó các lớp trong và ngoài có đặc tính đàn hồi và đẳng hướng và

lớp lõi Auxetic tổ ong có hệ số Poisson âm. Các phương trình chuyển động thu được dựa trên lý thuyết vỏ Donnell và nguyên lý Hamilton. Để nghiên cứu độ nhạy của các tham số hình học và tính chất vật liệu đối với tần số dao động tự nhiên, vận tốc tới hạn và đáp ứng động, các khảo sát số đã được tiến hành. Li và các cộng sự [79-82] đã nghiên cứu ứng xử uốn, ổn định, đáp ứng động và dao động phi tuyến của tấm sandwich với lõi Auxetic lưới 3D. Hệ số Poisson hiệu dụng và tần số cơ bản của vật liệu Auxetic lưới 3D được phân tích và xác minh bằng các thí nghiệm tĩnh và dao động bằng cách sử dụng các mẫu được chế tạo bằng máy in 3D. Các kết quả số cho thấy rằng, lõi Auxetic có thể làm giảm đáng kể độ võng tĩnh và động, cũng như khả năng chịu tải sau mất ổn định của kết cấu so với trường hợp hệ số Poisson dương.

1.3. Tiềm năng ứng dụng của các kết cấu dạng tấm vỏ FG-CNTRC trong các kết cấu công trình

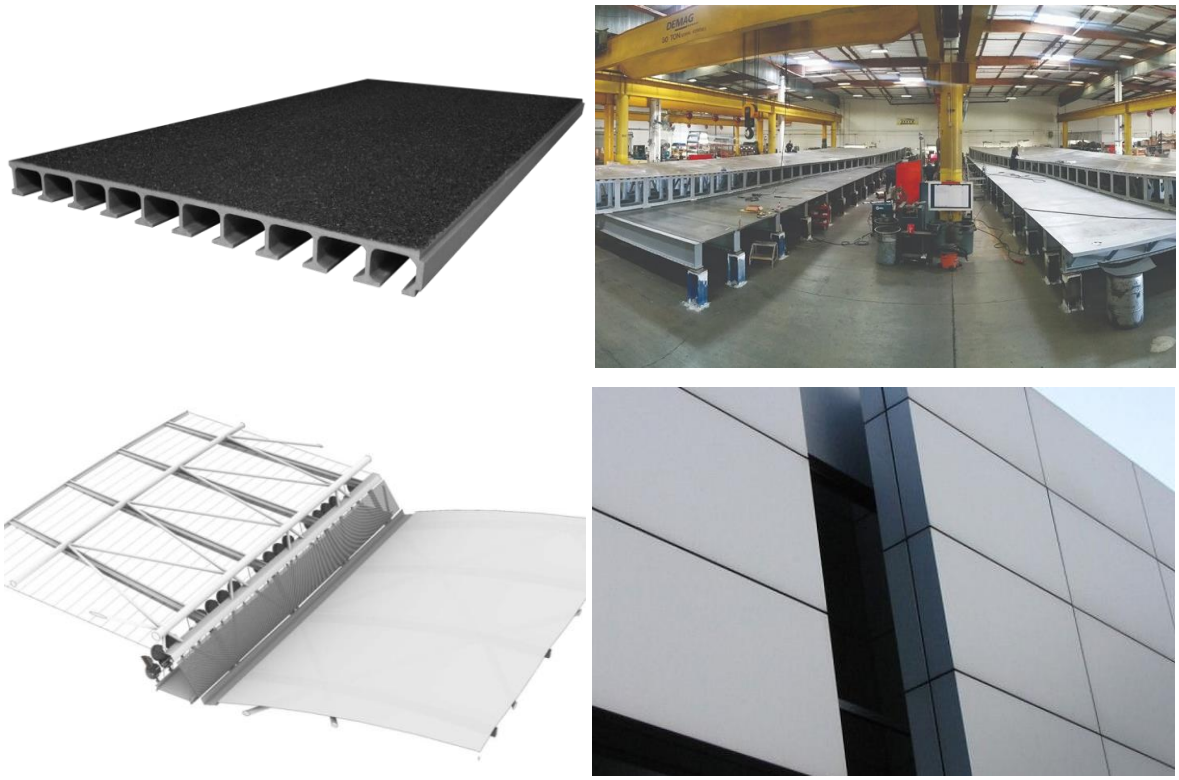
Với những đặc điểm vượt trội của FG-CNTRC so với các vật liệu kim loại và composite truyền thống, chúng cũng có tiềm năng lớn để áp dụng trong nhiều cấu kiện công trình và nhất là các công trình đặc biệt khi những yêu cầu đặc biệt khắt khe về khả năng chịu lực, độ bền và độ tin cậy. Với một số quy luật phân bố và tỷ lệ thể tích CNT nhất định, kết cấu FG-CNTRC có thể có mô đun Young cao hơn thép, không bị ăn mòn như kim loại, không có hiện tượng bong tách lớp cũng như phá hoại tại mặt liên kết giữa cốt và nền như composite truyền thống.

Một số ứng dụng tiềm năng cho kết cấu dạng vỏ trụ FG-CNTRC có thể nhận thấy như những đường ống vận chuyển nước, vận chuyển khí nén áp suất cao và các cấu kiện dạng trụ ống trong các công trình biển và các kết cấu công trình đặc biệt khác… (Hình 1.3) nơi mà ưu điểm về độ cứng, độ bền cao và khả năng chống ăn mòn của FG-CNTRC thể hiện vượt trội so với các cấu kiện kim loại và các loại vật liệu composite truyền thống.

Các kết cấu phù hợp để sử dụng FG-CNTRC khi chúng chịu tải trọng đặc biệt phức tạp, tuổi thọ tính toán lớn hoặc trong môi trường khắc nghiệt như công trình biển, công trình dầu khí hay công trình quân sự…

Bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC có sườn tăng cứng có thể ứng dụng cho một số kết cấu như bản mặt cầu nhẹ, sàn chịu lực, mái che và các cấu kiện khác… (Hình 1.4).

Hình 1.3. Ứng dụng của vỏ trụ composite trong kết cấu công trình [23, 73, 113]



Hình 1.4. Tiềm năng ứng dụng của tấm FG-CNTRC trong kết cấu công trình [24, 60, 70, 93]

1.4. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế và những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu

1.4.1. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế

Dựa trên các nghiên cứu về tấm và vỏ FG-CNTRC trong những năm vừa qua, có thể thấy những kết quả mà các nhà khoa học trong nước và quốc tế đạt được bao gồm:

1- Các bài toán **ổn định tĩnh tuyến tính và phi tuyến** của một số dạng tấm và vỏ FG-CNTRC chịu tải trọng cơ, nhiệt, và cơ-nhiệt kết hợp, có hoặc không có nền đàn hồi đã được tiến hành nghiên cứu một cách tương đối toàn diện dựa trên các lý thuyết và phương pháp khác nhau.

2- Đã khảo sát tương đối toàn diện bài toán ổn định động và **dao động tuyến tính và phi tuyến** của một số dạng tấm và vỏ FG-CNTRC chịu các điều kiện tải trọng khác nhau, theo các phương pháp khác nhau, có và không có nền đàn hồi.

3- Dù đã phân tích tương đối toàn diện các bài toán của các kết cấu FGM có sườn tăng cứng trong các trường hợp khác nhau, tuy vậy kết cấu tấm vỏ FG-CNTRC có sườn tăng cứng vẫn còn rất hạn chế.

4- Các nghiên cứu về kết cấu tấm vỏ FG-CNTRC có lõi Auxetic cũng chưa được đề cập đến nhiều trong các nghiên cứu.

1.4.2. Những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu

Từ tổng quan đã trình bày ở trên, tác giả luận án nhận thấy có một số vấn đề cần được nghiên cứu, đó là:

1- Tương tự như FGM, việc thiết kế sườn cho kết cấu FG-CNTRC đòi hỏi những yêu cầu đặc biệt. Trong đó, để không làm mất tính liên tục của vật liệu, giải pháp sườn cũng làm bằng vật liệu FG-CNTRC hoặc sườn làm cùng vật liệu với vật liệu nền có thể được xem xét. Tuy vậy, cần lưu ý rằng mô đun Young của FG-CNTRC lớn hơn vượt trội so với mô đun Young của vật liệu nền trong khi đó khối lượng thể tích của vật liệu nền và FG-CNTRC không chênh lệch đáng kể. Vì vậy xem xét tới tính hiệu quả về khối lượng trên lợi ích mang lại, sườn làm bằng FG-CNTRC là phương án tốt hơn về mặt kỹ thuật. Khó khăn phát sinh khi các kỹ thuật san tác dụng sườn cho vật liệu đẳng hướng và vật liệu FGM trước đây không phù hợp đối với FG-

CNTRC, vì vậy một kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-CNTRC cần được phát triển.

2- Phân tích ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của kết cấu tấm FG-CNTRC có sườn tăng cứng FG-CNTRC trong môi trường nhiệt. Trong đó HSDT được áp dụng, sử dụng hàm ứng suất và phương pháp Galerkin để giải cũng như khảo sát các ảnh hưởng của sườn FG-CNTRC và các thông số hình học vật liệu tới ứng xử ổn định của tấm.

3- Phân tích ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC có sườn tăng cứng chịu các dạng tải trọng khác nhau trong môi trường nhiệt. Trong đó dạng nghiệm ba số hạng được xem xét để mô phỏng các trạng thái trước mất ổn định, sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến của vỏ.

4- Phân tích ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC có lõi Auxetic. Qua đó đánh giá hiệu quả của lõi Auxetic tới khả năng chịu tải trước và sau mất ổn định của vỏ.

Chương 2. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG VỎ TRỤ FG-CNTRC TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC CHỊU ÁP LỰC NGOÀI HOẶC NÉN DỌC TRỤC TRONG MÔI TRƯỜNG NHIỆT

Trong chương này, luận án xem xét kết cấu công trình có dạng vỏ trụ FG-CNTRC được tăng cứng bằng hệ sườn FG-CNTRC theo hướng dọc hoặc theo hướng vòng của vỏ. Các kết cấu dạng này có thể được sử dụng nhiều trong các công trình như cọc hoặc trụ dạng ống cho cầu hoặc cho các công trình dân dụng và công nghiệp, các đường ống chịu lực và các cấu kiện khác.

Bài toán ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC cũng đã nhận được sự quan tâm đặc biệt của nhiều nhà nghiên cứu trong nước và trên thế giới, và đã có nhiều nghiên cứu tương đối toàn diện bằng các phương pháp, lý thuyết khác nhau. Tuy nhiên, có rất ít các phân tích và khảo sát về ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn tăng cứng. Như đã phân tích ở chương trước, việc thiết kế sườn cho các loại vật liệu cơ tính biến thiên nói chung cần có những yêu cầu đặc biệt để không làm mất tính liên tục của vật liệu.

Việc thiết kế sườn FG-CNTRC là một ý tưởng tốt về mặt kỹ thuật, nhưng nó lại làm nảy sinh một vấn đề khó khăn hơn về mặt toán học bởi về bản chất FG-CNTRC là một vật liệu dị hướng mạnh, trong khi các kỹ thuật san tác dụng sườn hiện có chủ yếu tập trung xây dựng cho sườn đẳng hướng hoặc sườn FGM – cũng là một vật liệu tương tự đẳng hướng. Vì vậy một kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-CNTRC cần được phát triển trong đó bao gồm cả các thành phần nội lực nhiệt trong sườn, trước khi thiết lập các hệ phương trình chủ đạo và giải bài toán ổn định phi tuyến của vỏ.

Chương này đề xuất một phương án thiết kế sườn làm bằng vật liệu FG-CNTRC cho kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC, với từng quy luật phân bố CNT của vỏ được thiết kế với quy luật phân bố CNT nhất định. Kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến dành cho sườn FG-CNTRC được phát triển dựa trên lý thuyết dầm dị hướng kết hợp với ý tưởng san tác dụng sườn cổ điển của Lekhniskii. Một cách tiếp cận giải tích để nghiên cứu ổn định phi tuyến của các vỏ trụ FG-CNTRC có sườn với các cạnh biên đặt trên gối di động chịu tải áp lực ngoài hoặc nén dọc trục trong môi trường nhiệt được trình

bày một cách chi tiết. Các phương trình chủ đạo được thiết lập dựa trên lý thuyết vỏ Donnell trong đó có kể đến tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Kármán và mô hình nền đàn hồi hai hệ số của Pasternak. Hàm ứng suất được sử dụng để đưa hệ phương trình chủ đạo về thành hệ hai phương trình đạo hàm riêng phi tuyến với một phương trình cân bằng và một phương trình tương thích biến dạng với hai ẩn hàm là độ võng và hàm ứng suất. Dạng nghiệm độ võng của vỏ được lựa chọn dưới dạng ba số hạng mô phỏng ba trạng thái của quá trình mất ổn định và sau mất ổn định của vỏ. Phương pháp Galerkin được áp dụng để thu được hệ phương trình cân bằng dưới dạng đại số phi tuyến và sau đó các liên hệ phi tuyến giữa tải và độ võng có thể nhận được sau một số biến đổi toán học, từ đó các biểu thức tải áp lực ngoài và nén dọc trục tới hạn của vỏ FG-CNTRC có sườn có thể thu được. Các khảo sát số được tiến hành để đánh giá các ảnh hưởng của sườn, các thông số vật liệu và hình học, nền đàn hồi Pasternak và nhiệt độ môi trường đến tải tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC. Dựa trên các khảo sát này, các thảo luận và nhận xét có ý nghĩa được thực hiện một cách chi tiết.

Nội dung chính của chương này đã được công bố trên 02 bài báo trên các tạp chí quốc tế ISI (SCIE) (Bài báo số 1 và 2 trong danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án)

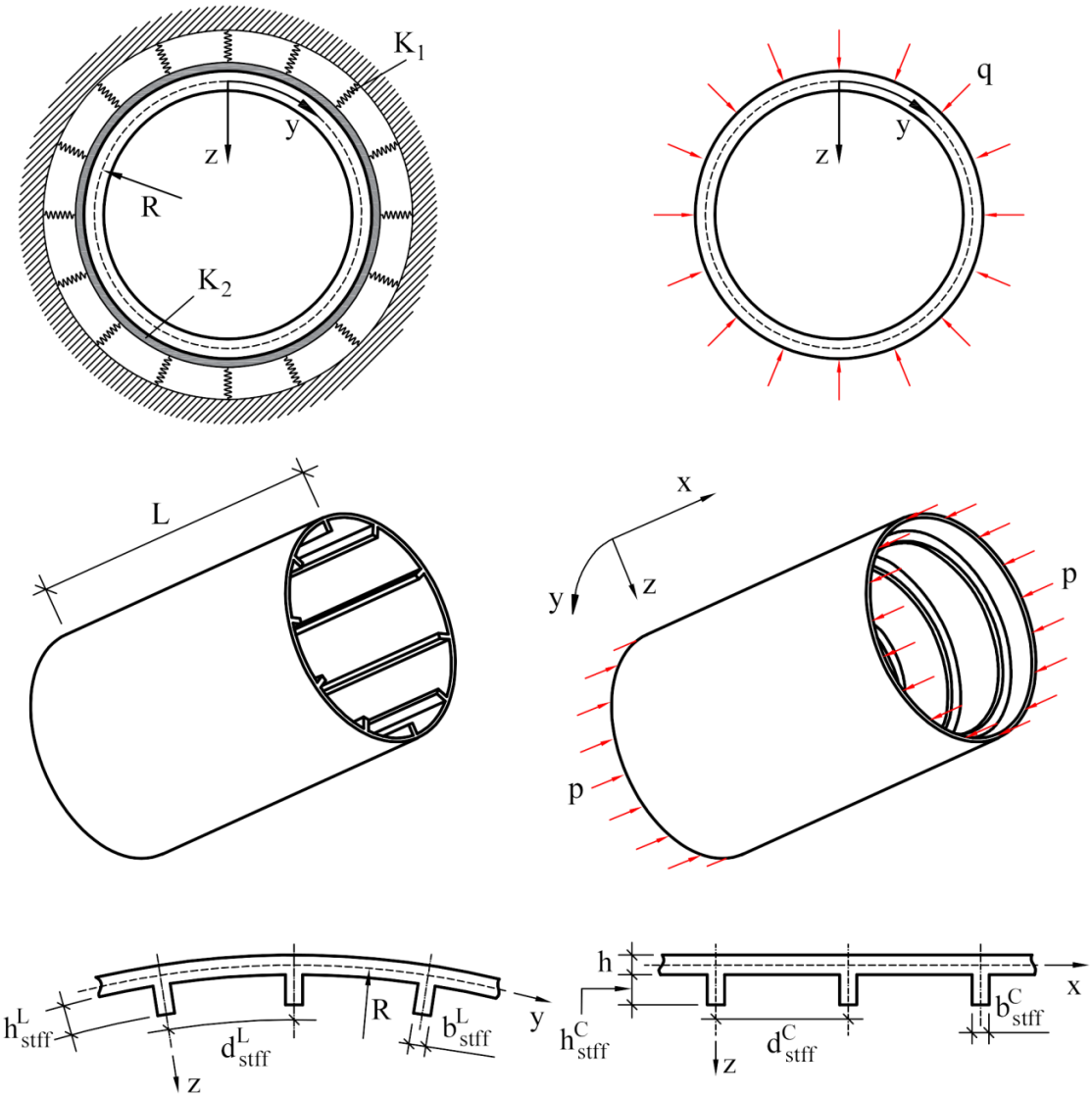
2.1. Vỏ trụ FG-CNTRC có sườn tăng cứng FG-CNTRC và các phương trình chủ đạo

Vỏ trụ FG-CNTRC trong luận án này được nghiên cứu có hệ tọa độ $Oxyz$ đặt ở mặt giữa của vỏ như trong Hình 2.1, trong đó trục Ox theo hướng dọc, trục Oy theo hướng vòng và trục Oz theo hướng bề dày của vỏ. Bề dày, chiều dài và bán kính trung bình đo từ mặt giữa được ký hiệu lần lượt là h, L và R. Vỏ chịu tải áp lực ngoài q phân bố đều trên bề mặt vỏ hoặc tải nén dọc trục p phân bố đều trên hai cạnh và được bao quanh bởi nền đàn hồi Pasternak hai hệ số.

Ngoài ra, vỏ trụ FG-CNTRC được tăng cứng bằng các sườn FG-CNTRC theo hướng vòng hoặc theo hướng dọc ở mặt trong của vỏ. Số lượng sườn theo hướng vòng và hướng dọc lần lượt được ký hiệu là n_{stff}^{C} và n_{stff}^{L}. Các sườn được giả thiết là nhỏ và được bố trí mau, phù hợp với các giả thiết của kỹ thuật san tác dụng sườn

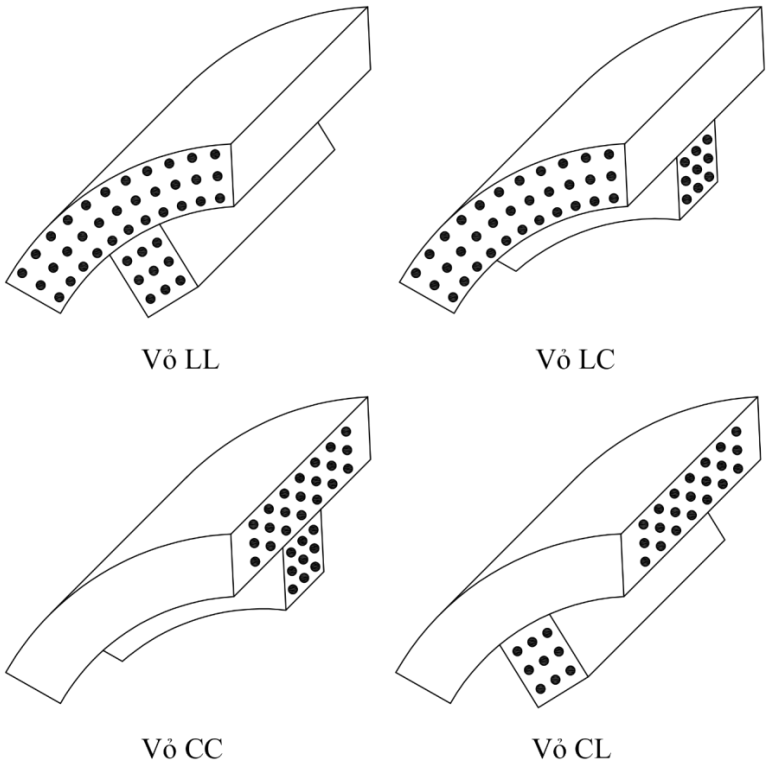
của Lekhnitskii. Luận án chỉ xem xét trường hợp sườn đặt theo hướng vòng hoặc hướng dọc vỏ mà chưa xem xét tới trường hợp sườn đặt theo cả hai hướng vòng và dọc.

Thêm vào đó, CNT trong vỏ có thể được đặt theo hướng vòng (Ký hiệu vỏ C) hoặc hướng dọc (Ký hiệu vỏ L). Ngược lại, đối với sườn tăng cứng, CNT luôn được bố trí cùng chiều với sườn tăng cứng, tức là sườn vòng (sườn C) hoặc sườn dọc (sườn L). Các thiết kế này tạo ra bốn trường hợp của vỏ có sườn: Vỏ L có sườn L (ký hiệu là vỏ LL), vỏ L có sườn C (ký hiệu là vỏ LC), vỏ C có sườn L (ký hiệu là vỏ CL) , vỏ C có sườn C (ký hiệu là vỏ CC) (Hình 2.2)



Hình 2.1. Các thông số hình học và hệ tọa độ của vỏ trụ FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC có nền đàn hồi bao quanh

Năm quy luật phân bố của CNT được xem xét là FG-X, FG-O, FG-V, FG-A và UD. Sự bong tách lớp giữa vỏ và sườn có thể được giảm thiểu nếu tính liên tục của vật liệu của kết cấu sườn vỏ được đảm bảo. Trong luận án này, ba thiết kế vỏ – sườn được đề xuất là vỏ FG-X, FG-O và UD được kết hợp với sườn FG-X, FG-O và UD tương ứng (Hình 2.3). Tuy nhiên, vỏ FG-V được tăng cứng bằng sườn FG-A và vỏ FG-A CNT được tăng cứng bằng sườn FG-V (Hình 2.3). Để ngắn gọn, quy luật phân bố CNT của vỏ và sườn được viết theo quy luật phân bố CNT của vỏ trong các nội dung tiếp theo.



Hình 2.2. Các trường hợp thiết kế hướng của CNT trong vỏ và sườn

Có thể nhận thấy rằng, bằng cách thiết kế như vậy, tỷ phần thể tích CNT tại các vị trí tiếp xúc giữa vỏ và sườn là liên tục với cả năm quy luật phân bố CNT được xem xét khi hướng gia cường CNT trong vỏ và trong sườn là giống nhau, tức là với vỏ LL và vỏ CC. Trong thực tế kỹ thuật, có thể không nhất thiết đảm bảo điều kiện này trong một số trường hợp nhất định, vì vậy luận án xem xét thêm cả hai trường hợp vỏ LC và vỏ CL khi CNT được đặt theo hai hướng khác nhau trong vỏ và sườn.

Các quy luật phân bố của tỷ phần thể tích CNT của vỏ được xem xét theo năm quy luật tuyến tính phổ biến như sau

$$V_{CNT}=\begin{cases} V_{CNT}^{*}, & -\dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2} \quad (\text{UD}) \\ V_{CNT}^{*}\dfrac{4|z|}{h}, & -\dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2} \quad (\text{FG-X}) \\ V_{CNT}^{*}\left(2-\dfrac{4|z|}{h}\right), & -\dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2} \quad (\text{FG-O}) \\ V_{CNT}^{*}\left(-\dfrac{2z}{h}+1\right), & -\dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2} \quad (\text{FG-V}) \\ V_{CNT}^{*}\left(\dfrac{2z}{h}+1\right), & -\dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2} \quad (\text{FG-A}) \end{cases} \tag{2.1}$$

Để phù hợp với quy luật phân bố CNT của vỏ, tỷ phần thể tích CNT của sườn được giả thiết tuân theo các hàm tuyến tính, như sau

$$V_{CNT}=\begin{cases} V_{CNT}^{*}, & \dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2}+h_{stff} \quad (\text{UD}) \\ V_{CNT}^{*}\left|\dfrac{-4z+2h+2h_{stff}}{h_{stff}}\right|, & \dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2}+h_{stff} \quad (\text{FG-X}) \\ V_{CNT}^{*}\left(2-\left|\dfrac{4z-2h-2h_{stff}}{h_{stff}}\right|\right), & \dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2}+h_{stff} \quad (\text{FG-O}) \\ V_{CNT}^{*}\left(\dfrac{-2z+h}{h_{stff}}+2\right), & \dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2}+h_{stff} \quad (\text{FG-V}) \\ V_{CNT}^{*}\left(\dfrac{2z-h}{h_{stff}}\right), & \dfrac{h}{2}\le z\le\dfrac{h}{2}+h_{stff} \quad (\text{FG-A}) \end{cases} \tag{2.2}$$

Luận án xem xét bài toán vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi, với các thành phần biến dạng được giả thiết là nhỏ dẫn tới liên hệ giữa ứng suất và biến dạng được giả thiết là tuyến tính, phù hợp với giả thiết của định luật Hooke. Ngoài ra các thành phần phi tuyến hình học của von Kármán được xét đến phù hợp với giả thiết độ võng lớn.

Xét trường hợp CNT được đặt theo hướng dọc vỏ (vỏ L), định luật Hooke ứng suất-biến dạng cho FG-CNTRC được sử dụng ở dạng như sau [53-55]

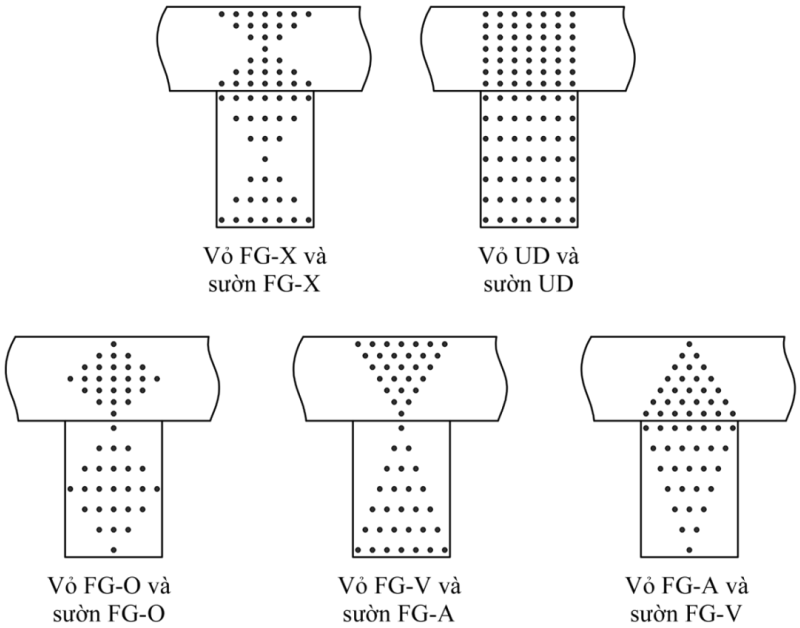
$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T \right), \tag{2.3}$$

trong đó

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\ Q_{22} = \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\ Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\ Q_{66} = G_{12}, \tag{2.4}$$

và ΔT là mức tăng nhiệt độ môi trường so với trạng thái tham chiếu. Các hằng số đàn hồi E_{11}, E_{22}, G_{12}, ν_{12}, ν_{21} và hệ số giãn nở nhiệt α_{11}, α_{22} được xác định theo các biểu thức (1.1)-(1.7).

Lưu ý: Trong trường hợp CNT được đặt theo hướng vòng của vỏ (vỏ C), định luật Hooke cho FG-CNTRC nhận được bằng cách thay các chỉ số dưới của các thành phần hằng số đàn hồi "11" thành "22" và ngược lại chỉ số dưới "22" thành "11" trong biểu thức (2.4).



Hình 2.3. Các kết hợp giữa vỏ và sườn với các phân bố CNT khác nhau

Lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học của von Kármán được sử dụng để xây dựng các phương trình chủ đạo về ứng xử ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của vỏ FG-CNTRC chịu áp lực ngoài hoặc nén dọc trục trong môi trường nhiệt. Lý thuyết vỏ Donnell là một lý thuyết vỏ kinh điển, phù hợp với các kết cấu vỏ có độ dày nhỏ. Cũng do chỉ xem xét với vỏ có độ dày nhỏ nên các thành phần biến dạng trượt ngang được giả thiết là nhỏ và được bỏ qua trong các liên hệ cơ bản.

Các thành phần chuyển vị $\bar{u},\bar{v}$ và $\bar{w}$ cách mặt giữa một khoảng z được viết như sau

$$\begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - z\dfrac{\partial w}{\partial x} \\ v - z\dfrac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix}, \tag{2.5}$$

trong đó các thành phần chuyển vị tại mặt giữa theo các hướng $x, y,$ và z được ký hiệu là u, v và w tương ứng.

Các biến dạng $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ và γ_{xy} cách mặt giữa một khoảng z được biểu diễn như sau

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 - z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y^0 - z\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy}^0 - 2z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}. \tag{2.6}$$

Các thành phần biến dạng của vỏ ở mặt giữa $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0,$ và γ_{xy}^0 được xác định là [17]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - \dfrac{w}{R} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix}. \tag{2.7}$$

Theo ý tưởng của Lekhnitskii, luận án cũng xem xét các sườn làm việc như các dầm chịu uốn phẳng, vỏ có sườn được thuần nhất về vỏ không sườn dị hướng tương đương bằng cách cộng tổng các thành phần độ cứng của sườn (sau khi được san theo hướng làm việc của sườn) vào các thành phần độ cứng của vỏ tương ứng. Kỹ thuật san tác dụng sườn của Lekhnitskii được thiết lập dựa trên lý thuyết dầm cổ điển (bỏ

qua các thành phần biến dạng trượt) và làm bằng vật liệu thuần nhất, đẳng hướng. Trong luận án này, sườn được làm bằng vật liệu FG-CNTRC, vì vậy các thành phần độ cứng của sườn được xác định theo lý thuyết dầm dị hướng (Các biểu thức của các thành phần độ cứng của dầm dị hướng được tham khảo trong công trình [130]) trước khi san tác dụng sườn và cộng dồn vào các thành phần độ cứng tương ứng của vỏ. Để phù hợp với lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học của von Kármán, lý thuyết dầm dị hướng cũng bỏ qua các thành phần biến dạng trượt phù hợp với các sườn có chiều cao nhỏ, trong đó các giả thiết liên hệ tuyến tính giữa ứng suất và biến dạng, hay liên hệ phi tuyến giữa biến dạng và chuyển vị cũng được chọn tương tự như lý thuyết vỏ được sử dụng. Khác với lý thuyết dầm đẳng hướng, liên hệ ứng suất – biến dạng của lý thuyết dầm dị hướng tương tự với lý thuyết vỏ tương ứng.

Biểu thức lực giãn N_x, N_y, N_{xy} và mô men M_x, M_y, M_{xy} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn có thể thu được bằng cách tính tổng độ cứng của vỏ và sườn, dạng tổng quát được viết dưới dạng

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ -\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_{1x}^T \\ \phi_{1y}^T \\ 0 \\ \phi_{2x}^T \\ \phi_{2y}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.8}$$

trong đó $\phi_{1x}^T, \phi_{1y}^T, \phi_{2x}^T, \phi_{2y}^T$ là các thành phần nội lực nhiệt của vỏ có sườn và độ cứng giãn, độ cứng kết hợp và độ cứng uốn của vỏ có sườn ký hiệu là A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} tương ứng.

Các thành phần độ cứng của vỏ có sườn dọc nhận được như sau

$$\left(A_{11}, B_{11}, D_{11}\right) = \left(A_{11}^{sh}, B_{11}^{sh}, D_{11}^{sh}\right) + \left(A_{11}^{stff-L}, B_{11}^{stff-L}, D_{11}^{stff-L}\right), \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned} &\left(A_{22}, A_{12}, A_{66}, B_{22}, B_{12}, B_{66}, D_{22}, D_{12}, D_{66},\right) \\ &\qquad = \left(A_{22}^{sh}, A_{12}^{sh}, A_{66}^{sh}, B_{22}^{sh}, B_{12}^{sh}, B_{66}^{sh}, D_{22}^{sh}, D_{12}^{sh}, D_{66}^{sh}\right), \end{aligned} \tag{2.10}$$

và với trường hợp sườn vòng, nhận được

$$\left(A_{22},B_{22},D_{22}\right)=\left(A_{22}^{sh},B_{22}^{sh},D_{22}^{sh}\right)+\left(A_{22}^{stff-C},B_{22}^{stff-C},D_{22}^{stff-C}\right), \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}&\left(A_{11},A_{12},A_{66},B_{11},B_{12},B_{66},D_{11},D_{12},D_{66},\right)\\&\qquad=\left(A_{11}^{sh},A_{12}^{sh},A_{66}^{sh},B_{11}^{sh},B_{12}^{sh},B_{66}^{sh},D_{11}^{sh},D_{12}^{sh},D_{66}^{sh}\right),\end{aligned} \tag{2.12}$$

trong đó $A_{ij}^{sh},B_{ij}^{sh},D_{ij}^{sh}$ là độ cứng của vỏ không sườn, tính bằng

$$\left(A_{ij}^{sh},B_{ij}^{sh},D_{ij}^{sh}\right)=\int_{\Pi}Q_{ij}\left(1,z,z^2\right)dz, \qquad \left(i,j=1,2,6\right) \tag{2.13}$$

với Π là miền chiều dày của vỏ.

Độ cứng của các sườn dọc $A_{11}^{stff-L},B_{11}^{stff-L},D_{11}^{stff-L}$ và của các sườn vòng $A_{22}^{stff-C},B_{22}^{stff-C},D_{22}^{stff-C}$ được tính toán như sau

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A_{11}^{stff-L} & B_{11}^{stff-L}\\ B_{11}^{stff-L} & D_{11}^{stff-L}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{A}_{11}^{L} & \hat{B}_{11}^{L}\\ \hat{B}_{11}^{L} & \hat{D}_{11}^{L}\end{bmatrix}\\&\quad-\begin{bmatrix}\hat{A}_{12}^{L} & 0 & \hat{B}_{12}^{L} & 0\\ \hat{B}_{12}^{L} & 0 & \hat{D}_{12}^{L} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{A}_{22}^{L} & 0 & \hat{B}_{22}^{L} & 0\\ 0 & \hat{A}_{66}^{L} & 0 & \hat{B}_{66}^{L}\\ \hat{B}_{22}^{L} & 0 & \hat{D}_{22}^{L} & 0\\ 0 & \hat{B}_{66}^{L} & 0 & \hat{D}_{66}^{L}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{A}_{12}^{L} & \hat{B}_{12}^{L}\\ 0 & 0\\ \hat{B}_{12}^{L} & \hat{D}_{12}^{L}\\ 0 & 0\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A_{22}^{stff-C} & B_{22}^{stff-C}\\ B_{22}^{stff-C} & D_{22}^{stff-C}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{A}_{11}^{C} & \hat{B}_{11}^{C}\\ \hat{B}_{11}^{C} & \hat{D}_{11}^{C}\end{bmatrix}\\&\quad-\begin{bmatrix}\hat{A}_{12}^{C} & 0 & \hat{B}_{12}^{C} & 0\\ \hat{B}_{12}^{C} & 0 & \hat{D}_{12}^{C} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{A}_{22}^{C} & 0 & \hat{B}_{22}^{C} & 0\\ 0 & \hat{A}_{66}^{C} & 0 & \hat{B}_{66}^{C}\\ \hat{B}_{22}^{C} & 0 & \hat{D}_{22}^{C} & 0\\ 0 & \hat{B}_{66}^{C} & 0 & \hat{D}_{66}^{C}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{A}_{12}^{C} & \hat{B}_{12}^{C}\\ 0 & 0\\ \hat{B}_{12}^{C} & \hat{D}_{12}^{C}\\ 0 & 0\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{2.15}$$

trong đó

$$\left(\hat{A}_{ij}^{L},\hat{B}_{ij}^{L},\hat{D}_{ij}^{L}\right)=\frac{b_{stff}^{L}}{d_{stff}^{L}}\int_{\Omega_L}Q_{ij}\left(1,z,z^2\right)dz, \qquad \left(i,j=1,2,6\right) \tag{2.16}$$

$$\left(\hat{A}_{ij}^{C},\hat{B}_{ij}^{C},\hat{D}_{ij}^{C}\right)=\frac{b_{stff}^{C}}{d_{stff}^{C}}\int_{\Omega_C}Q_{ij}\left(1,z,z^2\right)dz, \qquad \left(i,j=1,2,6\right) \tag{2.17}$$

với Ω_L là miền tích phân theo chiều cao của các sườn dọc $\left(\frac{h}{2} \le z \le \frac{h}{2} + h_{stff}^{L}\right)$, và Ω_C là miền tích phân theo chiều cao của các sườn vòng $\left(\frac{h}{2} \le z \le \frac{h}{2} + h_{stff}^{C}\right)$.

Thành phần nội lực nhiệt của kết cấu vỏ có sườn L có thể được xác định như sau

$$\phi_{1x} = \phi_{1x}^{sh} + \phi_{1x}^{stff}, \qquad \phi_{1y} = \phi_{1y}^{sh}, \tag{2.18}$$

và vỏ có sườn C nhận được

$$\phi_{1x} = \phi_{1x}^{sh}, \qquad \phi_{1y} = \phi_{1y}^{sh} + \phi_{1y}^{stff}, \tag{2.19}$$

trong đó các thành phần nhiệt của vỏ được xác định bằng cách tính tổng

$$\phi_{1x}^{sh} = \int_{\Pi} \left(Q_{11}\alpha_{11} + Q_{12}\alpha_{22}\right)\Delta T dz, \;\; \phi_{1y}^{sh} = \int_{\Pi} \left(Q_{22}\alpha_{22} + Q_{12}\alpha_{11}\right)\Delta T dz, \tag{2.20}$$

và đối với sườn C và sườn L lần lượt được trình bày bởi

$$\phi_{1x}^{stff} = \frac{b_{stff}^{L}}{d_{stff}^{L}} \int_{\Omega_L} \left(Q_{11}\alpha_{11} + Q_{12}\alpha_{22}\right)\Delta T dz, \phi_{1y}^{stff} = \frac{b_{stff}^{C}}{d_{stff}^{C}} \int_{\Omega_C} \left(Q_{11}\alpha_{11} + Q_{12}\alpha_{22}\right)\Delta T dz. \tag{2.21}$$

Phương trình tương thích biến dạng có thể thu được trực tiếp từ phương trình (2.7), như sau

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y^0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}^0}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \tag{2.22}$$

Hệ phương trình cân bằng theo lý thuyết vỏ Donnell phi tuyến có thể được áp dụng như sau [3]

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{N_y}{R} \tag{2.23}$$

$$+ N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -q + K_1 w - K_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right),$$

trong đó K_1(N/m^3) và K_2(N/m) là độ cứng của nền đàn hồi của Pasternak.

Hàm ứng suất χ có thể được đưa vào, trong đó ba điều kiện có thể được thỏa mãn như sau

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}=N_x,\qquad \frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}=N_y,\qquad \frac{\partial^2\chi}{\partial x\partial y}=-N_{xy}. \tag{2.24}$$

Nếu tìm được hàm ứng suất đề xuất thỏa mãn ba phương trình (2.24) thì hai phương trình đầu tiên của phương trình (2.23) được thỏa mãn đồng nhất.

Phương trình thứ ba của phương trình (2.23) có thể được viết lại bằng cách thế các phương trình (2.8) và (2.24) vào phương trình này, dẫn đến

$$\begin{aligned}\Theta\equiv{}& D_{11}^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\left(D_{12}^*+D_{21}^*+4D_{66}^*\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}^*\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\\&+B_{21}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}-\left(B_{11}^*+B_{22}^*-2B_{66}^*\right)\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2\partial y^2}-B_{12}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial y^4}-\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\&-\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+2\frac{\partial^2\chi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}-q+K_1 w-K_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=0.\end{aligned} \tag{2.25}$$

Viết lại phương trình tương thích biến dạng (2.22) bằng cách kết hợp với các phương trình (2.8) và (2.24), dẫn tới

$$\begin{aligned}&A_{11}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}+\left(A_{66}^*-2A_{12}^*\right)\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2\partial y^2}+A_{22}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial y^4}+B_{21}^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+B_{12}^*\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\\&\quad+\left(B_{11}^*+B_{22}^*-2B_{66}^*\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0,\end{aligned} \tag{2.26}$$

trong đó

$$A_{11}^*=\frac{A_{11}}{\Delta},A_{22}^*=\frac{A_{22}}{\Delta},A_{12}^*=\frac{A_{12}}{\Delta},A_{66}^*=\frac{1}{A_{66}},\Delta=A_{11}A_{22}-A_{12}^2,$$

$$B_{11}^*=A_{22}^*B_{11}-A_{12}^*B_{12},B_{22}^*=A_{11}^*B_{22}-A_{12}^*B_{12},B_{12}^*=A_{22}^*B_{12}-A_{12}^*B_{22},$$

$$B_{21}^*=A_{11}^*B_{12}-A_{12}^*B_{11},B_{66}^*=B_{66}/A_{66},$$

$$D_{11}^*=D_{11}-B_{11}B_{11}^*-B_{12}B_{21}^*,\ D_{22}^*=D_{22}+B_{12}B_{12}^*-B_{22}B_{22}^*,$$

$$D_{12}^*=D_{12}-B_{11}B_{12}^*-B_{12}B_{22}^*,D_{21}^*=D_{12}-B_{12}B_{11}^*-B_{22}B_{21}^*,$$

$$D_{66}^*=D_{66}-B_{66}B_{66}^*,\ D_{14}^*=B_{11}A_{11}^*-B_{12}A_{21}^*,$$

$$D_{24}^*=B_{12}A_{11}^*-B_{11}A_{12}^*,D_{15}^*=B_{12}A_{22}^*-B_{22}A_{12}^*,\ D_{25}^*=B_{22}A_{11}^*-B_{12}A_{12}^*.$$

Ứng xử ổn định và sau mất ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC chịu áp lực ngoài được bao quanh bởi nền đàn hồi của Pasternak trong môi trường nhiệt được phân tích bằng cách kết hợp các phương trình tương thích và cân bằng (2.25) và (2.26).

2.2. Điều kiện biên và phương pháp giải

Trong luận án này, vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực ngoài với điều kiện biên gối di động ở các cạnh được xem xét như sau:

$$\text{Tại } x=0,L: \quad w=0, M_x=0, N_x=-ph, N_{xy}=0. \tag{2.27}$$

Độ võng của vỏ thỏa mãn điều kiện biên (2.27) theo nghĩa gần đúng được chọn ở dạng ba số hạng như sau [53, 54]

$$w=\kappa_0+\kappa_1\sin\frac{m\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R}+\kappa_2\sin^2\frac{m\pi x}{L}, \tag{2.28}$$

trong đó m là số nửa sóng theo hướng dọc và n tương ứng là số sóng theo hướng chu vi; κ_0, κ_1 và κ_2 lần lượt là biên độ độ võng của giai đoạn trước mất ổn định, biên độ độ võng của giai đoạn sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến tương ứng.

Lý do sử dụng dạng nghiệm (2.28) được phân tích chi tiết trong công trình của Вольмир [145].

Thế biểu thức (2.28) vào phương trình (2.26), dạng hàm ứng suất được xác định bởi

$$\begin{aligned}\chi=&Q_1\cos\frac{2m\pi x}{L}+Q_2\cos\frac{2ny}{R}\\&-Q_3\sin\frac{m\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R}+Q_4\sin\frac{3m\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R}-\frac{\sigma_{0y}hx^2}{2}-\frac{phy^2}{2},\end{aligned} \tag{2.29}$$

trong đó σ_{0y} là ứng suất trung bình theo hướng vòng của vỏ, và

$$Q_1=\frac{n^2L^2}{32A_{11}^*m^2\pi^2R^2}\kappa_1^2-\frac{L^2/R-4B_{21}^*m^2\pi^2}{8A_{11}^*m^2\pi^2}\kappa_2,$$

$$Q_2=\frac{m^2\pi^2R^2}{32A_{22}^*n^2L^2}\kappa_1^2,\quad Q_3=\frac{m^2n^2\pi^2L^2}{AR^2}\kappa_1\kappa_2+\frac{B}{A}\kappa_1,\quad Q_4=\frac{m^2n^2\pi^2L^2}{ER^2}\kappa_1\kappa_2,$$

$$A=A_{11}^*m^4\pi^4+\left(A_{66}^*-2A_{12}^*\right)\frac{m^2n^2\pi^2L^2}{R^2}+A_{22}^*\frac{n^4L^4}{R^4},$$

$$B=B_{21}^*m^4\pi^4+\left(B_{11}^*+B_{22}^*-2B_{66}^*\right)\frac{m^2n^2\pi^2L^2}{R^2}+B_{12}^*\frac{n^4L^4}{R^4}-\frac{m^2\pi^2L^2}{R},$$

$$E=81A_{11}^*m^4\pi^4+9\left(A_{66}^*-2A_{12}^*\right)\frac{m^2n^2\pi^2L^2}{R^2}+A_{22}^*\frac{n^4L^4}{R^4}.$$

Do đặc điểm của vỏ tròn kín, nên khi vỏ chịu tải nén hoặc áp lực ngoài sẽ xuất hiện một ứng suất theo hướng vòng của vỏ, ứng suất này phụ thuộc vào tọa độ, tuy vậy để đơn giản, luận án giả thiết ứng suất này được viết theo nghĩa trung bình và không phụ thuộc vào tọa độ, nó sẽ tạo nên lực giãn theo hướng vòng $N_y = -\sigma_{0y}h$. Việc đưa σ_{0y} vào hàm ứng suất (2.29) sẽ thỏa mãn phương trình thứ hai của (2.24).

Thế các biểu thức (2.28) và (2.29) vào phương trình (2.25). Sau đó, phương pháp Galerkin được áp dụng cho ba thành phần độ võng, như sau

$$\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\Theta dxdy = 0,\ \int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\Theta \sin\frac{m\pi x}{L}\sin\frac{ny}{R}dxdy = 0,\ \int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\Theta \sin^2\frac{m\pi x}{L}dxdy = 0, \quad (2.30)$$

dẫn đến

$$\frac{\sigma_{0y}h}{R} = q - \frac{K_1\left(\kappa_2 + 2\kappa_0\right)}{2}, \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}
&\left(D + \frac{B^2}{A}\right)f_1 + \left(\frac{m^4\pi^4}{16A_{22}^*} + \frac{n^4L^4}{16A_{11}^*R^4}\right)\kappa_1^3 + m^4n^4\pi^4\left(\frac{L}{R}\right)^4\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{E}\right)\kappa_1\kappa_2^2 \\
&\quad + \left[\frac{2Bm^2n^2\pi^2L^2}{AR^2} - \frac{n^2L^2\left(L^2/R - 4B_{21}^*m^2\pi^2\right)}{4A_{11}^*R^2}\right]\kappa_1\kappa_2 - \frac{\sigma_{0y}hn^2L^4}{R^2}\kappa_1 \\
&\quad - m^2\pi^2L^2hp\kappa_1 + L^4K_1\kappa_1 + L^2K_2\kappa_1\left[\left(\frac{Ln}{R}\right)^2 + \left(m\pi\right)^2\right] = 0,
\end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
&\left\{\left[4B_{21}^*\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 - \frac{1}{R}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\right]\frac{n^2L^2}{16A_{11}^*m^2\pi^2R^2} + \frac{B}{2A}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\left(\frac{n}{R}\right)^2\right\}\kappa_1^2 \\
&\quad + \left\{4D_{11}^*\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 - \left[4B_{21}^*\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 - \frac{1}{R}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\right]\frac{L^2/R - 4B_{21}^*m^2\pi^2}{4A_{11}^*m^2\pi^2}\right\}\kappa_2 \\
&\quad + \frac{1}{2}m^2n^2\pi^2\left(\frac{\pi mn}{R^2}\right)^2\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{E}\right)\kappa_1^2\kappa_2 \\
&\quad + \frac{\sigma_{0y}h}{R} - q - ph\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\kappa_2 + K_1\left(\kappa_2\frac{3}{4} + \kappa_0\right) + K_2\kappa_2\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 = 0,
\end{aligned} \quad (2.33)$$

trong đó $D = D_{11}^*m^4\pi^4 + \left(D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{66}^*\right)m^2n^2\pi^2\left(\frac{L}{R}\right)^2 + D_{22}^*n^4\left(\frac{L}{R}\right)^4$.

Điều kiện chu vi kín được thêm vào theo nghĩa trung bình được viết như sau [53-55]

$$\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\frac{\partial v}{\partial y}dxdy=0. \tag{2.34}$$

Kết hợp điều kiện chu vi kín (2.34) với các phương trình (2.7), (2.8), (2.24) và (2.28), sau khi thực hiện một số phép toán dẫn đến

$$-2A_{11}^{*}\sigma_{0y}h+2A_{12}^{*}ph+\frac{\left(\kappa_2+2\kappa_0\right)}{R}-\left(\frac{n}{2R}\right)^2\kappa_1^2-2\left(A_{12}^{*}\phi_{1x}^{T}-A_{11}^{*}\phi_{1y}^{T}\right)=0. \tag{2.35}$$

2.2.1. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài $\left(p=0\right)$

Thế σ_{0y} trong biểu thức (2.31) vào các phương trình (2.32), (2.33) và (2.35), và cho $p=0$ dạng phương trình cân bằng mới thu được là

$$\kappa_0=\frac{J_{32}}{2J_{31}}\kappa_1^2-\frac{1}{2}\kappa_2-\frac{J_{34}}{2J_{31}}+\frac{J_{33}}{2J_{31}}q, \tag{2.36}$$

$$J_{11}+J_{12}\kappa_0+J_{13}\kappa_1^2+J_{14}\kappa_2+J_{15}\kappa_2^2-J_{16}q=0, \tag{2.37}$$

$$\kappa_1^2=\frac{-J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2}, \tag{2.38}$$

trong đó

$$J_{11}=\left(D+\frac{B^2}{A}\right)+L^4K_1+L^2K_2\left[\left(\frac{Ln}{R}\right)^2+\left(m\pi\right)^2\right],$$

$$J_{12}=\frac{n^2L^4K_1}{R},J_{13}=\frac{1}{16}\left(\frac{m^4\pi^4}{A_{22}^{*}}+\frac{n^4L^4}{A_{11}^{*}R^4}\right),$$

$$J_{14}=\frac{n^2L^4K_1}{2R}+\frac{2Bm^2n^2\pi^2L^2}{AR^2}-\frac{n^2L^2\left(\frac{L^2}{R}-4B_{21}^{*}m^2\pi^2\right)}{4A_{11}^{*}R^2},$$

$$J_{15}=\left(\frac{mn\pi L}{R}\right)^4\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{E}\right),$$

$$J_{16}=\frac{n^2L^4}{R},J_{21}=\frac{1}{2}\frac{B}{A}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\left(\frac{n}{R}\right)^2+\left[4B_{21}^{*}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4-\frac{1}{R}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\right]\frac{n^2L^2}{16A_{11}^{*}m^2\pi^2R^2},$$

$$J_{23} = 4D_{11}^{*}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^{4}$$
$$-\left[4B_{21}^{*}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^{4} - \frac{1}{R}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^{2}\right]\frac{L^{2}/R - 4B_{21}^{*}m^{2}\pi^{2}}{4A_{11}^{*}m^{2}\pi^{2}} + \frac{K_1}{4} + K_2\left(\frac{m\pi}{L}\right)^{2},$$

$$J_{22} = \frac{1}{2}\left(\frac{mn\pi}{R}\right)^{4}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{E}\right),$$

$$J_{31} = \frac{1}{R} + A_{11}^{*}RK_1, \quad J_{32} = \frac{n^{2}}{4R^{2}},$$
$$J_{33} = 2A_{11}^{*}R, \quad J_{34} = -2A_{12}^{*}\phi_{1x}^{T} + 2A_{11}^{*}\phi_{1y}^{T}.$$

Thế κ_0, κ_1^2 từ phương trình (2.36) và (2.38) vào phương trình (2.37) dẫn đến

$$q = \left\{J_{11} - \frac{J_{12}J_{34}}{2J_{31}} - \left[\frac{J_{12}J_{23}J_{32}}{2J_{31}\left(J_{21} + J_{22}\kappa_2\right)} + \left(J_{14} - \frac{J_{12}}{2}\right)\right]\kappa_2 - \right.$$
$$\left. + J_{15}\kappa_2^{2} - J_{13}\frac{J_{23}\kappa_2}{J_{21} + J_{22}\kappa_2}\right\}\frac{2J_{31}}{2J_{31}J_{16} - J_{12}J_{33}}. \tag{2.39}$$

Khi $\kappa_2 \to 0$, áp lực ngoài mất ổn định cận trên (upper buckling external pressure) của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC nhận được từ biểu thức (2.39), như sau

$$q_{upper} = \frac{2J_{11}J_{31} - J_{12}J_{34}}{2J_{31}J_{16} - J_{12}J_{33}}. \tag{2.40}$$

Giá trị nhỏ nhất của tải áp lực ngoài mất ổn định cận trên q_{upper} vs. (m,n) được gọi là tải áp lực ngoài tới hạn (Critical buckling external pressure) q_{cr}.

Từ phương trình (2.28), độ võng lớn nhất của vỏ được xác định bởi

$$W_{\max} = \kappa_0 + \kappa_1 + \kappa_2. \tag{2.41}$$

Thế các phương trình (2.36) và (2.38) vào biểu thức (2.41), độ võng lớn nhất thu được là

$$W_{\max} = q\frac{J_{33}}{2J_{31}} - \frac{J_{34}}{2J_{31}} - \frac{J_{32}J_{23}\kappa_2}{2J_{31}\left(J_{21} + J_{22}\kappa_2\right)} + \frac{\kappa_2}{2} + \left(\frac{-J_{23}\kappa_2}{J_{21} + J_{22}\kappa_2}\right)^{1/2}. \tag{2.42}$$

Đường cong sau mất ổn định $q - W_{\max}/h$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC có thể thu được bằng cách kết hợp các phương trình (2.39) và (2.42).

2.2.2. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu nén dọc trục $(q=0)$

Thế ứng suất trung bình theo hướng vòng σ_{0y} trong biểu thức (2.31) vào các phương trình (2.32), (2.33) và điều kiện chu vi kín (2.35), và cho $q=0$, hệ phương trình cân bằng mới nhận được như sau

$$\kappa_0 = \frac{J_{32}}{2J_{31}}\kappa_1^2 - \frac{J_{35}}{2J_{31}}p - \frac{1}{2}\kappa_2 - \frac{J_{34}}{2J_{31}}, \tag{2.43}$$

$$J_{11} + J_{12}\kappa_0 + J_{13}\kappa_1^2 + J_{14}\kappa_2 + J_{15}\kappa_2^2 - J_{17}p = 0, \tag{2.44}$$

$$\kappa_1^2 = \frac{J_{24}\kappa_2 p - J_{23}\kappa_2}{J_{21} + J_{22}\kappa_2}, \tag{2.45}$$

trong đó

$$J_{17} = m^2\pi^2L^2h,\ \ J_{24} = h\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2,\ J_{35} = 2A_{12}^{*}h.$$

Thế κ_0 và κ_1^2 từ các phương trình (2.43) và (2.45) vào phương trình (2.44), liên hệ của p và κ_2 xác định được như sau

$$\begin{aligned} p = \Bigg(& J_{11} + J_{14}\kappa_2 - J_{12}\frac{1}{2}\kappa_2 - J_{12}\frac{J_{34}}{2J_{13}} + J_{15}\kappa_2^2 - J_{12}\frac{J_{32}}{2J_{31}}\frac{J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2} - \\ & - \frac{J_{13}J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2}\Bigg)\left(-J_{12}\frac{J_{32}}{2J_{31}}\frac{J_{24}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2} - \frac{J_{13}J_{24}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2} + J_{17} + J_{12}\frac{J_{35}}{2J_{31}}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{2.46}$$

Khi $\kappa_2 \to 0$, tải nén dọc trục cận trên của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC nhận được từ biểu thức (2.46), như sau

$$p_{up} = \frac{J_{11} - J_{12}\dfrac{J_{34}}{2J_{13}}}{J_{17} + J_{12}\dfrac{J_{35}}{2J_{31}}}. \tag{2.47}$$

Tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn được xác định là tải nén dọc trục cận trên nhỏ nhất p_{up} với mọi $(m;n)$.

Thế các phương trình (2.43) và (2.45) vào biểu thức (2.41), độ võng lớn nhất của vỏ trụ FG-CNTRC có thể viết lại thành

$$\mathrm{W}_{\max}=\frac{J_{32}}{2J_{31}}\frac{J_{24}\kappa_2 p-J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2}-\frac{J_{35}}{2J_{31}}p+\frac{1}{2}\kappa_2-\frac{J_{34}}{2J_{31}}+\sqrt{\frac{J_{24}\kappa_2 p-J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2}}. \quad (2.48)$$

Độ co của cạnh $\bar{\Delta}_x$ theo nghĩa trung bình có thể được xác định bởi [53]

$$\bar{\Delta}_x=-\frac{1}{2\pi RL}\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\frac{\partial u}{\partial x}dxdy=-\frac{1}{2\pi RL}\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\left[\varepsilon_x^0-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\right]dxdy. \quad (2.49)$$

Sau một số tính toán đơn giản, phương trình (2.49) có thể được viết lại thành

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_x=&A_{22}^{*}ph+\frac{1}{2}A_{12}^{*}RK_1\kappa_2+A_{12}^{*}RK_1\left(\frac{J_{32}}{2J_{31}}\frac{J_{24}\kappa_2 p-J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\kappa_2}-\frac{J_{35}}{2J_{31}}p-\right.\\&\left.-\frac{1}{2}\kappa_2-\frac{J_{34}}{2J_{31}}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\kappa_2^2+\frac{1}{8}\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2\frac{J_{24}\kappa_2 p-J_{23}\kappa_2}{J_{21}+J_{22}\psi_2}-\left(A_{22}^{*}\phi_{1x}^{T}-A_{12}^{*}\phi_{1y}^{T}\right).\end{aligned} \quad (2.50)$$

Đối với trạng thái trước mất ổn định $\kappa_1,\kappa_2\to 0$, khi đó độ co của cạnh có thể được xác định bằng

$$\bar{\Delta}_x=A_{22}^{*}ph-A_{12}^{*}RK_1\left(\frac{J_{35}}{2J_{31}}p+\frac{J_{34}}{2J_{31}}\right)-\left(A_{22}^{*}\phi_{1x}^{T}-A_{12}^{*}\phi_{1y}^{T}\right). \quad (2.51)$$

Phương trình (2.51) cho thấy liên hệ $\bar{\Delta}_x-p$ là tuyến tính ở trạng thái trước mất ổn định. Đường cong sau mất ổn định do nén và đường cong co của cạnh sau mất ổn định của vỏ có thể được xem xét bằng số bằng cách kết hợp biểu thức (2.46) với các phương trình (2.48) và (2.50), tương ứng.

Các kết quả lý thuyết đã nhận được dưới dạng hiển, vì vậy các khảo sát số trong luận án này đều thu được bằng cách sử dụng các phần mềm tính toán cơ bản. Trong đó các thành phần độ cứng của vỏ được tính toán bằng phần mềm Maple. Các giá trị độ cứng này sau đó được nhập vào Excel để tính toán các kết quả còn lại.

2.3. Nghiên cứu so sánh

Để khẳng định độ tin cậy của cách tiếp cận của luận án, các so sánh tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ đẳng hướng có sườn theo hướng vòng hoặc hướng dọc với các kết quả của Reddy và Starnes [111] (sử dụng lý thuyết vỏ từng lớp và phương pháp Navier), Baruch và Singer [10] (sử dụng lý thuyết vỏ Donnell và tiêu chuẩn cân bằng lân cận), và Shen [117] (sử dụng lý thuyết vỏ từng lớp và kỹ thuật nhiễu) được trình bày trong Bảng 2.1. Sai số lớn nhất với kết quả của Reddy và Starnes [111] quan sát được là +9.49%, trong khi đó sai số với Baruch và Singer [10] và Shen [117] là

tương đối nhỏ (khoảng từ 3% trở xuống). So sánh tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các kết quả của Shen [122] (sử dụng lý thuyết biến dạng bậc cao và kỹ thuật nhiễu) được trình bày trong Bảng 2.2. Sai số lớn nhất có thể quan sát được trong so sánh này là -0.66%.

Bảng 2.1. So sánh tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} (lb /in^2) của vỏ trụ đẳng hướng có sườn với kết quả của các tác giả khác

	Không sườn	Sườn dọc	Sườn vòng
Reddy và Starnes [111]	93.5	94.7	357.5
	(+9.49%)*	(+9.38%)	(+5.85%)
Baruch và Singer [10]	102	103	370
	(+1.26%)	(+1.44%)	(+2.55%)
Shen [117]	100.7(1;4)**	102.2(1;4)	368.3(1;3)
	(+2.52%)	(+2.20%)	(+3.00%)
Luận án	103.3(1;4)	104.5(1;4)	379.7(1;3)

* Sai số giữa kết quả của tác giả khác với kết quả của luận án

** Mode mất ổn định $(m;n)$.

Bảng 2.2. So sánh tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các tỷ phần thể tích CNT và quy luật phân bố CNT khác nhau (kPa , $h = 1\,mm$, $R/h = 100$, $L^2/Rh = 500$, $T = 300K$)

V_{CNT}^*	Shen [122]		Luận án	
	UD	FG-X	UD	FG-X
0.12	18.48(1;7) (+0.16%)	19.91(1;7) (-0.66%)	18.51(1;7)	19.78(1;7)
0.17	30.81(1;7) (+0.13%)	34.15(1;7) (-0.62%)	30.85(1;7)	33.94(1;7)
0.28	35.56(1;7) (+0.17%)	43.24(1;7) (+0.46%)	35.62(1;7)	43.44(1;7)

Tiếp theo, hai so sánh giữa kết quả của luận án với kết quả của Shen [121] (sử dụng lý thuyết biến dạng bậc cao và kỹ thuật nhiễu) của tải nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn được thực hiện. Đầu tiên là so sánh tải nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các với các thông số hình học và tỷ phần thể tích của CNT khác nhau được trình bày trong Bảng 2.3. So sánh tải nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các giá trị nhiệt độ môi trường

khác nhau được trình bày trong Bảng 2.4. Trong hai bảng này, sai số giữa kết quả của luận án và các kết quả khác nhận được là khá nhỏ, sai số lớn nhất nhận được chỉ khoảng hơn 3%. Rõ ràng rằng, các so sánh này khẳng định độ tin cậy của phương pháp tiếp cận của luận án.

Bảng 2.3. So sánh tải tới hạn nén dọc trục $\bar{p}_{cr} = p_{cr}Rh$ (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC với các thông số hình học và phân bố CNT khác nhau ($R/h = 30$, $h = 2\ mm$, $V_{CNT}^{*} = 0.17$, $T = 300K$)

L^2/Rh	Tài liệu	UD	FG-X	FG-V	FG-A
100	Shen [121]	121.08(1;4) (+1.30%)	142.81(1;4) (-0.72%)	120.64(1;4) (+1.47%)	105.42(1;4) (+3.02%)
	Luận án	122.67(1;4)	141.79(1;4)	122.44(1;4)	108.70(1;4)
300	Shen [121]	122.25(2;4) (+1.92%)	148.06(2;4) (-0.35%)	118.88(2;4) (+1.74%)	104.35(2;4) (+3.01%)
	Luận án	124.64(2;4)	147.55(2;4)	120.98(2;4)	107.59(2;4)
500	Shen [121]	122.98(2;4) (+0.98%)	142.58(2;4) (-0.83%)	124.38(2;4) (+1.32%)	108.76(2;4) (+3.06%)
	Luận án	124.20(2;4)	141.40(2;4)	126.05(2;4)	112.19(2;4)

Bảng 2.4. So sánh tải tới hạn nén dọc trục $\bar{p}_{cr} = p_{cr}Rh$ (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC không sườn với các giá trị tỷ phần thể tích của CNT khác nhau ($R/h = 100$, $h = 1\ mm$, $L^2/Rh = 500$, $T = 300K$)

V_{CNT}^{*}	Shen [121]		Luận án	
	UD	FG-X	UD	FG-X
0.12	18.72(2;7) (+0.32%)	21.37(2;7) (-0.99%)	18.78(2;7)	21.16(2;7)
0.17	30.57(2;7) (+0.29%)	35.14(2;7) (-1.01%)	30.66(2;7)	34.79(2;7)
0.28	37.31(2;7) (+0.48%)	45.99(2;7) (-0.17%)	37.49(2;7)	45.91(2;7)

2.4. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài

Bảng 2.5. Ảnh hưởng của loại sườn, quy luật phân bố và tỷ phần thể tích CNT đến tải tới hạn q_{cr} của vỏ (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = h_{stff}^{L} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = b_{stff}^{L} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $n_{stff}^{L} = 50$, $K_1 = 10^6\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$, ΔT= 300K)

	V_{CNT}^{*}	Vỏ L			Vỏ C		
		Vỏ L	Vỏ LL	Vỏ LC	Vỏ C	Vỏ CL	Vỏ CC
UD	0.12	0.691(1;11)	0.697(1;11)	1.022(1;5)	1.095(1;4)	1.110(1;4)	1.652(1;3)
	0.17	0.713(1;10)	0.724(1;10)	1.180(1;5)	1.241(1;4)	1.264(1;4)	2.022(1;3)
	0.28	0.723(1;10)	0.740(1;10)	1.306 (1;4)	1.471(1;4)	1.503(1;4)	2.530(1;3)
FG-X	0.12	0.695(1;11)	0.702(1;11)	1.091(1;5)	1.213(1;4)	1.231(1;4)	1.742(1;3)
	0.17	0.721(1;10)	0.733(1;10)	1.259(1;4)	1.415(1;4)	1.443(1;4)	2.158(1;3)
	0.28	0.741(1;9)	0.761(1;10)	1.439(1;4)	1.760(1;4)	1.800(1;4)	2.764(1;3)
FG-V	0.12	0.692(1;11)	0.702(1;11)	1.030(1;5)	1.009(1;5)	1.014(1;5)	1.847(1;3)
	0.17	0.714(1;10)	0.731(1;10)	1.193(1;4)	1.127(1;4)	1.143(1;5)	2.311(1;3)
	0.28	0.725(1;9)	0.753(1;11)	1.315(1;4)	1.288(1;4)	1.311(1;4)	3.012(1;3)
FG-A	0.12	0.691(1;11)	0.693(1;11)	0.936(1;5)	1.012(1;5)	1.017(1;5)	1.339(1;4)
	0.17	0.712(1;10)	0.717(1;10)	1.045(1;5)	1.131(1;4)	1.150(1;5)	1.594(1;4)
	0.28	0.722(1;9)	0.731(1;10)	1.153(1;5)	1.293(1;4)	1.327(1;4)	1.980(1;3)
FG-O	0.12	0.688(1;11)	0.694(1;11)	0.954(1;5)	0.947(1;4)	0.951(1;5)	1.565(1;3)
	0.17	0.707(1;10)	0.717(1;10)	1.083(1;5)	1.047(1;5)	1.053(1;5)	1.898(1;3)
	0.28	0.712(1;10)	0.728(1;11)	1.192(1;5)	1.194(1;4)	1.220(1;4)	2.338(1;3)

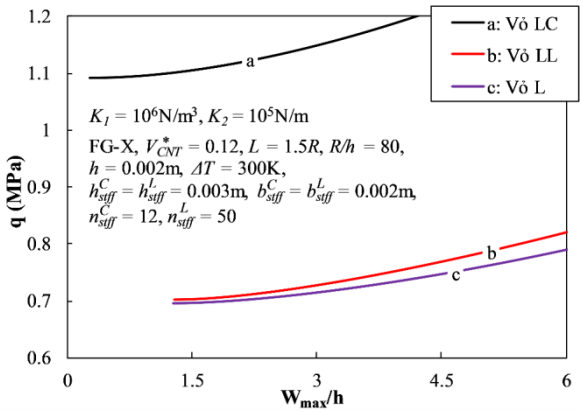
Trong các nghiên cứu này, các ví dụ số được trình bày để phân tích tải áp lực ngoài tới hạn và đáp ứng sau mất ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC có tính đến ảnh hưởng của nền đàn hồi và nhiệt độ môi trường. Các tính chất vật liệu của vật liệu nền polymethyl methacrylate (PMMA) và SWCNT với các tính chất phụ thuộc vào nhiệt độ được trình bày trong mục 1.2.1.

Để ngắn gọn, trong các khảo sát số của luận án này, quy luật phân bố CNT trong vỏ và sườn được viết theo quy luật phân bố CNT trong vỏ trong các khảo sát số. Quy luật phân bố CNT trong sườn được lấy tương ứng với từng trường hợp quy luật phân bố của vỏ được trình bày chi tiết trong hình 2.3.

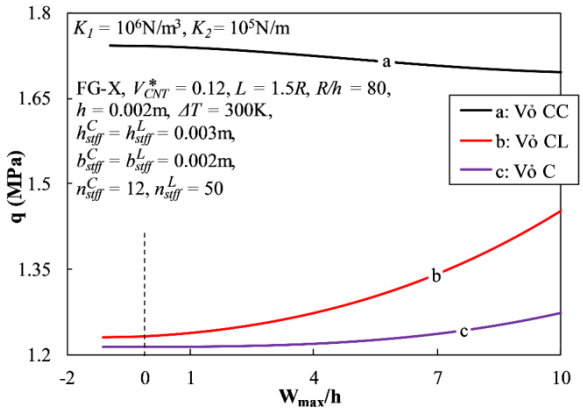
Ảnh hưởng của các loại sườn, hướng, quy luật phân bố và tỷ lệ thể tích của CNT đến áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ L- và C-FG-CNTRC có thể được quan sát trong Bảng 2.5. Kết quả cho thấy ảnh hưởng đáng kể của sườn FG-CNTRC tới tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ. Tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn của vỏ có sườn C lớn hơn đáng kể so với vỏ có sườn L tương ứng, với cùng mặt cắt ngang và tính chất vật liệu của sườn. Trong tất cả các khảo sát số, giá trị lớn nhất của tải áp lực ngoài tới hạn đạt được đối với vỏ CC-FG-V. Rõ ràng, tỷ phần thể tích của CNT ảnh hưởng lớn đến tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ. Tải áp lực ngoài tới hạn tăng rõ rệt khi tỷ phần thể tích của CNT tăng. Có thể lưu ý rằng sườn L và sườn C được chọn có cùng mặt cắt ngang và tính chất vật liệu. Ngoài ra, số lượng sườn L và sườn C được chọn sao cho tổng chiều dài của sườn L và sườn C xấp xỉ bằng nhau. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC được nghiên cứu trong Bảng 2.6. Rõ ràng là khi số lượng sườn tăng lên thì tải áp lực ngoài tới hạn cũng tăng đáng kể.

Bảng 2.6. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn q_{cr} của vỏ trụ CC-FG-CNTRC (MPa, $R/h = 80$, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, V_{CNT}^{*}=0.12, $K_1 = 10^6\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$)

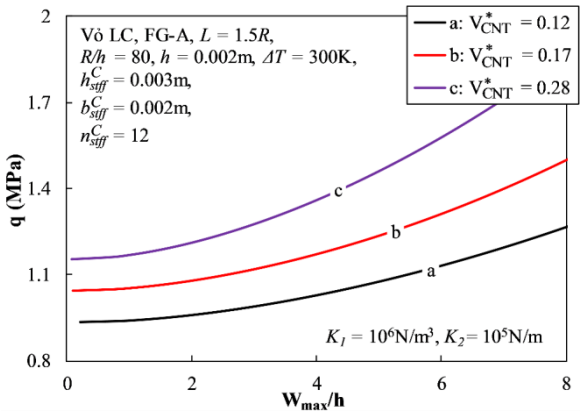
n_{stff}^{C}	UD	FG-X	FG-V	FG-A	FG-O
12	1.652(1;3)	1.742(1;3)	1.847(1;3)	1.339(1;4)	1.565(1;3)
18	1.808(1;3)	1.909(1;3)	2.098(1;3)	1.474(1;4)	1.710(1;3)



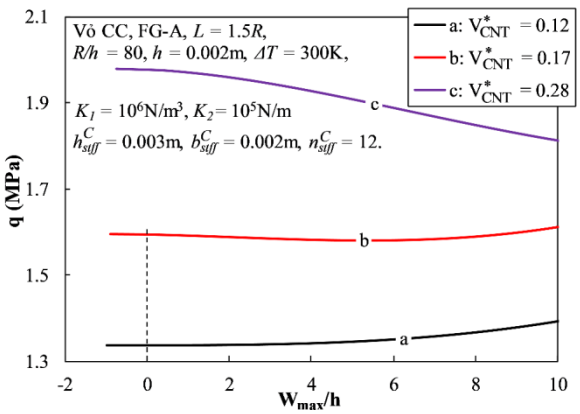
Hình 2.4. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC



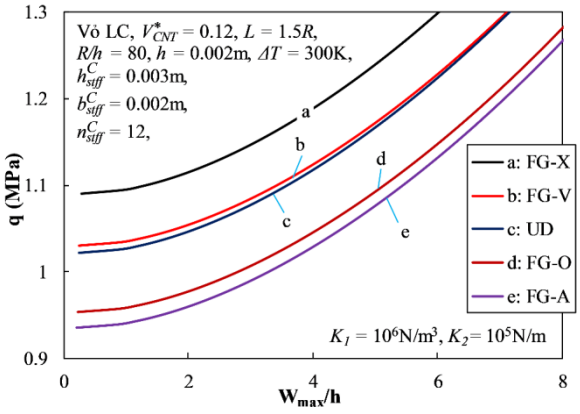
Hình 2.5. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC



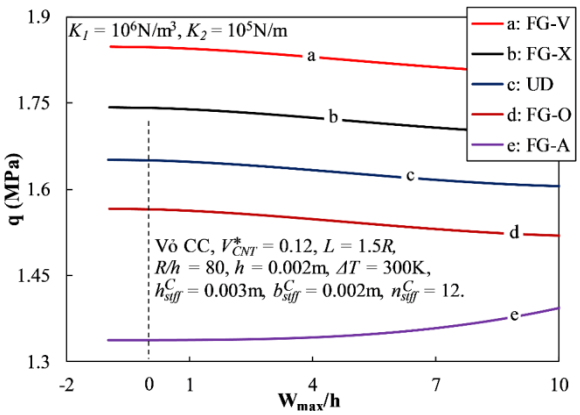
Hình 2.6. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC



Hình 2.7. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC



Hình 2.8. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC



Hình 2.9. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-FG-CNTRC

Ảnh hưởng của phương của sườn lên đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC và vỏ trụ C-FG-CNTRC được trình bày trên các Hình 2.4 và 2.5. Trong luận án này, mode mất ổn định được khảo sát ứng xử sau mất ổn định của kết cấu trong các hình được lấy theo mode mất ổn định tới hạn trong các bảng tương ứng. Trong cả hai nghiên cứu, các đường cong sau mất ổn định của vỏ tăng cứng bằng sườn vòng đều lớn cao nhiều so với các đường cong của vỏ không sườn và vỏ được tăng cứng bằng sườn dọc trong miền độ võng nhỏ. Ngoài ra, hiện tượng mất ổn định đột ngột (snap-through hay snap-buckling – do chưa có thuật ngữ tiếng Việt phù hợp nên sau đây luận án sử dụng tên tiếng Anh phổ biến của từ này là "snap-through") chỉ xuất hiện đối với vỏ CC-FG-CNTRC trong hai khảo sát này.

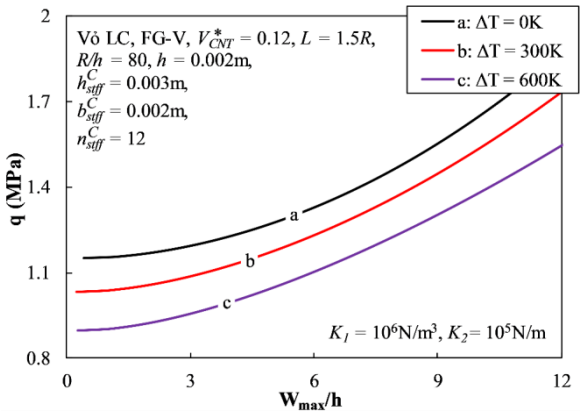
Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT V_{CNT}^{*} đến đường cong sau mất ổn định $q - W_{\max}/h$ của vỏ trụ LC- và CC-FG-CNTRC được quan sát thấy trong các Hình 2.6 và 2.7. Kết quả cho thấy khả năng chịu tải áp lực ngoài của vỏ tăng khi tỷ phần thể tích V_{CNT}^{*} tăng. Có vẻ như hiện tượng snap-through xuất hiện rõ ràng hơn với tỷ phần thể tích CNT lớn hơn đối với vỏ C-FG-CNTRC.

Hình 2.8 và 2.9 chỉ ra những ảnh hưởng đáng chú ý của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $q - W_{\max}/h$ của vỏ trụ FG-CNTRC. Với các thiết kế sườn này, khả năng chịu tải sau mất ổn định lớn nhất của vỏ L-FG-CNTRC thu được với quy luật phân bố FG-X, trong khi khả năng chịu tải sau mất ổn định lớn nhất của vỏ C-FG-CNTRC được quan sát thấy với quy luật phân bố FG-V. Xu hướng của các đường cong sau mất ổn định là tương đối đều trong cả hai trường hợp vỏ L- và C-FG-CNTRC, trừ trường hợp vỏ C-FG-CNTRC với quy luật phân bố FG-A. Tương tự Hình 2.6 và 2.7, hiện tượng snap-through được thể hiện rõ ràng trên hầu hết các đường cong sau mất ổn định của Hình 2.9 với vỏ C-FG-CNTRC nhưng không quan sát được với vỏ L-FG-CNTRC.

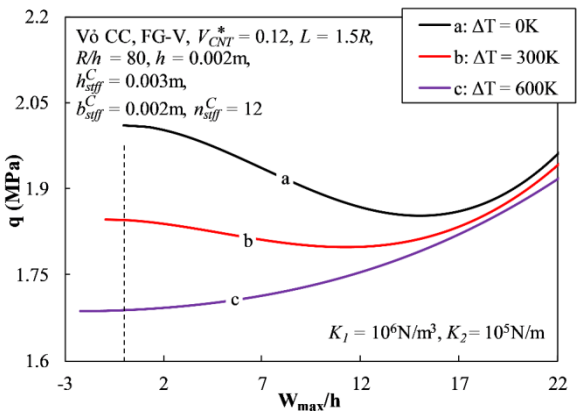
Như có thể thấy trong Bảng 2.7, nhiệt độ môi trường ảnh hưởng nhẹ đến tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ. Rõ ràng, cơ tính của vật liệu giảm khi nhiệt độ tăng, dẫn tới áp lực ngoài tới hạn giảm với cả hai trường hợp vỏ CL-FG-CNTRC và vỏ CC-FG-CNTRC.

Bảng 2.7. Ảnh hưởng của nhiệt độ đến tải áp lực ngoài tới hạn cận trên q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $K_1 = 10^6$ N/m^3, $K_2 = 10^5$ N/m, $V_{CNT}^{*} = 0.12$)

	ΔT (K)	Vỏ LC	Vỏ CC
UD	0	1.114(1;5)	1.809(1;3)
	100	1.083(1;5)	1.755(1;3)
	300	1.022(1;5)	1.652(1;3)
FG-X	0	1.186(1;5)	1.903(1;3)
	100	1.154(1;5)	1.847(1;3)
	300	1.091(1;5)	1.742(1;3)
FG-V	0	1.153(1;5)	2.011(1;3)
	100	1.112(1;5)	1.953(1;3)
	300	1.030(1;5)	1.847(1;3)
FG-A	0	1.005(1;5)	1.400(1;4)
	100	0.981(1;5)	1.378(1;4)
	300	0.936(1;5)	1.339(1;4)
FG-O	0	1.046(1;5)	1.671(1;4)
	100	1.015(1;5)	1.645(1;4)
	300	0.954(1;5)	1.565(1;3)



Hình 2.10. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ L-C FG-CNTRC



Hình 2.11. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ C-C FG-CNTRC

Bảng 2.8. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến tải áp lực ngoài tới hạn q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$, $n_{stff}^{C} = 12$, $K_1 = 10^6\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$, V_{CNT}^{*} =0.12)

	R/h	Vỏ LC	Vỏ CC
UD	60	1.626(1;4)	2.974(1;3)
	80	1.022(1;5)	1.652(1;3)
	100	0.733(1;5)	1.089(1;4)
FG-X	60	1.775(1;4)	3.203(1;3)
	80	1.091(1;5)	1.742(1;3)
	100	0.762(1;5)	1.166(1;4)
FG-O	60	1.481(1;4)	2.748(1;3)
	80	0.954(1;5)	1.565(1;3)
	100	0.703(1;5)	1.013(1;4)

Bảng 2.9. Ảnh hưởng của các độ cứng nền đàn hồi đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn cận trên q_{cr} của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $\Delta T = 300$ K, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{C} = 0.003m$, $b_{stff}^{C} = 0.002m$ $n_{stff}^{C} = 12$, V_{CNT}^{*} =0.12)

	K_1 (N/m^3)	K_2 (N/m)	Vỏ LC	Vỏ CC
UD	0	0	0.237(1;4)	0.707(1;3)
	10^6	10^5	1.022(1;5)	1.652(1;3)
	2.5×10^6	2.5×10^5	2.136(1;5)	2.968(1;4)
FG-X	0	0	0.287(1;4)	0.797(1;3)
	10^6	10^5	1.091(1;5)	1.742(1;3)
	2.5×10^6	2.5×10^5	2.206(1;5)	3.125(1;4)
FG-O	0	0	0.189(1;4)	0.620(1;3)
	10^6	10^5	0.954(1;5)	1.565(1;3)
	2.5×10^6	2.5×10^5	2.049(1;6)	2.811(1;4)

Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến đường cong sau mất ổn định $q - W_{\max}/h$ của vỏ trụ L- và C-FG-CNTRC được khảo sát trên Hình 2.10 và 2.11. Kết quả thu được cho thấy ứng xử phức tạp của các đường cong sau mất ổn định phi

tuyến trong các khảo sát này và hiện tượng snap-through có thể được quan sát một cách rõ ràng với vỏ trụ C-FG-CNTRC, ngược lại, không thu được với vỏ trụ L-FG-CNTRC trong các kết quả số được xem xét.

Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn và không sườn được nghiên cứu trong Bảng 2.8 đối với các vỏ L- và C-FG-CNTRC. Rõ ràng rằng tỷ số R/h ảnh hưởng đáng kể đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn của vỏ. Hay nói cách khác tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ dày lớn hơn đáng kể so với vỏ mỏng. Ví dụ như khi tỷ số R/h tăng từ 60 đến 100 thì tải tới hạn của vỏ CC-FG-CNTRC với quy luật UD giảm từ 2.974 xuống 1.089 MPa.

Bảng 2.9 trình bày những ảnh hưởng lớn của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi Pasternak đến tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ trụ C-FG-CNTRC. Các khảo sát số này cho thấy tác dụng có lợi của nền đàn hồi đối với tải áp lực ngoài tới hạn của vỏ với kết quả là khả năng chịu tải của vỏ được cải thiện mạnh mẽ khi độ cứng của nền tăng lên.

2.5. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu nén dọc trục

Ảnh hưởng của hệ sườn FG-CNTRC và hướng của CNT đến tải nén dọc trục tới hạn của vỏ được trình bày trong Bảng 2.10. Rõ ràng rằng tải nén dọc trục tới hạn của vỏ L-FG-CNTRC lớn hơn nhiều so với vỏ C-FG-CNTRC. Ngoài ra, tải nén dọc trục tới hạn của vỏ không sườn thấp hơn nhiều so với tải nén dọc trục tới hạn của vỏ có sườn trong mọi trường hợp khảo sát. Đối với vỏ LL-FG-CNTRC và vỏ CC-FG-CNTRC, tải nén dọc trục tới hạn lớn nhất và khả năng chịu tải sau mất ổn định lớn nhất nhận được với quy luật phân bố FG-V. Ngược lại, tải nén dọc trục tới hạn lớn nhất thu được với quy luật phân bố FG-X, trong trường hợp vỏ LC-FG-CNTRC và vỏ CL-FG-CNTRC.

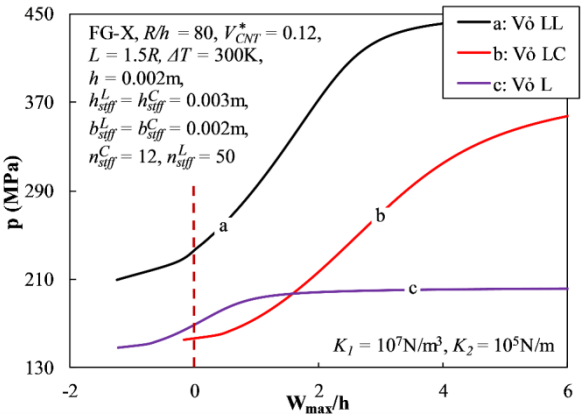
Khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ không sườn và vỏ có sườn được thể hiện trên các Hình 2.12-2.15. Những tác dụng đáng chú ý của sườn có thể được nhận thấy trong các nghiên cứu này, đặc biệt, các trường hợp hiệu quả nhất có thể thu được đối với sườn L trong tất cả các kết quả khảo sát. Xu hướng của đường cong sau mất ổn định của vỏ L- và C-FG-CNTRC cũng có sự khác biệt một cách rõ rệt.

Bảng 2.10. Ảnh hưởng của sườn FG-CNTRC và hướng CNT tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 2mm$, $h_{stff}^{L} = h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12, n_{stff}^{L} = 50$, $K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$, $\Delta T = 300$ K)

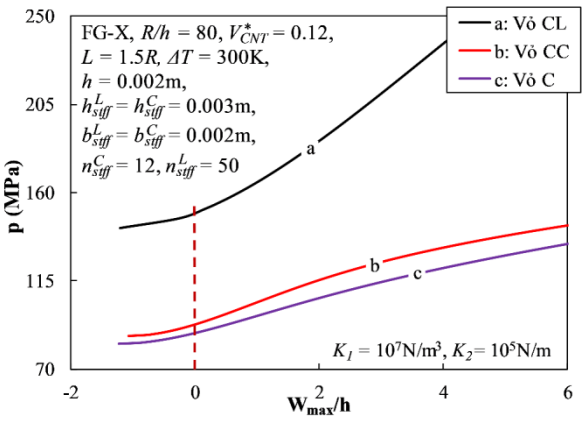
	V_{CNT}^{*}	Vỏ L			Vỏ C		
		Vỏ L	Vỏ LL	Vỏ LC	Vỏ C	Vỏ CL	Vỏ CC
UD	0.12	135.52(3;3)	195.27(2;3)	142.36(3;4)	80.69(10;6)	130.11(3;4)	85.27(10;5)
	0.17	170.11(2;3)	254.50(2;3)	178.34(3;4)	97.01(9;6)	163.42(3;4)	105.61(10;5)
	0.28	195.80(2;4)	311.14(1;3)	209.98(2;4)	105.63(9;6)	192.50(3;4)	117.46(10;5)
FG-X	0.12	147.98(2;3)	209.31(2;3)	155.55(2;3)	83.23(9;5)	142.08(3;4)	87.27(10;5)
	0.17	186.17(2;3)	275.64(2;3)	198.12(2;3)	102.24(9;6)	181.59(3;4)	109.73(10;5)
	0.28	223.24(2;4)	324.22(1;3)	241.15(2;3)	115.39(8;5)	217.49(2;3)	127.21(10;5)
FG-V	0.12	120.03(3;3)	225.70(2;3)	126.11(3;4)	80.99(9;6)	128.33(3;4)	88.56(11;5)
	0.17	150.67(3;4)	296.80(1;3)	154.44(3;4)	97.57(8;6)	162.74(3;4)	111.06(10;5)
	0.28	182.70(2;4)	334.25(1;3)	189.82(3;4)	106.29(8;6)	190.32(3;4)	126.13(10;5)
FG-A	0.12	120.98(3;3)	158.25(2;3)	126.87(3;4)	78.19(9;6)	118.32(3;4)	81.50(9;5)
	0.17	150.58(3;4)	200.71(2;3)	156.05(3;4)	93.28(8;6)	145.53(3;4)	99.80(9;5)
	0.28	181.01(2;4)	245.60(2;4)	190.53(2;4)	102.53(9;6)	168.17(3;4)	111.26(9;5)
FG-O	0.12	112.50(3;3)	181.70(2;3)	117.98(3;4)	78.21(9;6)	118.64(3;4)	83.68(10;5)
	0.17	138.90(3;4)	235.06(2;3)	142.79(3;4)	92.76(8;6)	146.98(3;4)	102.90(9;5)
	0.28	165.53(3;4)	301.60(2;4)	171.09(3;4)	99.31(9;6)	167.52(3;4)	113.48(10;5)

Trong khi đường cong sau mất ổn định của vỏ L-FG-CNTRC tăng nhanh ở miền độ võng (độ co) nhỏ và gần như nằm ngang ở miền độ võng (độ co) lớn, thì với vỏ C-FG-CNTRC tốc độ tăng của đường cong sau mất ổn định tăng (giảm) dần khi độ võng (độ co) tăng.

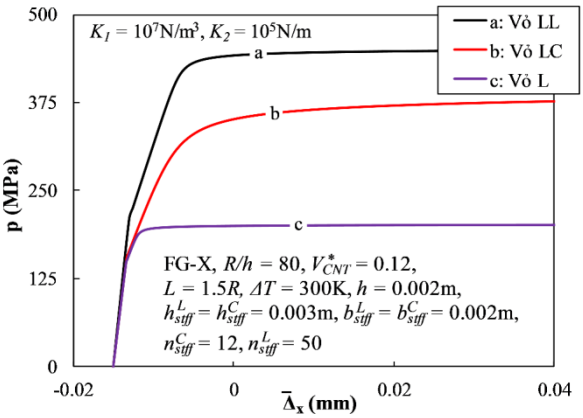
Các Hình 2.16-2.19 khảo sát ứng xử sau mất ổn định nén dọc trục của vỏ FG-CNTRC với các quy luật phân bố CNT khác nhau. Các đường cong sau mất ổn định luôn có xu hướng đi lên trong tất cả các kết quả khảo sát.



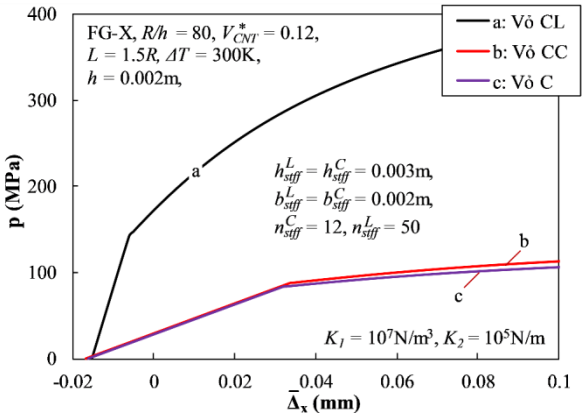
Hình 2.12. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p - W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



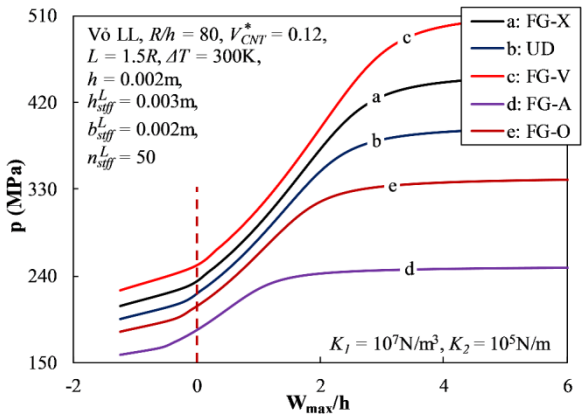
Hình 2.14. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p - W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



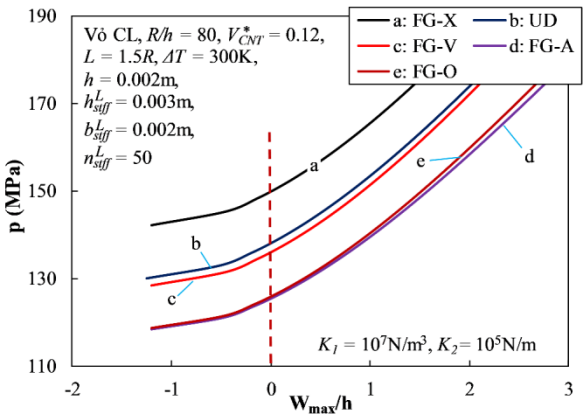
Hình 2.13. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p - \bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC



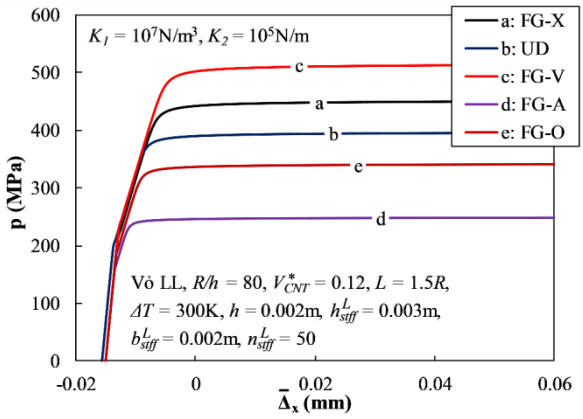
Hình 2.15. Ảnh hưởng của phương của sườn FG-CNTRC đến đường cong sau mất ổn định $p - \bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC



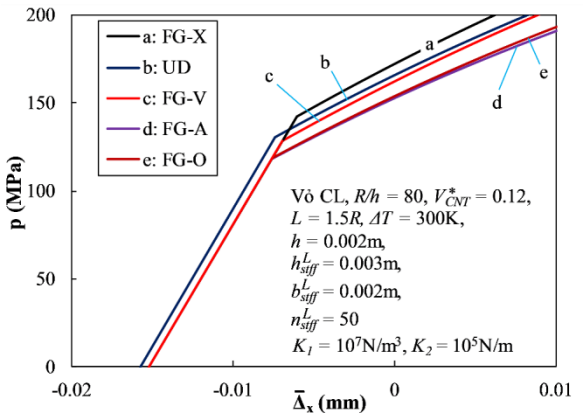
Hình 2.16. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



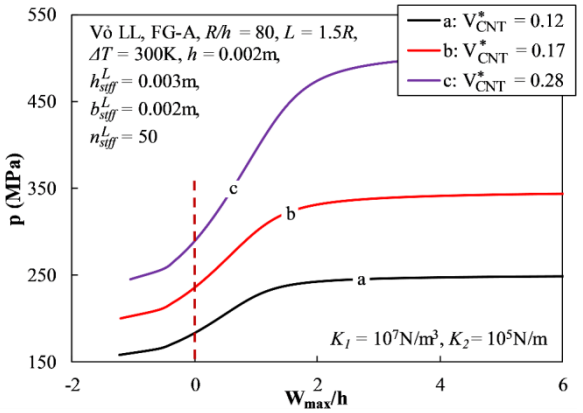
Hình 2.18. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



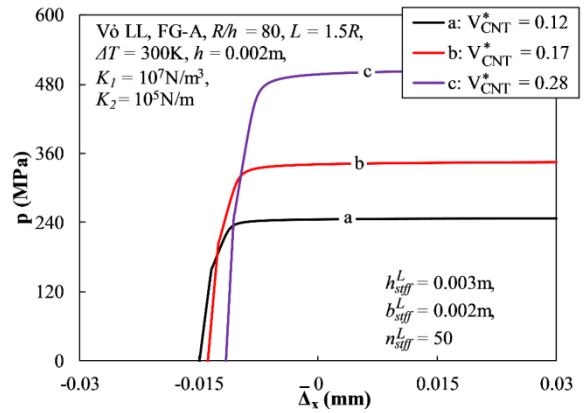
Hình 2.17. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC



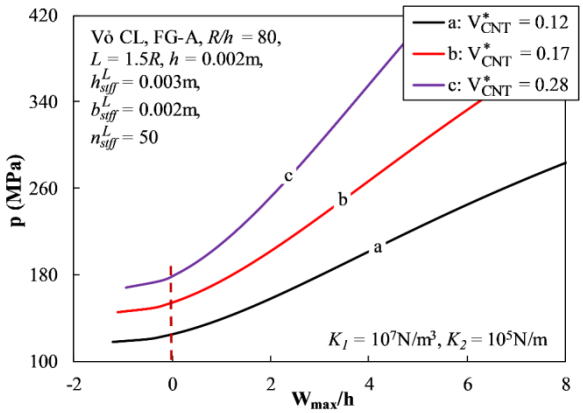
Hình 2.19. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC



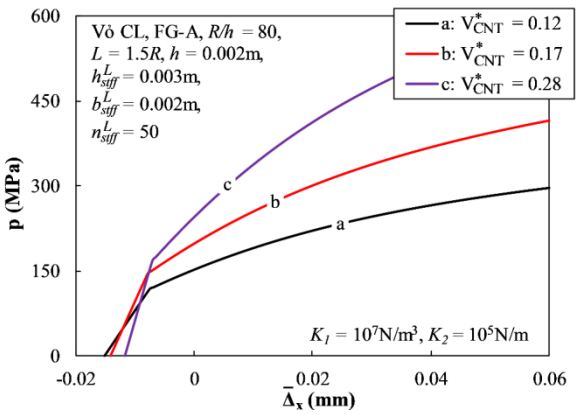
Hình 2.20. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.21. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.22. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p - W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



Hình 2.23. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $p - \bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC

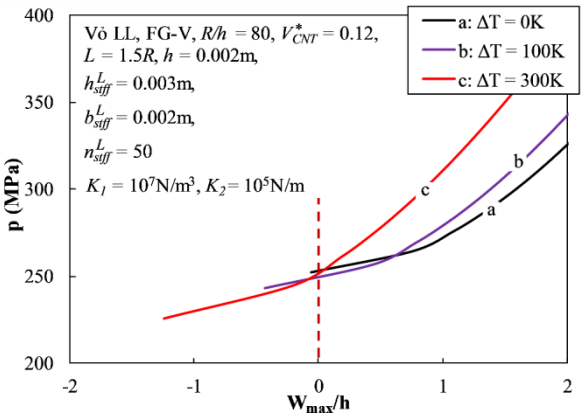
Bảng 2.11. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h^L_{stff} = 3mm$, $b^L_{stff} = 2mm$, $n^L_{stff} = 50$, $K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$)

	V^*_{CNT}	ΔT = 0K	ΔT = 100K	ΔT = 300K
UD	0.12	220.93(2;3)	212.02(2;3)	195.27(2;3)
	0.17	284.55(2;4)	274.32(2;4)	254.50(2;3)
	0.28	366.74(2;4)	349.44(2;3)	311.14(1;3)
FG-X	0.12	235.51(2;3)	226.35(2;3)	209.31(2;3)
	0.17	306.45(2;4)	295.79(2;4)	275.64(2;3)
	0.28	385.44(1;3)	364.81(1;3)	324.22(1;3)
FG-V	0.12	252.42(2;3)	243.01(2;3)	225.70(2;3)
	0.17	331.65(2;4)	320.59(2;4)	296.80(1;3)
	0.28	395.85(1;3)	375.05(1;3)	334.25(1;3)
FG-A	0.12	183.14(2;3)	174.65(2;3)	158.25(2;3)
	0.17	228.82(2;4)	219.25(2;4)	200.71(2;3)
	0.28	278.94(2;4)	267.37(2;4)	245.60(2;4)
FG-O	0.12	207.19(2;3)	198.39(2;3)	181.70(2;3)
	0.17	264.56(2;4)	254.48(2;4)	235.06(2;3)
	0.28	336.17(2;4)	323.93(2;4)	301.60(2;4)

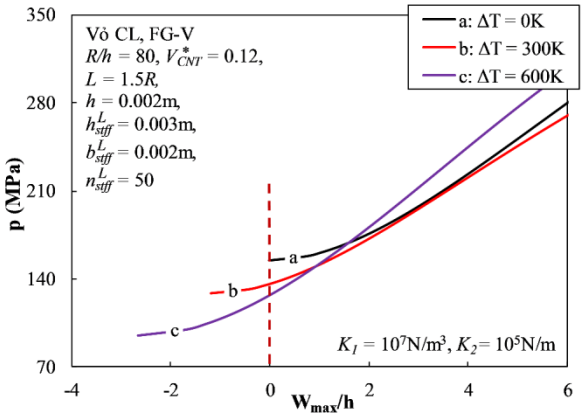
Hiện tượng snap-through không được ghi nhận trong các khảo sát đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$. Đối với vỏ L-FG-CNTRC, sự chênh lệch về ứng xử sau mất ổn định giữa các quy luật phân bố CNT ở độ võng nhỏ là nhỏ hơn rất nhiều sự chênh lệch ở miền độ võng lớn của vỏ. Đối với vỏ C-FG-CNTRC, có thể quan sát thấy những chênh lệch nhỏ về ứng xử sau mất ổn định giữa vỏ UD và FG-V và giữa vỏ FG-A và FG-V.

Các so sánh về đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ FG-CNTR có sườn với ba giá trị tỷ phần thể tích CNT được xem xét trên các Hình 2.20-2.23. Trong các so sánh này, ta có thể quan sát thấy xu hướng thông thường của các đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn. Khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ tăng lên khi tỷ phần thể tích CNT của vỏ tăng lên và sự chênh lệch này tăng lên trong miền độ võng và sự co cạnh lớn.

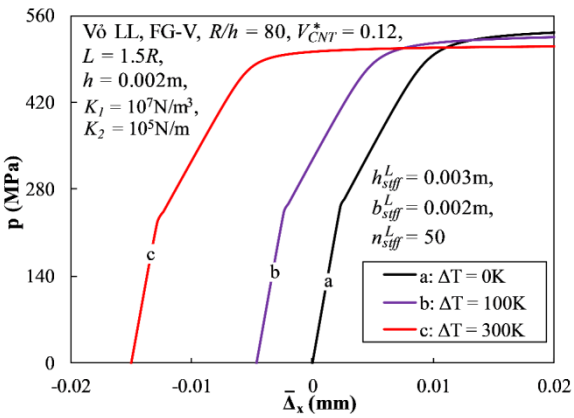
Các ảnh hưởng đáng kể của nhiệt độ môi trường đến tải nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC được thể hiện trong Bảng 2.11 và các đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$ được thể hiện trong các Hình 2.24-2.27. Các kết quả khảo sát cho thấy rằng tải nén dọc trục tới hạn của vỏ giảm mạnh khi nhiệt độ môi trường tăng. Không có gì ngạc nhiên khi nhiệt độ môi trường làm giảm mạnh các mô đun đàn hồi của các vật liệu cấu thành của vỏ, qua đó độ cứng chung của vỏ giảm mạnh dẫn tới khả năng chịu tải giảm.



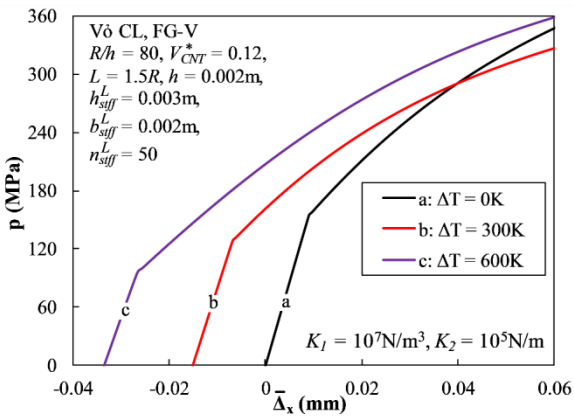
Hình 2.24. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.25. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



Hình 2.26. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC

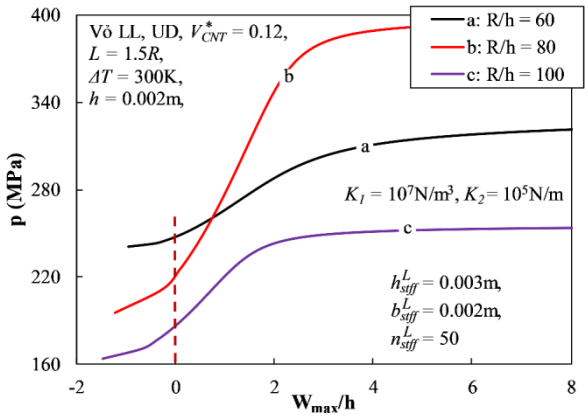


Hình 2.27. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC

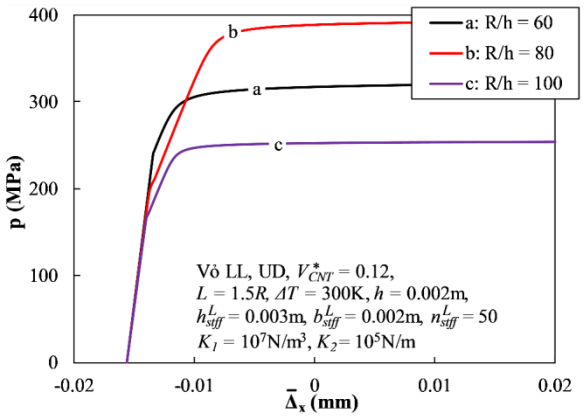
Bảng 2.12. Ảnh hưởng của tỷ số R/h tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h^L_{stff} = 3mm$, $b^L_{stff} = 2mm$, $n^L_{stff} = 50$, $K_1 = 10^7\ N/m^3$, $K_2 = 10^5\ N/m$)

	V^*_{CNT}	$R/h = 60$	$R/h = 80$	$R/h = 100$
UD	0.12	240.61(1;2)	195.27(2;3)	164.04(2;3)
	0.17	303.75(1;3)	254.50(2;3)	207.01(2;3)
	0.28	351.93(1;3)	311.14(1;3)	252.80(2;4)
FG-X	0.12	247.86(1;2)	209.31(2;3)	172.67(2;3)
	0.17	314.76(1;3)	275.64(2;3)	220.19(2;3)
	0.28	372.85(1;3)	324.22(1;3)	275.39(2;4)
FG-V	0.12	259.49(1;2)	225.70(2;3)	179.47(2;3)
	0.17	332.00(1;3)	296.80(1;3)	230.09(2;3)
	0.28	399.62(1;3)	334.25(1;3)	291.44(2;4)
FG-A	0.12	202.19(2;3)	158.25(2;3)	143.90(2;3)
	0.17	266.05(2;3)	200.71(2;3)	177.98(2;3)
	0.28	307.29(1;3)	245.60(2;4)	206.16(2;4)
FG-O	0.12	234.54(1;2)	181.70(2;3)	155.89(2;3)
	0.17	294.88(1;3)	235.06(2;3)	195.53(2;3)
	0.28	340.04(1;3)	301.60(2;4)	234.79(2;4)

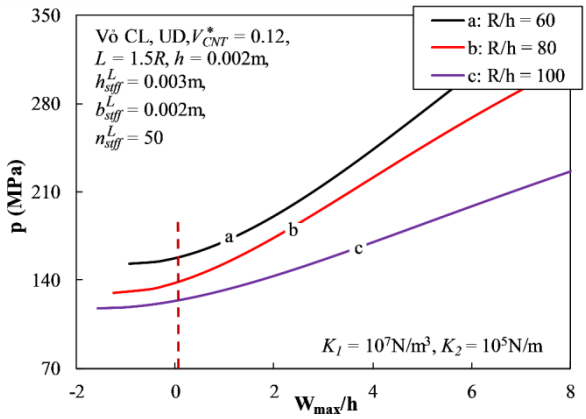
Thêm vào đó độ võng trước mất ổn định lớn hơn với nhiệt độ môi trường lớn hơn và nằm về miền âm trong các khảo sát. Ngược lại, khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ ở môi trường nhiệt độ cao là tốt hơn so với ở miền độ võng lớn trong cả hai trường hợp vỏ L- và C-FG-CNTRC trong tất cả các kết quả số được khảo sát.



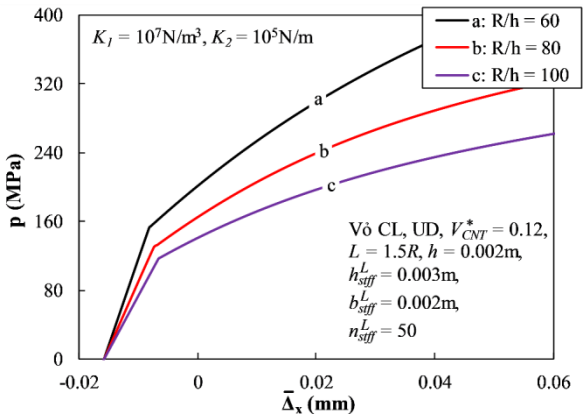
Hình 2.28. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.30. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.29. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



Hình 2.31. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC

Bảng 2.12 và Hình 2.28-2.31 chỉ ra rằng ảnh hưởng của tỷ số R/h đến tải nén dọc trục tới hạn, các đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn là đáng kể. Có thể thấy rằng tải nén dọc trục tới hạn tăng khi tỷ số R/h giảm. Hình 2.30 cũng cho thấy góc của đường thẳng trước mất ổn định không đổi khi tỷ số R/h thay đổi với vỏ L-FG-CNTRC, trong khi đó góc cửa đường thẳng

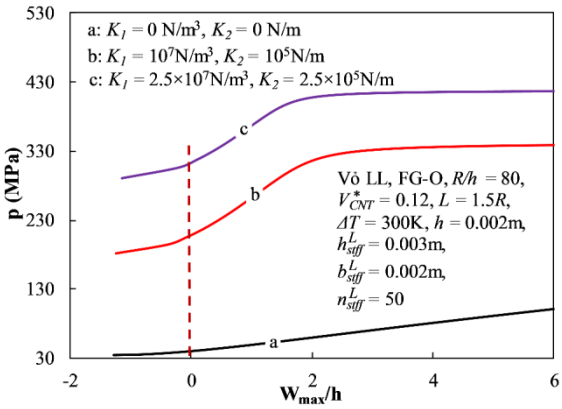
trước mất ổn định thay đổi lớn khi tỷ số R/h thay đổi với vỏ C-FG-CNTRC. Một bất thường có thể quan sát được trên các đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ trụ L-FG-CNTRC ở miền độ võng (độ co) lớn khi đường cong sau mất ổn định của vỏ trụ có tỷ số R/h =80 vượt lên phía trên vỏ trụ có tỷ số R/h =60. Điều này có thể được giải thích do sự khác biệt về mode tới hạn trong các tỷ số R/h được khảo sát (xem Bảng 2.12).

Bảng 2.13. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới tải nén dọc trục tới hạn p_{cr} của vỏ trụ LL-FG-CNTRC (MPa, $R/h=80$, $\Delta T=300K$, $L=1.5R$, $h=0.002m$, $h_{stff}^{L}=3mm$, $b_{stff}^{L}=2mm$, $n_{stff}^{L}=50$)

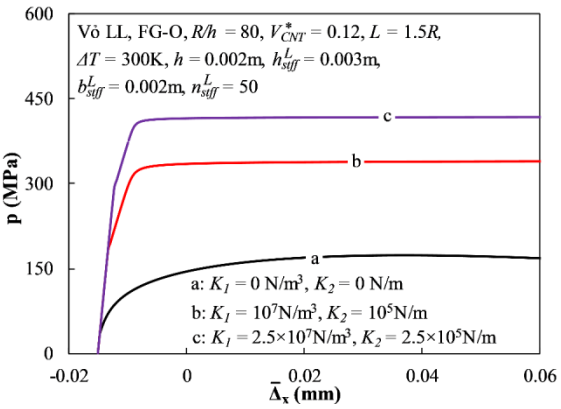
	V_{CNT}^{*}	$K_1=0\,N/m^3$, $K_2=0\,N/m$	$K_1=10^7\,N/m^3$, $K_2=10^5\,N/m$	$K_1=2.5\times10^7\,N/m^3$, $K_2=2.5\times10^5\,N/m$
UD	0.12	37.94(1;6)	195.27(2;3)	303.86(2;2)
	0.17	59.41(1;6)	254.50(2;3)	376.69(2;2)
	0.28	81.50(1;6)	311.14(1;3)	458.41(2;3)
FG-X	0.12	42.01(1;6)	209.31(2;3)	318.05(2;2)
	0.17	66.25(1;6)	275.64(2;3)	398.37(2;2)
	0.28	94.83(1;6)	324.22(1;3)	495.10(2;3)
FG-V	0.12	46.42(1;6)	225.70(2;3)	333.97(2;2)
	0.17	72.10(1;6)	296.80(1;3)	421.58(2;2)
	0.28	102.02(1;6)	334.25(1;3)	533.80(2;3)

Bảng 2.13 cho thấy ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới tải nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ LL-FG-CNTRC. Kết quả thu được cho thấy tải nén dọc trục tới hạn tăng đáng kể khi các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tăng. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi đến khả năng chịu tải sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ và $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ trụ LL-FG-CNTRC được trình bày trong các Hình 2.32-35. Các nghiên cứu thu được cho thấy khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ tăng rõ rệt khi các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tăng. Rõ ràng rằng phản lực nền đàn hồi luôn tác dụng ngược với chiều của độ võng đã làm giảm đáng kể nguy cơ mất ổn định của vỏ cũng như làm tăng mạnh khả năng chịu tải sau mất ổn

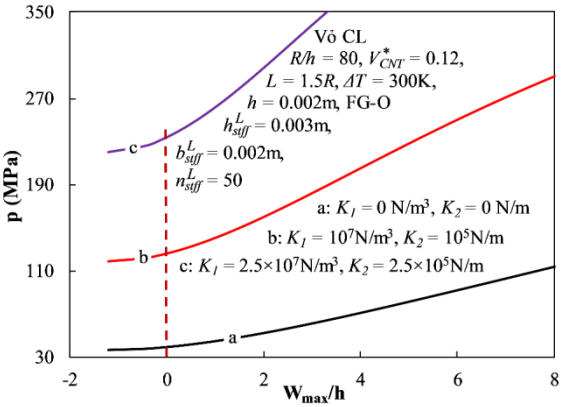
định của vỏ. Trong các hình 2.34 và 2.35, dường như góc của đường thẳng trước mất ổn định của đường cong $p-\bar{\Delta}_x$ là không đổi với các thành phần độ cứng của nền đàn hồi khác nhau.



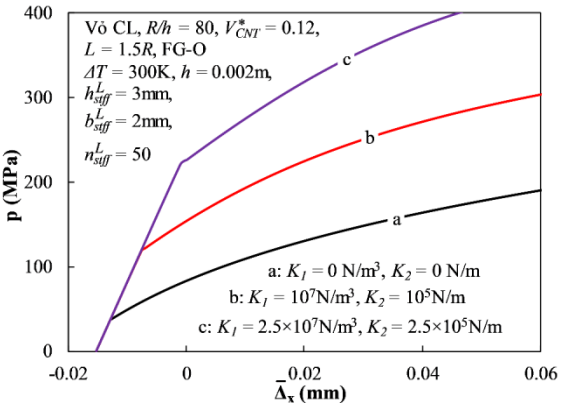
Hình 2.32. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.34. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ L-FG-CNTRC



Hình 2.33. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-W_{\max}/h$ của vỏ C-FG-CNTRC



Hình 2.35. Ảnh hưởng của các thành phần độ cứng của nền đàn hồi tới đường cong sau mất ổn định $p-\bar{\Delta}_x$ của vỏ C-FG-CNTRC

2.6. Kết luận chương 2

Chương 2 đã giải quyết được một số vấn đề sau:

- Đề xuất phương án thiết kế sườn làm bằng FG-CNTRC cho kết cấu vỏ trụ tròn FG-CNTRC. Xuất phát từ ý tưởng của kết cấu FGM có sườn, các quy luật phân bố của sườn FG-CNTRC được đề xuất để phù hợp với từng quy luật phân

bố của CNT trong vỏ. Sườn FG-CNTRC có thể được thiết kế theo hướng vòng hoặc hướng dọc của vỏ.

- Phát triển kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến dành cho sườn FG-CNTRC dựa trên lý thuyết dầm dị hướng và ý tưởng của kỹ thuật san tác dụng sườn cổ điển của Lekhnitskii. Trong đó các thành phần ứng suất nhiệt trong sườn cũng được xem xét.
- Thiết lập hệ phương trình chủ đạo cho bài toán vỏ trụ chịu tải nén dọc trục và áp lực ngoài dựa trên lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học của von Kármán. Tương tác nền-vỏ được thiết lập dựa trên mô hình nền đàn hồi hai hệ số của Pasternak.
- Hàm ứng suất được sử dụng để đưa hệ phương trình chủ đạo về thành hệ 2 phương trình đạo hàm riêng phi tuyến với một phương trình cân bằng và một phương trình tương thích biến dạng với hai ẩn hàm là độ võng và hàm ứng suất.
- Dạng nghiệm độ võng của vỏ được lựa chọn dưới dạng ba số hạng mô phỏng ba trạng thái của quá trình mất ổn định và sau mất ổn định của vỏ trụ tròn.
- Các biểu thức tải nén dọc trục tới hạn, tải áp lực ngoài tới hạn và liên hệ tải-độ võng sau mất ổn định phi tuyến có thể thu được dưới dạng hiển bằng cách áp dụng phương pháp Galerkin.

Từ những kết quả khảo sát số, những nhận xét nổi bật đạt được như sau

- Trường hợp vỏ trụ chịu áp lực ngoài, các sườn FG-CNTRC ảnh hưởng đáng kể đến tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ. Ngoài ra, quy luật phân bố của CNT trong sườn cũng có ảnh hưởng rõ rệt. Trong tất cả các kết quả khảo sát số, giá trị lớn nhất của tải áp lực ngoài mất ổn định tới hạn đạt được đối với vỏ FG-V CC.
- Không quan sát thấy hiện tượng snap-through đối với vỏ trụ L-FG-CNTRC trong tất cả các khảo sát số. Ngược lại có thể dễ dàng quan sát được đối với vỏ trụ C-FG-CNTRC.
- Các sườn FG-CNTRC cải thiện đáng kể tải nén dọc trục tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC. Ngoài ra, ảnh hưởng của sườn vòng lớn hơn sườn dọc đến ứng xử ổn định và sau mất ổn định của vỏ trong các kết quả khảo sát số.

- Các thiết kế về quy luật phân bố CNT của vỏ và sườn có ảnh hưởng đáng kể đến tác dụng của sườn FG-CNTRC. Có thể thấy, tải nén dọc trục tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ có sườn FG-V là hiệu quả nhất trong các kết quả khảo sát số.
- Nền đàn hồi Pasternak, các thông số hình học, vật liệu và nhiệt độ môi trường có ảnh hưởng đáng kể đến ứng xử ổn định của vỏ.

Chương 3. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG VỎ TRỤ FG-CNTRC CHỊU XOẮN TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC HOẶC LÕI AUXETIC

Tiếp nối chương 2, trong chương này vỏ trụ FG-CNTRC tiếp tục được xem xét nhưng trong một trường hợp tải trọng phức tạp hơn, đó là tải trọng xoắn. Hai phương án tăng cứng cho vỏ trụ được xem xét là vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC và vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic.

Trường hợp đầu tiên là vỏ trụ FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC, cũng được xem xét với phương án thiết kế sườn như trong chương trước cho tất cả các quy luật phân bố CNT. Trường hợp thứ hai là vỏ trụ được tăng cứng bằng lõi Auxetic, một phương án thiết kế quy luật phân bố CNT của hai lớp mặt được lựa chọn, trong khi đó để đảm bảo tính liên kết giữa các vật liệu thành phần và đơn giản cho công tác chế tạo, lõi Auxetic được chọn làm cùng vật liệu với nền đẳng hướng của FG-CNTRC.

Các phương trình chủ đạo cũng được thiết lập tương tự chương 2, dựa trên lý thuyết vỏ Donnell trong đó có kể đến tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Kármán. Hàm ứng suất được sử dụng và một dạng nghiệm độ võng phức tạp của vỏ chịu xoắn được lựa chọn dưới dạng ba số hạng để mô phỏng ba trạng thái của quá trình mất ổn định và sau mất ổn định xoắn của vỏ. Phương pháp Galerkin được áp dụng để thu được hệ phương trình cân bằng dưới dạng đại số phi tuyến, sau đó các liên hệ phi tuyến giữa tải xoắn và độ võng có thể nhận được sau một số biến đổi toán học, từ đó các biểu thức tải xoắn tới hạn của vỏ FG-CNTRC có sườn và vỏ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic có thể nhận được dưới dạng hiển.

Các khảo sát số được tiến hành để đánh giá các ảnh hưởng của sườn, lõi Auxetic, các thông số vật liệu và hình học đến tải tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC và vỏ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic. Các thảo luận và nhận xét có ý nghĩa được thực hiện một cách chi tiết.

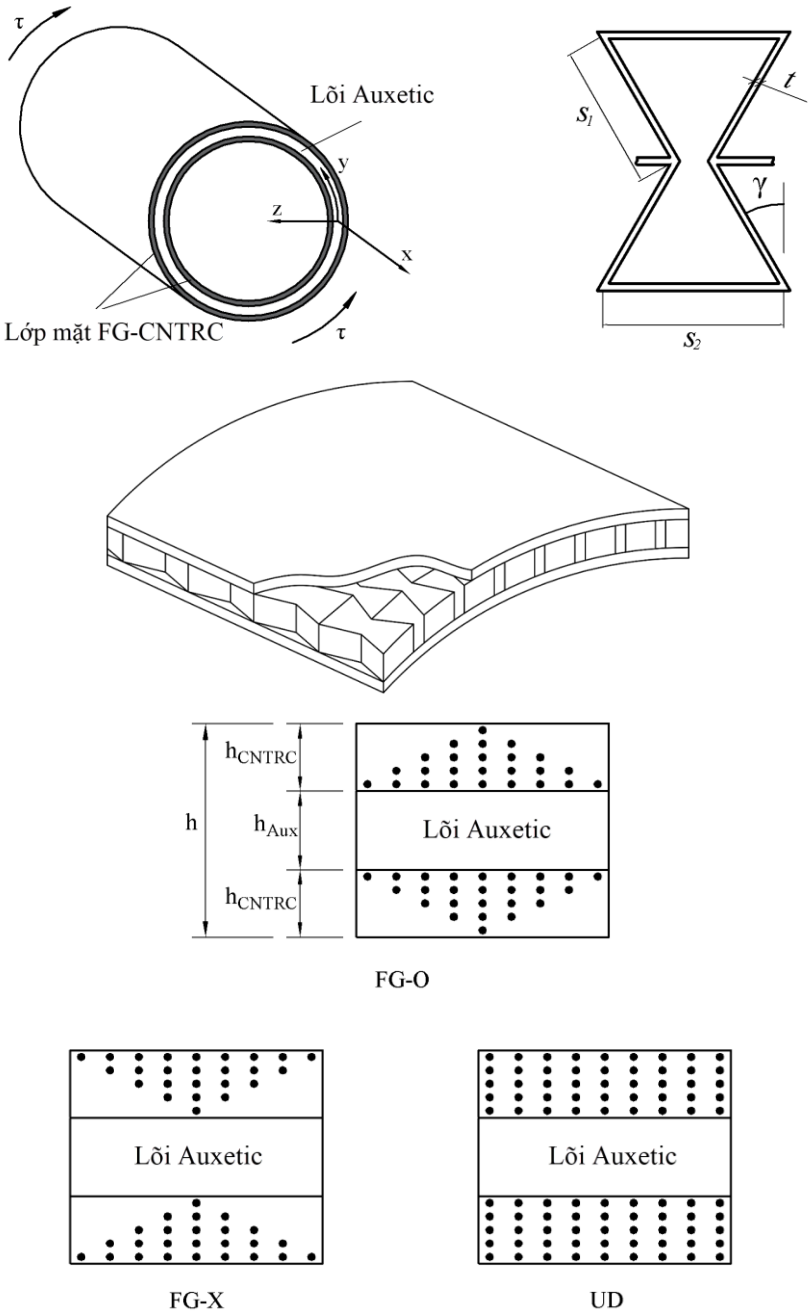
Nội dung của chương này đã được công bố trên 02 bài báo trên các tạp chí quốc tế ISI (SCIE) (Bài báo số 3 và 4 trong danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án).

3.1. Thiết kế vật liệu và kết cấu

3.1.1. Thiết kế vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC

Trong chương này, mô hình vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC, các quy luật phân bố của CNT và hệ tọa độ được xem xét tương tự như mô hình được trình bày trong chương 2.

3.1.2. Thiết kế vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic



Hình 3.1. Thiết kế của vỏ trụ FG-CNTRC có lõi Auxetic

Trong nội dung chương này, vỏ trụ FG-CNTRC sandwich có lõi Auxetic chịu tải xoắn phân bố đều τ được xem xét. Các thông số hình học của vỏ trụ, lõi Auxetic

tổ ong và các lớp mặt FG-CNTRC được thể hiện trên Hình 3.1. Ba quy luật phân bố của CNT của hai lớp mặt là UD, FG-X và FG-O của hai lớp mặt FG-CNTRC được thiết kế trong luận án này như sau

- Quy luật phân bố UD:

$$V_{CNT} = V_{CNT}^{*}, \qquad \left(-\frac{h}{2} \le z \le -\frac{h_{Aux}}{2}\right), \tag{3.1}$$

$$V_{CNT} = V_{CNT}^{*}, \qquad \left(\frac{h_{Aux}}{2} \le z \le \frac{h}{2}\right). \tag{3.2}$$

- Quy luật phân bố FG-X:

$$V_{CNT} = \left(\frac{2h_{Aux} + 4z}{h_{Aux} - h}\right) V_{CNT}^{*}, \qquad \left(-\frac{h}{2} \le z \le -\frac{h_{Aux}}{2}\right), \tag{3.3}$$

$$V_{CNT} = \left(\frac{2h_{Aux} - 4z}{h_{Aux} - h}\right) V_{CNT}^{*}, \qquad \left(\frac{h_{Aux}}{2} \le z \le \frac{h}{2}\right). \tag{3.4}$$

- Quy luật phân bố FG-O:

$$V_{CNT} = \left(\frac{2h_{Aux} + 4z}{h - h_{Aux}}\right) V_{CNT}^{*}, \qquad \left(-\frac{h}{2} \le z \le -\frac{h_{Aux}}{2}\right), \tag{3.5}$$

$$V_{CNT} = \left(\frac{2h_{Aux} - 4z}{h - h_{Aux}}\right) V_{CNT}^{*}, \qquad \left(\frac{h_{Aux}}{2} \le z \le \frac{h}{2}\right). \tag{3.6}$$

Lớp lõi Auxetic tổ ong được làm từ cùng một vật liệu với vật liệu polymer của nền đẳng hướng. Lõi Auxetic được thuần nhất về một lớp vật liệu thuần nhất dị hướng tương đương dựa theo các biểu thức của Gibson sửa đổi. Như vậy thay vì tính toán với kết cấu lõi tổ ong phức tạp, ta có thể phân tích ứng xử của lớp lõi như một lớp thuần nhất dị hướng với các hằng số đàn hồi được ước lượng như sau [150]

$$E_{11}^{Aux} = E^{m} \frac{\theta_2^3 \left(\theta_1 - \sin\gamma\right)}{\cos^3\gamma \left[1 + \left(\tan^2\gamma + \theta_1 \sec^2\gamma\right)\theta_2^2\right]}, \tag{3.7}$$

$$E_{22}^{Aux} = E^{m} \frac{\theta_2^3}{\cos\gamma \left(\theta_1 - \sin\gamma\right)\left(\tan^2\gamma + \theta_2^2\right)}, \tag{3.8}$$

$$G_{12}^{Aux} = E^{m} \frac{\theta_2^3}{\theta_1 \left(1 + 2\theta_1\right)\cos\gamma}, \tag{3.9}$$

$$\nu_{12}^{Aux} = -\frac{\sin\gamma\left(1-\theta_2^2\right)\left(\theta_1-\sin\gamma\right)}{\left[1+\left(\theta_1\sec^2\gamma+\tan^2\gamma\right)\theta_2^2\right]\cos^2\gamma}, \tag{3.10}$$

$$\nu_{21}^{Aux} = -\frac{\sin\gamma\left(1-\theta_2^2\right)}{\left(\tan^2\gamma+\theta_2^2\right)\left(\theta_1-\sin\gamma\right)}, \tag{3.11}$$

trong đó $\theta_1 = s_2/s_1, \theta_2 = t/s_1$, s_1, s_2, t và γ được trình bày trong Hình 3.1.

3.2. Hệ phương trình cân bằng phi tuyến và hàm ứng suất

Định luật Hooke, các thành phần chuyển vị $\bar{u}, \bar{v}$ và $\bar{w}$ cách mặt giữa một khoảng z, các biến dạng $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ và γ_{xy}, các thành phần biến dạng của vỏ ở mặt giữa $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$, và γ_{xy}^0, và các biểu thức lực giãn N_x, N_y, N_{xy} và mô men M_x, M_y, M_{xy} được viết giống như trong chương 2, bởi các biểu thức (2.3)-(2.8) tương ứng.

Trong trường hợp vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu tải xoắn trong môi trường nhiệt, các biểu thức của các thành phần ma trận độ cứng và nội lực nhiệt được viết như trong các biểu thức (2.9)-(2.21).

Trong trường hợp vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi auxetic chịu tải xoắn, trong đó sự thay đổi của nhiệt độ môi trường chưa được xem xét tới $\left(\Delta T = 0\right)$, các hằng số đàn hồi các của hai lớp mặt FG-CNTRC E_{11}, E_{22}, G_{12}, ν_{12}, ν_{21} được xác định theo các biểu thức (1.1)-(1.4), (1.6) và (1.7), các biểu thức của các thành phần ma trận độ cứng và nội lực nhiệt được xác định như sau:

$$\left(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\right) = \left(A_{ij}^{CNTRC}, B_{ij}^{CNTRC}, D_{ij}^{CNTRC}\right) + \left(A_{ij}^{Aux}, B_{ij}^{Aux}, D_{ij}^{Aux}\right), \tag{3.12}$$

$$\phi_{1x}^T = \phi_{1y}^T = 0, \qquad \phi_{2x}^T = \phi_{2y}^T = 0, \tag{3.13}$$

trong đó

$$\left(A_{ij}^{CNTRC}, B_{ij}^{CNTRC}, D_{ij}^{CNTRC}\right) = \int_{\Pi_{out}} Q_{ij}^{CNTRC-out}\left(1, z, z^2\right)dz + \int_{\Pi_{inn}} Q_{ij}^{CNTRC-inn}\left(1, z, z^2\right)dz, \quad \left(i, j = 1,2,6\right) \tag{3.14}$$

$$\left(A_{ij}^{Aux}, B_{ij}^{Aux}, D_{ij}^{Aux}\right) = \int_{\Pi_{Aux}} Q_{ij}^{Aux}\left(1, z, z^2\right)dz, \quad \left(i, j = 1,2,6\right) \tag{3.15}$$

với Π_{out} và Π_{inn} là miền chiều dày của lớp CNTRC mặt ngoài và mặt trong của vỏ, Π_{Aux} là miền chiều dày của lớp lõi Auxetic.

Hệ phương trình cân bằng của vỏ trụ theo lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học của von-Karman được viết tương tự chương 2 với việc bỏ qua thành phần của tải áp lực ngoài và nền đàn hồi Pasternak trong phương trình cân bằng thứ ba, dẫn tới

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial N_x}{\partial x}=0, \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial N_y}{\partial y}=0, \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}+\frac{N_y}{R}+N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0. \tag{3.18}$$

Tương tự trong chương 2, hàm ứng suất Airy $\chi(x,y)$ thỏa mãn (3.16) và (3.17), được đưa vào, phương trình cân bằng (3.18) và phương trình tương thích biến dạng (2.22), có thể được viết lại tương ứng như sau

$$\begin{aligned}&D_{11}^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\left(D_{12}^*+D_{21}^*+4D_{66}^*\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}^*\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\\&\quad+B_{21}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}-\left(B_{11}^*+B_{22}^*-2B_{66}^*\right)\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2\partial y^2}-B_{12}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial y^4}-\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\&\qquad-\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+2\frac{\partial^2\chi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}=0,\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}&A_{11}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}+\left(A_{66}^*-2A_{12}^*\right)\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2\partial y^2}+A_{22}^*\frac{\partial^4\chi}{\partial y^4}+B_{21}^*\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+B_{12}^*\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\\&\quad+\left(B_{11}^*+B_{22}^*-2B_{66}^*\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0,\end{aligned} \tag{3.20}$$

trong đó các biểu thức $A_{ij}^*, B_{ij}^*, D_{ij}^*$ được xác định tương tự như trong chương 2.

Phương trình (3.19) và (3.20) là các phương trình phi tuyến có hai ẩn hàm w và χ, dùng để phân tích mất ổn định xoắn đàn hồi phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC hoặc vỏ trụ sandwich FG-CNTRC lõi auxetic trong môi trường nhiệt.

3.3. Dạng nghiệm độ võng và phương pháp Galerkin

Giả sử vỏ trụ FG-CNTRC có điều kiện biên gối di động ở hai cạnh x =0 và x= L , và chịu tải xoắn τ . Điều kiện biên trong trường hợp này là

$$w=0, M_x=0, N_x=0, N_{xy}=-\tau h, \text{ tại } x=0;L. \tag{3.21}$$

Dạng nghiệm ba số hạng của độ võng có thể được chọn dưới dạng sau [55]

$$w=w(x,y)=\vartheta_2\sin^2\alpha x+\vartheta_1\sin\alpha x\sin\beta(y-\lambda x)+\vartheta_0, \tag{3.22}$$

trong đó $\alpha=m\pi/L,\ \beta=n/R,$ với m và n là các mode mất ổn định của vỏ; λ là tan của góc giữa đường cong có độ võng bằng không và đường sinh vỏ. Ba biên độ $\vartheta_0,\ \vartheta_1,\ \vartheta_2$ lần lượt là biên độ độ võng đều trước mất ổn định, biên độ độ võng tuyến tính và biên độ độ võng phi tuyến sau mất ổn định của vỏ.

Như có thể quan sát được, điều kiện biên gối di động tại x = 0;L được thỏa mãn theo nghĩa xấp xỉ.

Biểu thức hàm ứng suất có thể được xác định bằng cách thế dạng độ võng trong phương trình (3.22) vào phương trình (3.20), sau một số phép toán nhận được

$$\begin{aligned}\chi=&F_1\cos2\alpha x+F_2\cos2\beta(y-\lambda x)\\&+F_3\cos\beta\left[y+x\left(\frac{\alpha}{\beta}-\lambda\right)\right]+F_4\cos\beta\left[y-x\left(\frac{\alpha}{\beta}+\lambda\right)\right]\\&+F_5\cos\beta\left[y-x\left(\lambda+\frac{3\alpha}{\beta}\right)\right]+F_6\cos\beta\left[y-x\left(\lambda-\frac{3\alpha}{\beta}\right)\right]-\tau hxy,\end{aligned} \tag{3.23}$$

trong đó

$$F_1=M_1\vartheta_2+M_2\vartheta_1^2,\quad F_2=M_3\vartheta_1^2,$$

$$F_3=M_4\vartheta_1+M_5\vartheta_1\vartheta_2,\quad F_4=M_6\vartheta_1+M_7\vartheta_1\vartheta_2,$$

$$F_5=M_8\vartheta_1\vartheta_2,\qquad F_6=M_9\vartheta_1\vartheta_2,$$

$$M_1=-\frac{4\left(\dfrac{A_{12}B_{11}-A_{11}B_{12}}{\Gamma}\right)\alpha^2+\dfrac{1}{R}}{8A_{11}^*\alpha^2},\ M_2=\frac{\beta^2}{32A_{11}^*\alpha^2},$$

$$M_3=\frac{\alpha^2}{32\beta^2\left[A_{11}^*\lambda^4+\left(A_{66}^*-2A_{12}^*\right)\lambda^2+A_{22}^*\right]},$$

$$M_4=\left\{\alpha\beta\lambda\left(\frac{1}{R}+2\left(A_{12}B_{11}-A_{11}B_{12}\right)-A_{15}\beta^2\right)\right.$$
$$-\frac{1}{2}\left(\frac{A_{12}B_{11}-A_{11}B_{12}}{\Gamma}\right)\left[\Gamma^2+\left(2\alpha\beta\lambda\right)^2\right]-\left(\frac{1}{R}-P_1\beta^2\right)\frac{\Gamma}{2}$$
$$\left.-\left(\frac{A_{12}B_{22}-A_{22}B_{12}}{\Gamma}\right)\frac{\beta^4}{2}\right\}\Bigg/\left\{\beta^4\left[A_{11}^*\left(\frac{\alpha}{\beta}-\lambda\right)^4+A_{12}^*\left(\frac{\alpha}{\beta}-\lambda\right)^2+A_{22}^*\right]\right\},$$

$$M_5=\frac{\alpha^2}{2\beta^2\left[A_{11}^*\left(\frac{\alpha}{\beta}-\lambda\right)^4+\left(A_{66}^*-2A_{11}^*\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}-\lambda\right)^2+A_{22}^*\right]},$$

$$M_6=\left\{2\alpha\beta\lambda\left[2\left(A_{12}B_{11}-A_{11}B_{12}\right)+\frac{1}{R}-P_1\beta^2\right]+\right.$$
$$\left(\frac{A_{12}B_{11}-A_{11}B_{12}}{\Gamma}\right)\left[\Gamma^2+\left(2\alpha\beta\lambda\right)^2\right]+\left(\frac{1}{R}-P_1\beta^2\right)\Gamma+$$
$$\left.\left(\frac{A_{12}B_{22}-A_{22}B_{12}}{\Gamma}\right)\beta^4\right\}\Bigg/\left\{2\beta^4\left[A_{11}\left(\frac{\alpha}{\beta}+\lambda\right)^4+A_{12}\left(\frac{\alpha}{\beta}+\lambda\right)^2+A_{13}\right]\right\},$$

$$M_7=\frac{-\alpha^2}{2\beta^2\left[A_{11}^*\left(\frac{\alpha}{\beta}+\lambda\right)^4+\left(A_{66}^*-2A_{11}^*\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}+\lambda\right)^2+A_{22}^*\right]},$$

$$M_8=\frac{\alpha^2}{2\beta^2\left[A_{11}^*\left(\frac{3\alpha}{\beta}+\lambda\right)^4+\left(A_{66}^*-2A_{11}^*\right)\left(\frac{3\alpha}{\beta}+\lambda\right)^2+A_{22}^*\right]},$$

$$M_9=\frac{-\alpha^2}{2\beta^2\left[A_{11}^*\left(\frac{3\alpha}{\beta}+\lambda\right)^4+\left(A_{66}^*-2A_{11}^*\right)\left(\frac{3\alpha}{\beta}+\lambda\right)^2+A_{22}^*\right]},$$

$$\Gamma=\alpha^2+\beta^2\lambda^2, P_1=-\frac{A_{12}B_{12}-A_{22}B_{11}}{\Gamma}-\frac{A_{12}B_{12}-A_{11}B_{22}}{\Gamma}-2B_{66}^*.$$

Thế các phương trình (3.22) và (3.23) vào phương trình cân bằng (3.19), sau đó áp dụng phương pháp Galerkin, hệ phương trình cân bằng mới dưới dạng đại số thu được như sau

$$2\tau h\beta^2\lambda+N_1+N_2\vartheta_2+N_3\vartheta_1^2+N_4\vartheta_2^2=0, \tag{3.24}$$

$$N_5\vartheta_2 - N_6\vartheta_1^2 + N_7\vartheta_1^2\vartheta_2 = 0, \tag{3.25}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
N_1 = {} & D_{11}^*\left[\Gamma^2 + \left(2\alpha\beta\lambda\right)^2\right] \\
& - M_4\beta^4\left[B_{21}^*\left(\frac{\alpha}{\beta} - \lambda\right)^4 + \left(2B_{66}^* - B_{11}^* - B_{22}^* - \frac{1}{R\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta} - \lambda\right)^2 - B_{12}^*\right] \\
& + M_6\beta^4\left[B_{21}^*\left(\frac{\alpha}{\beta} + \lambda\right)^4 + \left(2B_{66}^* - B_{11}^* - B_{22}^* - \frac{1}{R\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta} + \lambda\right)^2 - B_{12}^*\right] \\
& + \left(D_{12}^* + D_{21}^* + 4D_{66}^*\right)\beta^2\Gamma + D_{22}^*\beta^4,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_2 = {} & -M_5\beta^4\left[B_{21}^*\left(\frac{\alpha}{\beta} - \lambda\right)^4 + \left(2B_{66}^* - B_{11}^* - B_{22}^* - \frac{1}{R\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta} - \lambda\right)^2 - B_{12}^*\right] \\
& + \alpha^2\beta^2\left(-M_4 + M_6 - 2M_1\right) \\
& + M_7\beta^4\left[B_{21}^*\left(\frac{\alpha}{\beta} + \lambda\right)^4 + \left(2B_{66}^* - B_{11}^* - B_{22}^* - \frac{1}{R\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta} + \lambda\right)^2 - B_{12}^*\right],
\end{aligned}$$

$$N_3 = -2\left(M_3 + M_2\right)\alpha^2\beta^2, \quad N_4 = \left(-M_5 + M_7 - M_8 + M_9\right)\alpha^2\beta^2,$$

$$N_5 = -8\alpha^2\left[-2D_{11}^*\alpha^2 + \left(4B_{21}^*\alpha^2 - \frac{1}{R}\right)M_1\right],$$

$$N_6 = 8\alpha^2 M_2\left(4B_{21}^*\alpha^2 - \frac{1}{R}\right) + 2\left(M_4 - M_6\right)\alpha^2\beta^2,$$

$$N_7 = 2\alpha^2\beta^2\left(-M_5 + M_7 - M_8 + M_9\right).$$

Các kết cấu vỏ tròn xoay kín như vỏ trụ chịu xoắn cũng phải thỏa mãn điều kiện chu vi kín dưới đây [55]

$$\int_0^{2\pi R}\int_0^L \frac{\partial v}{\partial y}dxdy = 0. \tag{3.26}$$

Thế các hệ thức (2.7), (2.8), và (2.24), có tính đến (3.22), vào phương trình (3.26), ta có

$$2\vartheta_0 + \vartheta_2 + 2R\left(A_{11}^*\phi_{1y}^T - A_{12}^*\phi_{1x}^T\right) - \frac{1}{4}R\vartheta_1^2\beta^2 = 0. \tag{3.27}$$

Từ các phương trình (3.24), (3.25) và (3.27), ϑ_0 và ϑ_2 có thể được khử và giải τ theo ϑ_1, biểu thức liên hệ τ-ϑ_1 nhận được như sau

$$\tau = -\frac{1}{2h\beta^2\lambda}\left\{\frac{2N_2N_6\vartheta_1^2}{2\left(N_5+N_7\vartheta_1^2\right)} + N_1 + N_3\vartheta_1^2 + N_4\left[\frac{2N_6\vartheta_1^2}{2\left(N_5+N_7\vartheta_1^2\right)}\right]^2\right\}. \quad (3.28)$$

Khi $\vartheta_1 \to 0$, phương trình (3.28) dẫn đến

$$\tau^{upper} = -\frac{N_1}{2h\beta^2\lambda}. \quad (3.29)$$

Phương trình (3.29) là biểu thức dạng hiển được sử dụng để ước lượng tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC hoặc vỏ trụ sandwich FG-CNTRC lõi auxetic.

Tương tự trong chương trước, từ phương trình (3.22) có thể thấy độ võng lớn nhất của vỏ đạt được bằng cách cộng tổng ba thành phần biên độ của độ võng, bằng cách sử dụng các phương trình (3.24-3.25) và (3.27), độ võng lớn nhất không thứ nguyên được viết lại theo biên độ độ võng tuyến tính của trạng thái sau mất ổn định, dẫn đến

$$\bar{W} = W_{\max}/h = \frac{R\vartheta_1^2\beta^2}{8h} - \frac{R\left(A_{11}^*\phi_{1y}^T - A_{12}^*\phi_{1x}^T\right)}{h} + \frac{\vartheta_1}{h} + \frac{2N_6\vartheta_1^2}{4h\left(N_5+N_7\vartheta_1^2\right)}. \quad (3.30)$$

Đường cong sau mất ổn định của độ võng lớn nhất không thứ nguyên-tải xoắn của vỏ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC trong môi trường nhiệt có thể được khảo sát bằng cách kết hợp các phương trình (3.28) và (3.30). Bằng cách cho biên độ độ võng tuyến tính ϑ_1 thay đổi, tải xoắn τ và độ võng lớn nhất không thứ nguyên $\bar{W}$ có thể xác định được theo các biểu thức (3.28) và (3.30) tương ứng. Từ đó vẽ được đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$.

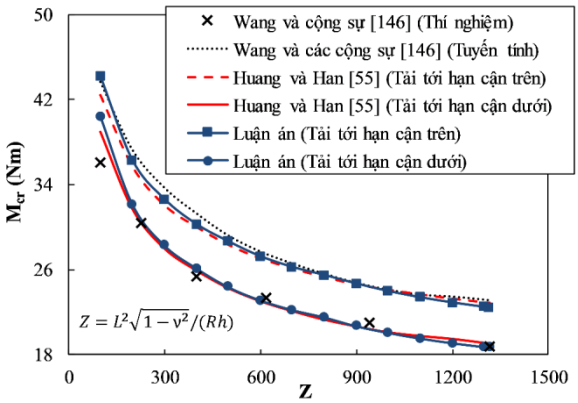
Góc xoắn được định nghĩa theo nghĩa trung bình như sau [55]

$$\varphi = \frac{1}{2\pi RL}\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)dxdy = A_{66}^*\tau h + \frac{n^2\lambda\vartheta_1^2}{4R^2}. \quad (3.31)$$

Kết hợp phương trình (3.28) với phương trình (3.31), đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ sẽ được khảo sát bằng cách tương tự với đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$.

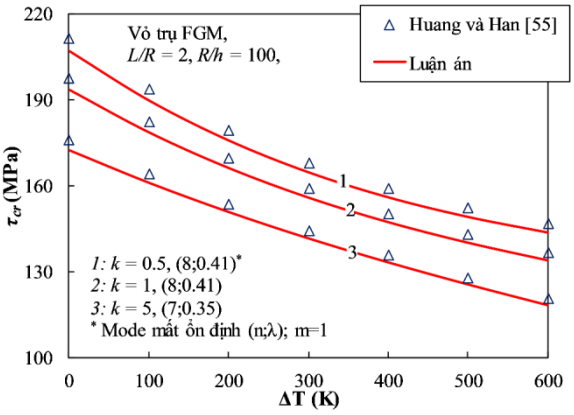
3.4. Nghiên cứu so sánh

Để xác minh tính chính xác của các kết quả của luận án, các kết quả bằng số của mômen xoắn tới hạn $M_{cr} = 2\pi h R^2 \tau_{cr}$ của luận án cho vỏ trụ đẳng hướng được so sánh với kết quả giải tích và thí nghiệm của Wang và các cộng sự [146] và kết quả giải tích dựa trên lý thuyết vỏ Donnell và phương pháp năng lượng Ritz của Huang và Han [55] như thể hiện trên Hình 3.2.



Hình 3.2. So sánh mômen xoắn tới hạn cận trên và cận dưới của vỏ trụ đẳng hướng với kết quả của các tác giả khác

Trong hình 3.3, các kết quả về tải tới hạn cận dưới của vỏ trụ FGM của luận án cũng được so sánh với kết quả của của Huang và Han [55] với các chỉ số đặc trưng tỷ phần thể tích k của FGM và các giá trị nhiệt độ môi trường khác nhau. Các thành phần độ cứng A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} được gán các giá trị tương ứng của vỏ trụ FGM trong so sánh này.



Hình 3.3. So sánh tải xoắn tới hạn cận dưới của vỏ trụ FGM với kết quả của Huang và Han [55]

Như đã trình bày, kết quả của luận án rất phù hợp với kết quả của Wang và các cộng sự [146] và Huang và Han [55]. Có thể thấy rằng kết quả so sánh đã xác nhận độ tin cậy của phương pháp tiếp cận của luận án.

3.5. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ tròn FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu xoắn

Tương tự chương 2, để ngắn gọn, trong các khảo sát số của mục này, quy luật phân bố CNT trong vỏ và sườn được viết theo quy luật phân bố CNT trong vỏ trong các khảo sát số. Quy luật phân bố CNT trong sườn được lấy tương ứng với từng trường hợp quy luật phân bố của vỏ được trình bày chi tiết trong hình 2.3. Các thông số vật liệu của vật liệu nền polymethyl methacrylate (PMMA) và SWCNT với các tính chất phụ thuộc vào nhiệt độ được trình bày trong mục 1.2.1.

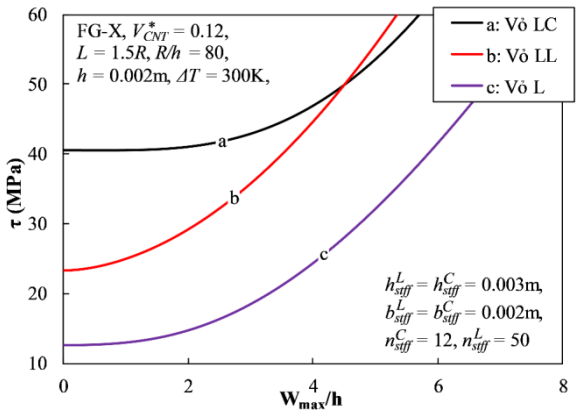
Bảng 3.1 chỉ ra những ảnh hưởng rất lớn quy luật phân bố CNT, hướng CNT và sườn đến tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC có và không có sườn FG-CNTRC. Các trường hợp vỏ L- và C-FG-CNTRC được xem xét, ngoài ra còn tính đến các sườn vòng và sườn dọc tăng cứng. Kết quả thu được cho thấy tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ không sườn là lớn nhất với quy luật phân bố FG-X và nhỏ nhất với quy luật phân bố FG-O. Điều này có thể giải thích là một lượng lớn CNT đặt cách xa mặt giữa sẽ làm tăng các thành phần độ cứng của vỏ đối với quy luật phân bố FG-X, và có thể giải thích các ảnh hưởng ngược lại đối với quy luật phân bố FG-O. Thêm vào đó, xu hướng ngược lại có thể quan sát thấy đối với vỏ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC. Đối với phương án thiết kế của luận án, tải xoắn tới hạn của vỏ CC-FG-V có sườn lần lượt lớn hơn so với vỏ có sườn CC-FG-X. Kết quả cũng cho thấy tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ có sườn L nhỏ hơn nhiều so với tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ có sườn C. Thêm vào đó, tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ có sườn lớn hơn rõ rệt so với vỏ trụ không sườn. Điều này chứng tỏ rằng các sườn làm tăng đáng kể khả năng chống mất ổn định của vỏ với mức tăng tổng khối lượng của hệ kết cấu ở mức chấp nhận được.

Hình 3.4 - 3.7 thể hiện các đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ và $\tau - \varphi$ của vỏ trụ L-FG-CNTRC (xem Hình 3.4 và 3.5) và vỏ trụ C-FG-CNTRC (xem Hình 3.6 và 3.7) theo quy luật phân bố FG-X và các trường hợp sườn vòng và sườn dọc. Kết quả trong các hình này cho thấy hiện tượng snap-through có thể quan sát được rõ ràng trong trường hợp vỏ C-FG-CNTRC và kết quả ngược lại được ghi nhận trong trường hợp vỏ L-FG-CNTRC.

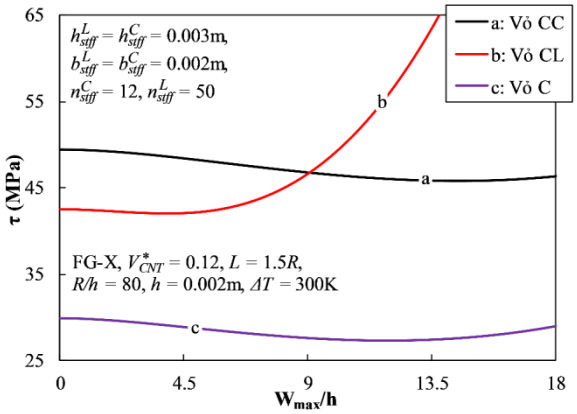
Bảng 3.1. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT, hướng CNT và sườn đến tải xoắn tới hạn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h_{stff}^{L} = h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{L} = b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12$, $n_{stff}^{L} = 50$, $\Delta T = 300$ K, $m = 1$) * mode mất ổn định $(n;\lambda)$

	V_{CNT}^{*}	Vỏ L			Vỏ C		
		Vỏ L	Vỏ LL	Vỏ LC	Vỏ C	Vỏ CL	Vỏ CC
UD	0.12	10.11(8;0.22)*	20.64(9;0.15)	31.99(4;0.54)	24.18(5;1.21)	33.08(4;0.67)	45.43(4;1.61)
	0.17	15.98(8;0.22)	31.81(8;0.15)	49.96(4;0.55)	37.89(5;1.14)	51.41(4;0.66)	71.33(4;1.52)
	0.28	21.31(8;0.20)	45.24(9;0.14)	69.07(4;0.53)	51.51(5;1.33)	71.90(4;0.69)	96.49(4;1.77)
FG-X	0.12	12.59(8;0.20)	23.38(9;0.14)	40.58(4;0.52)	29.94(5;1.42)	42.49(4;0.71)	49.46(4;1.72)
	0.17	20.07(8;0.21)	36.44(8;0.15)	62.89(4;0.52)	47.10(5;1.33)	65.59(4;0.70)	78.01(4;1.61)
	0.28	28.63(8;0.19)	54.23(9;0.14)	90.98(4;0.51)	65.60(4;1.15)	95.67(4;0.73)	108.27(4;1.84)
FG-V	0.12	9.02(8;0.24)	25.78(9;0.14)	28.15(4;0.61)	20.63(5;1.00)	28.14(4;0.59)	54.40(4;1.82)
	0.17	14.42(8;0.25)	39.63(9;0.14)	44.78(4;0.63)	32.46(5;0.95)	44.44(4;0.58)	85.57(4;1.71)
	0.28	18.96(8;0.23)	57.64(9;0.13)	61.09(4;0.60)	44.40(5;1.07)	61.30(4;0.61)	118.13(4;1.98)
FG-A	0.12	8.26(8;0.24)	13.86(8;0.18)	24.25(5;0.56)	19.33(5;1.07)	25.90(4;0.66)	32.97(5;1.70)
	0.17	13.21(8;0.25)	21.58(8;0.18)	37.43(5;0.57)	30.49(5;1.01)	40.25(5;0.70)	51.61(5;1.60)
	0.28	17.66(8;0.23)	30.47(8;0.17)	52.85(5;0.54)	41.94(5;1.14)	56.23(4;0.68)	71.56(4;1.34)
FG-O	0.12	7.52(8;0.26)	18.03(9;0.15)	22.97(5;0.63)	17.35(5;0.93)	22.98(5;0.64)	41.44(4;1.49)
	0.17	11.92(8;0.27)	27.57(8;0.16)	36.05(5;0.65)	27.39(5;0.88)	35.40(5;0.62)	65.32(4;1.40)
	0.28	15.07(8;0.24)	38.25(9;0.14)	49.79(5;0.62)	37.16(5;1.00)	50.41(4;0.61)	89.47(4;1.61)

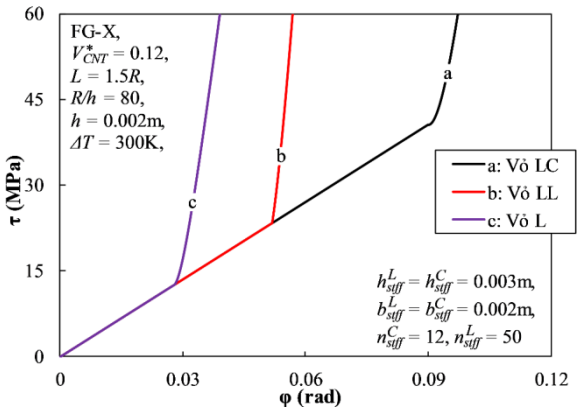
Một nhận xét đặc biệt thu được là đường thẳng trước mất ổn định $\tau - \varphi$ trong trường hợp vỏ FG-CNTRC có sườn và không sườn dường như không thay đổi trong tất cả các trường hợp được xem xét. Hình 3.8 chỉ ra rằng sự khác biệt lớn giữa tải xoắn mất ổn định ở mode tới hạn của tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên so với tải xoắn mất ổn định tới hạn cận dưới trong các khảo sát số. Hình 3.8 cũng chỉ ra rằng trong hầu hết các trường hợp khảo sát, mode mất ổn định tới hạn cận trên và cận dưới là không trùng nhau. Do đặc điểm dễ xác định và khả năng ứng dụng cao trong thực tế kỹ thuật, các kết quả dưới đây tập trung khảo sát tải tới hạn cận trên và các đường cong sau mất ổn định tương ứng với mode tới hạn cận trên.



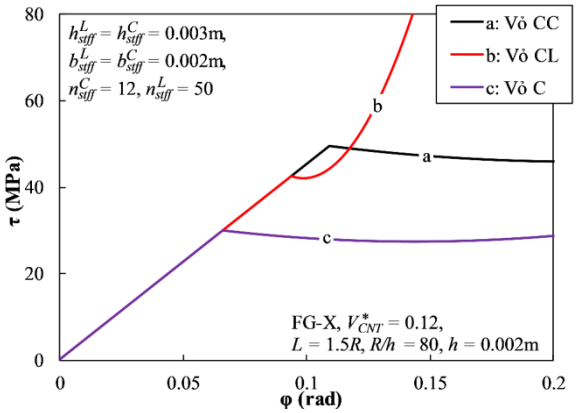
Hình 3.4. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn L-FG-CNTRC



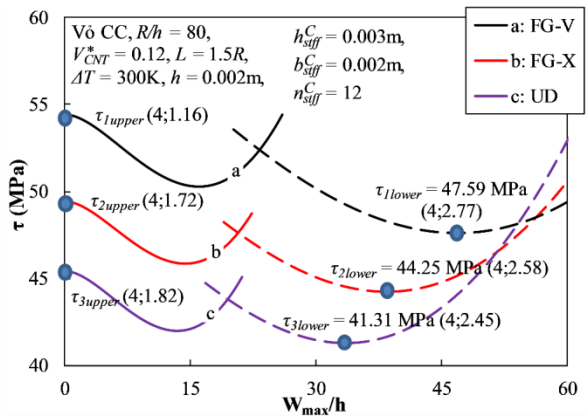
Hình 3.6. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn C-FG-CNTRC



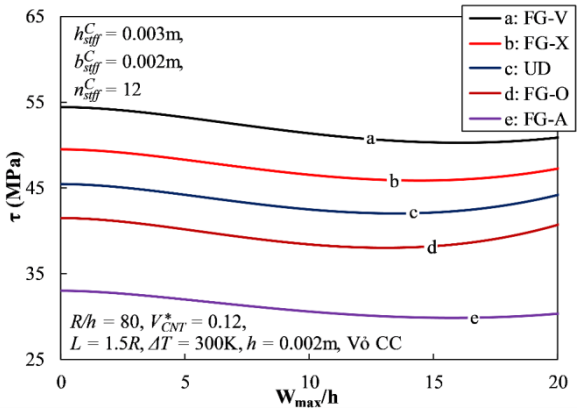
Hình 3.5. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn L-FG-CNTRC



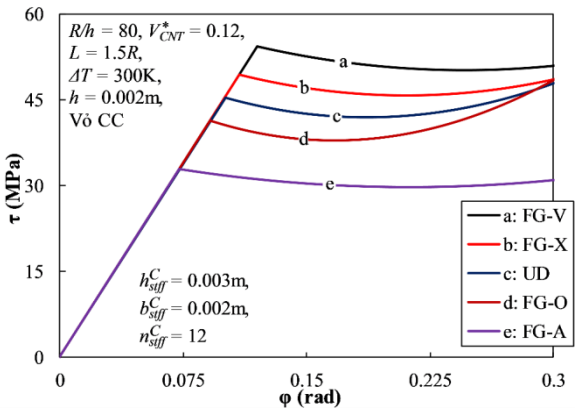
Hình 3.7. Ảnh hưởng của phương của sườn đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn C-FG-CNTRC



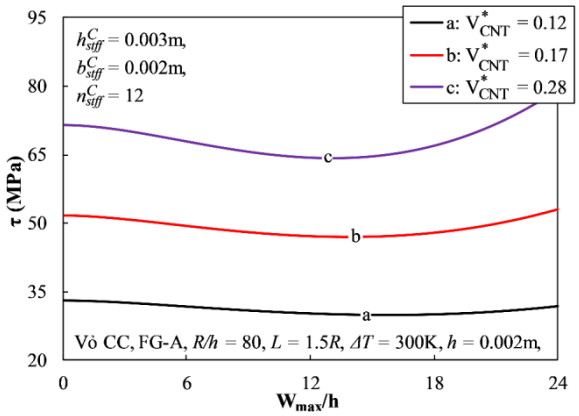
Hình 3.8. So sánh tải trọng mất ổn định cận trên và dưới của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC



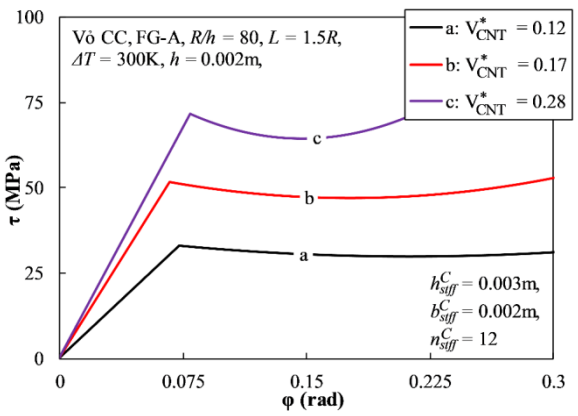
Hình 3.9. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT tới đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn



Hình 3.10. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT tới đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn



Hình 3.11. Ảnh hưởng tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC

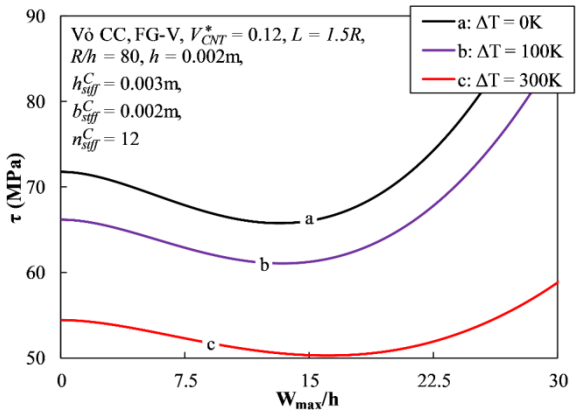


Hình 3.12. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ chịu xoắn FG-CNTRC

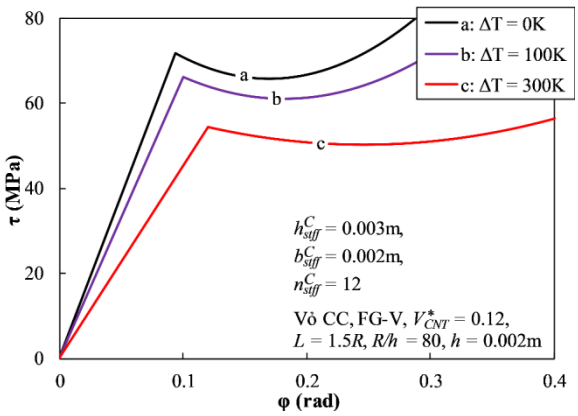
Hình 3.9 và 3.10 khảo sát ứng xử sau mất ổn định xoắn của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn với các quy luật phân bố CNT khác nhau (UD, FG-X, FG-V, FG-A và FG-O). Dường như thứ tự về khả năng chịu tải sau mất ổn định xoắn của vỏ có sườn với các quy luật phân bố CNT khác nhau tương ứng với thứ tự về giá trị tải xoắn mất ổn định tới hạn và hiện tượng snap-through quan sát được rõ ràng hơn đối với vỏ FG-A. Hình 3.11 và 3.12 cho thấy ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến khả năng chịu tải sau mất ổn định xoắn của vỏ trụ FG-CNTRC có sườn. Các vỏ được xem xét với ba giá trị V_{CNT}^{*} bằng 0.12, 0.17 và 0.28 trong môi trường nhiệt ($\Delta T = 300$K). Các kết quả chỉ ra rằng khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ tăng một cách rõ rệt khi tỷ phần thể tích V_{CNT}^{*} tăng.

Bảng 3.2. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ CC-FG-CNTRC có sườn (MPa, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h_{stff}^{C} = 3mm$, $b_{stff}^{C} = 2mm$, $n_{stff}^{C} = 12$, $m = 1$)

	V_{CNT}^{*}	ΔT = 0 K	ΔT = 100K	ΔT = 300K
UD	0.12	60.42(4;1.32)	55.57(4;1.39)	45.43(4;1.61)
	0.17	95.05(4;1.25)	87.36(4;1.31)	71.33(4;1.52)
	0.28	127.31(4;1.44)	117.37(4;1.52)	96.49(4;1.77)
FG-X	0.12	65.48(4;1.40)	60.31 (4;1.48)	49.46(4;1.72)
	0.17	103.45(4;1.32)	95.23(4;1.39)	78.01(4;1.61)
	0.28	142.33(4;1.50)	131.36(4;1.58)	108.27(4;1.84)
FG-V	0.12	71.76(4;1.48)	66.16(4;1.56)	54.40(4;1.82)
	0.17	113.04(4;1.39)	104.18(4;1.47)	85.57(4;1.71)
	0.28	154.98(4;1.60)	143.14(4;1.69)	118.13(4;1.98)
FG-A	0.12	43.23(5;1.41)	39.91(5;1.48)	32.97(5;1.70)
	0.17	67.64(5;1.32)	62.46(5;1.39)	51.61(5;1.60)
	0.28	93.70(5;1.49)	86.75(5;1.57)	71.56(4;1.34)
FG-O	0.12	55.17(5;1.66)	50.92(4;1.29)	41.44(4;1.49)
	0.17	86.07(5;1.56)	79.72(5;1.65)	65.32(4;1.40)
	0.28	118.86(4;1.31)	109.36(4;1.39)	89.47(4;1.61)



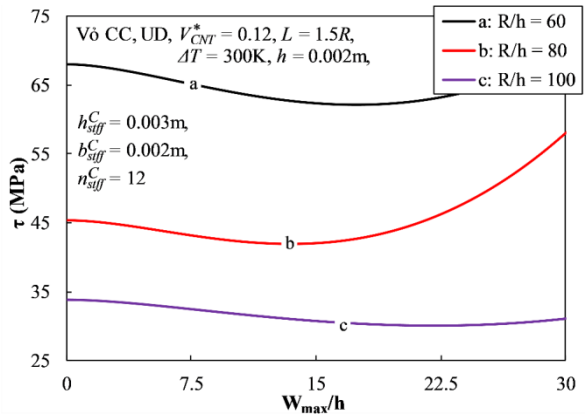
Hình 3.13. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn



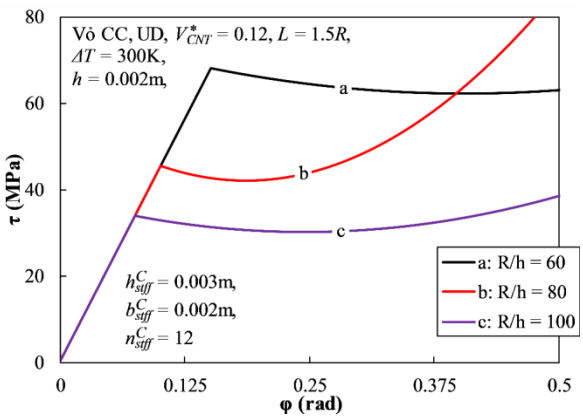
Hình 3.14. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường tới đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn

Bảng 3.3. Ảnh hưởng của tỷ lệ R/h tới tải tới hạn τ_{cr} của vỏ trụ CC-FG-CNTRC có sườn (MPa, $\Delta T = 300K$, $L = 1.5R$, $h = 0.002m$, $h^C_{stff} = 3mm$, $b^C_{stff} = 2mm$, $n^C_{stff} = 12$, $m = 1$)

	V^*_{CNT}	$R/h = 60$	$R/h = 80$	$R/h = 100$
UD	0.12	68.03(4;2.15)	45.43(4;1.61)	33.87(5;1.76)
	0.17	106.20(4;2.03)	71.33(4;1.52)	52.94(5;1.66)
	0.28	145.78(4;2.34)	96.49(4;1.77)	72.09(4;1.39)
FG-X	0.12	74.08(4;2.25)	49.46(4;1.72)	37.25(4;1.36)
	0.17	116.28(4;2.12)	78.01(4;1.61)	58.68(5;1.76)
	0.28	161.85(3;1.65)	108.27(4;1.84)	80.96(4;1.46)
FG-V	0.12	82.82(3;1.67)	54.40(4;1.82)	39.98(4;1.41)
	0.17	130.85(4;2.30)	85.57(4;1.71)	63.18(4;1.33)
	0.28	178.38(3;1.80)	118.13(4;1.98)	86.49(4;1.53)
FG-A	0.12	47.94(4;1.67)	32.97(5;1.70)	24.19(5;1.37)
	0.17	75.35(4;1.57)	51.61(5;1.60)	38.01(5;1.28)
	0.28	104.42(4;1.78)	71.56(4;1.34)	52.65(5;1.47)
FG-O	0.12	62.15(4;2.02)	41.44(4;1.49)	30.35(5;1.61)
	0.17	97.25(4;1.90)	65.32(4;1.40)	47.57(5;1.51)
	0.28	134.44(4;2.20)	89.47(4;1.61)	65.78(5;1.76)



Hình 3.15. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn



Hình 3.16. Ảnh hưởng của tỷ số R/h đến đường cong sau mất ổn định $\tau - \varphi$ của vỏ trụ FG-CNTRC chịu xoắn

Các đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ và $\tau - \varphi$ của vỏ trụ FG-V với các giá trị nhiệt độ môi trường khác nhau được trình bày trong Bảng 3.2, và các Hình 3.13 và 3.14 tương ứng. Những ảnh hưởng lớn của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC có thể được nhận ra trong Bảng 3.2. Do sự suy giảm tính chất vật liệu dưới nhiệt độ cao, tải xoắn mất ổn định tới hạn giảm mạnh khi nhiệt độ môi trường tăng. Hình 3.13 và 3.14 cho thấy xu hướng đều đặn của đường cong sau mất ổn định khi nhiệt độ môi trường tăng. Các số liệu khảo sát cho thấy khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ lớn hơn trong môi trường nhiệt độ thấp hơn, ngoài ra, hiện tượng snap-through cũng khắc nghiệt hơn khi nhiệt độ môi trường cao hơn. Bảng 3.3, Hình 3.15 và 3.16 cho thấy ảnh hưởng của tỷ số hình học R/h đến tải xoắn tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định xoắn của vỏ trụ FG-CNTRC có gân. Tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ giảm mạnh khi tỷ số R/h tăng, hay nói cách khác là tải tới hạn của vỏ lớn hơn với vỏ dày hơn. Trong khi tải trọng tới hạn tăng đều đặn khi tỷ số R/h giảm dần thì xu hướng của đường cong sau mất ổn định của vỏ có nhiều bất thường do đặc tính phi tuyến hình học của bài toán.

3.6. Ứng dụng kết quả lý thuyết vào phân tích ổn định phi tuyến kết cấu công trình dạng vỏ trụ FG-CNTRC lõi Auxetic chịu xoắn

Trong mục này, trừ khi có các lưu ý thêm, các thông số hình học của lõi Auxetic có thể được áp dụng như sau $\theta_1 = 2, \theta_2 = 0.1, \gamma = 30°$.

Bảng 3.4 trình bày ảnh hưởng của hướng CNT đến tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic hoặc lõi đặc và so sánh tải xoắn mất ổn định tới hạn giữa vỏ trụ lõi Auxetic và vỏ trụ lõi đặc. Kết quả cho thấy tải tới hạn mất ổn định của vỏ trụ L-FG-CNTRC nhỏ hơn nhiều so với tải tới hạn của vỏ trụ C-FG-CNTRC. Thêm vào đó, tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ lõi đặc lớn hơn tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ lõi Auxetic. Trong khảo sát này thể tích vật liệu của vỏ lõi auxetic giảm 37.01% so với vỏ lõi đặc, trong khi đó tải tới hạn của vỏ lõi Auxetic giảm trong khoảng 18.24% đến 30.44%. Điều này chứng tỏ rằng mức giảm tải tới hạn của vỏ lớn hơn rõ rệt so với mức giảm thể tích vật liệu của vỏ lõi Auxetic so với vỏ lõi đặc.

Bảng 3.4. So sánh tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic hoặc lõi đặc ($R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.004m$, $h_{Aux} = 0.002m$).

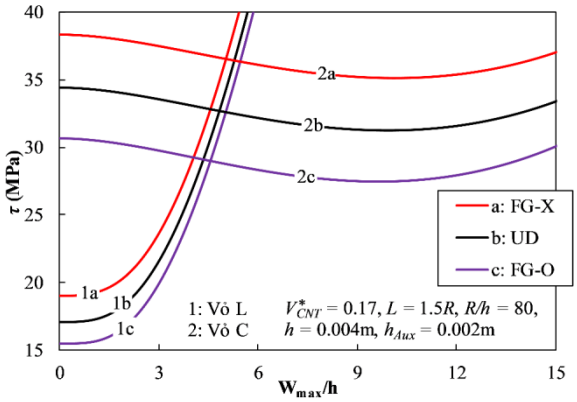
	V_{CNT}^{*}	UD	FG-X	FG-O
Vỏ L, lõi Auxetic	0.12	10.80(7;0.25)	11.93(7;0.24)	9.74(7;0.26)
	0.17	17.07(7;0.26)	18.97(7;0.25)	15.46(7;0.27)
	0.28	22.60(7;0.23)	26.18(7;0.23)	20.29(7;0.25)
Vỏ C, lõi Auxetic	0.12	22.01(5;1.19) (-29.52%)*	24.42(5;1.27) (-28.70%)	19.56(5;1.09) (-30.44%)
	0.17	34.37(5;1.13) (-21.04%)	38.29(5;1.20) (-20.25%)	30.67(5;1.03) (-21.66%)
	0.28	46.76(5;1.30) (-18.51%)	52.81(4;1.07) (-18.24%)	42.11(5;1.17) (-18.60%)
Vỏ C, lõi đặc	0.12	31.23(5;0.93)	34.25(5;1.00)	28.12(5;0.86)
	0.17	43.53(5;0.96)	48.01(5;1.02)	39.15(5;0.88)
	0.28	57.38(5;1.11)	64.59(5;1.18)	51.73(5;1.01)

* Chênh lệch giữa tải tới hạn của vỏ lõi Auxetic và vỏ lõi đặc tương ứng

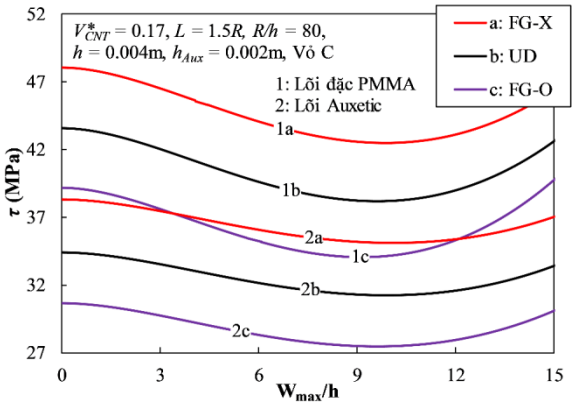
Hình 3.17-3.20 trình bày ảnh hưởng của hướng CNT đến các đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau - \bar{W}$ và τ-φ của vỏ trụ FG-CNTRC (xem Hình 3.17 và 3.18) và ảnh hưởng của lõi đặc và lõi Auxetic (xem Hình 3.19) với ba loại quy luật phân bố

CNT được xem xét. Kết quả trên hình 3.17 cho thấy hiện tượng snap-through có thể quan sát rõ ràng trong trường hợp vỏ C-FG-CNTRC, và kết quả ngược lại được nhận thấy trong trường hợp vỏ L-FG-CNTRC. Các đường cong sau mất ổn định τ-φ trong Hình 3.18 chỉ ra rằng dạng đường cong trong trường hợp vỏ L- và C-FG-CNTRC là không giống nhau. Đặc biệt là góc của đường thẳng trước mất ổn định trong các trường hợp vỏ L- và C-FG-CNTRC gần như giống nhau.

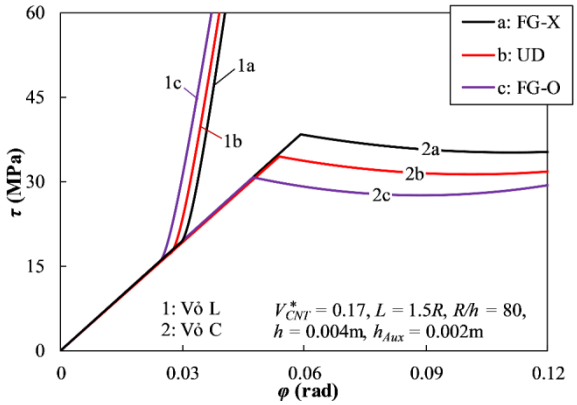
Hình 3.20 chỉ ra rằng sự khác biệt giữa tải xoắn mất ổn định tới hạn cận dưới và tải xoắn mất ổn định dưới ở mode mất ổn định cận trên là không đáng kể trong tất cả các khảo sát số.



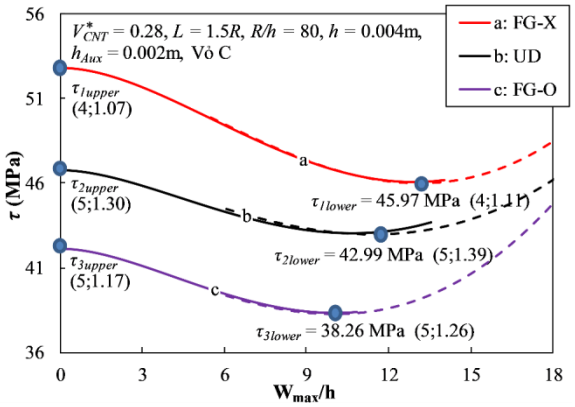
Hình 3.17. Đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau - \overline{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ sandwich lõi Auxetic



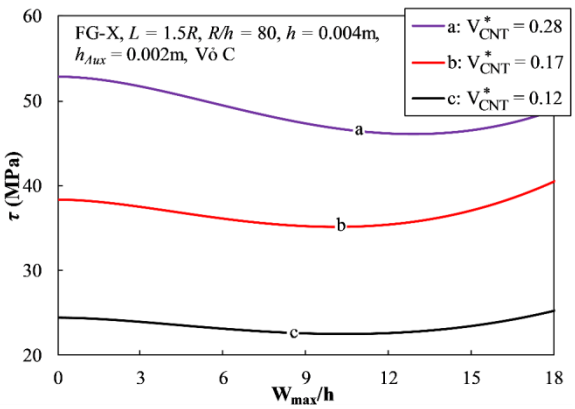
Hình 3.19. Đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau - \overline{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ C lõi Auxetic và lõi đặc



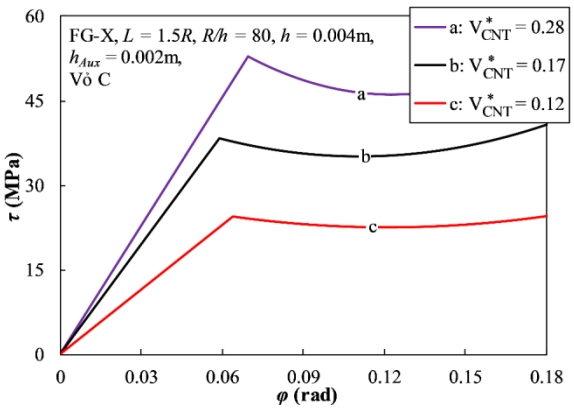
Hình 3.18. Đường cong sau mất ổn định xoắn τ-φ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ sandwich lõi Auxetic



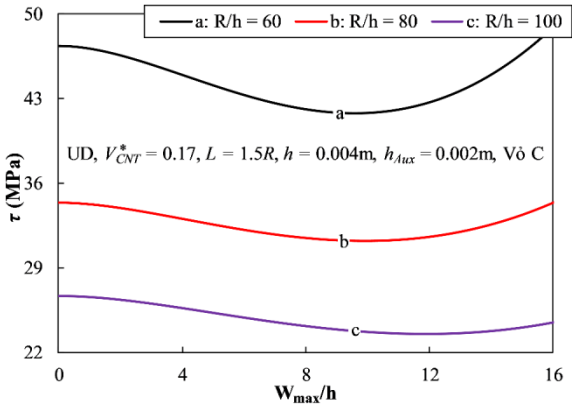
Hình 3.20. Các đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau - \overline{W}$ với ba quy luật phân bố CNT của vỏ trụ C sandwich lõi Auxetic



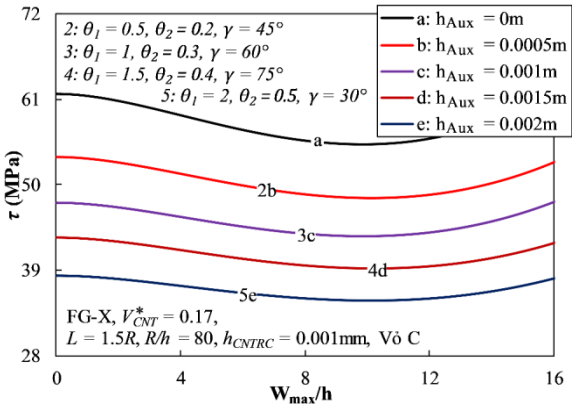
Hình 3.21. Đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ với các tỷ phần thể tích CNT khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic



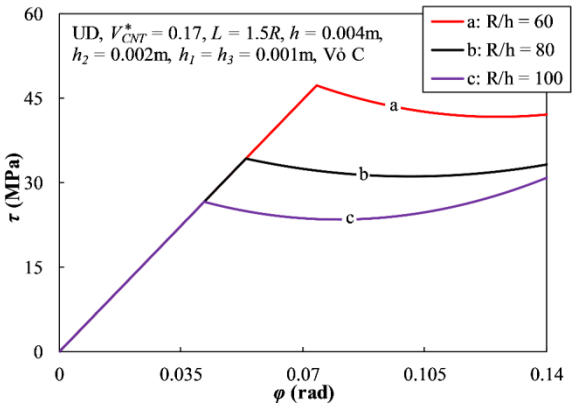
Hình 3.22. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các tỷ phần thể tích CNT khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic



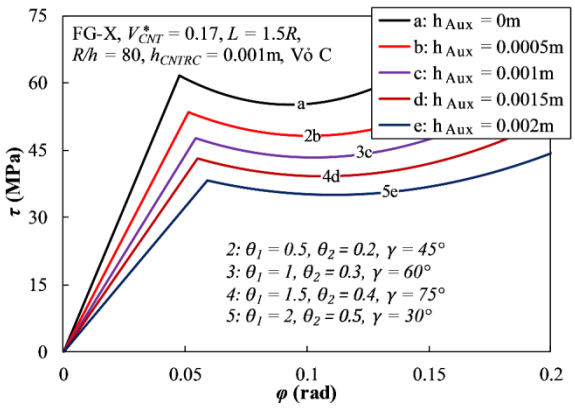
Hình 3.23. Đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic



Hình 3.25. Đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic



Hình 3.24. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic



Hình 3.26. Đường cong sau mất ổn định τ-φ với các thông số hình học khác nhau của vỏ trụ lõi Auxetic

Các đường cong sau mất ổn định xoắn $\tau - \bar{W}$ và τ-φ của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic trong ba trường hợp tỷ phần thể tích CNT được nghiên cứu trong hình 3.21-3.22. Trong các khảo sát này, có thể nhận ra xu hướng đều đặn của các đường cong sau mất ổn định khi quy luật phân bố CNT thay đổi. Cũng có thể thấy rằng khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ trụ giảm nếu tỷ phần thể tích CNT của vỏ giảm. Những ảnh hưởng đáng kể của các thông số hình học (tỷ số R/h và độ dày lõi) lên các đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ và τ-φ của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich được chỉ ra trên hình 3.23-3.26. Như có thể được quan sát trong hình 3.23 và 3.24, khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ lớn hơn với tỷ số R/h nhỏ hơn. Ngoài ra, góc của đường thẳng trước mất ổn định là không đổi với các tỷ số R/h khác nhau.

Bảng 3.5. So sánh tải xoắn mất ổn định tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) với các giá trị chiều dày lõi khác nhau của vỏ trụ C-FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic ($R = 0.32m$, $L = 1.5R$, $h_{CNTRC} = 0.001m$)

	V_{CNT}^{*}	UD	FG-X	FG-O
$h_{Aux} = 0m$	0.12	15.08(7;0.95)	18.47(6;0.90)	10.70(7;0.73)
	0.17	23.52(7;0.89)	29.13(6;0.85)	16.75(7;0.69)
	0.28	31.95(6;0.84)	40.26(6;0.96)	22.91(7;0.78)
$h_{Aux} = 0.0005m$	0.12	17.22(6;0.98)	20.43(6;1.11)	13.62(6;0.82)
	0.17	26.93(6;0.92)	32.07(6;1.04)	21.42(6;0.77)
	0.28	36.56(6;1.07)	44.69(5;0.94)	29.19(6;0.87)
$h_{Aux} = 0.001m$	0.12	19.14(5;0.94)	21.79(5;1.03)	16.11(6;1.01)
	0.17	30.13(5;0.89)	34.40(5;0.97)	25.17(6;0.95)
	0.28	40.27(5;1.02)	47.34(5;1.10)	34.70(6;1.08)
$h_{Aux} = 0.0015m$	0.12	20.53(5;1.07)	23.04(5;1.16)	17.93(5;0.96)
	0.17	32.16(5;1.01)	36.24(5;1.09)	28.23(5;0.91)
	0.28	43.44(5;1.17)	50.26(5;1.24)	38.44(5;1.03)
$h_{Aux} = 0.002m$	0.12	22.01(5;1.19)	24.42(5;1.27)	19.56(5;1.09)
	0.17	34.37(5;1.13)	38.29(5;1.20)	30.67(5;1.03)
	0.28	46.76(5;1.30)	52.81(4;1.07)	42.11(5;1.17)

Bảng 3.6. So sánh tải xoắn tới hạn cận trên τ_{cr}^{upper} (MPa) với các thông số hình học của lõi khác nhau của vỏ trụ C-FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic ($V_{CNT}^{*} = 0.17$, $R/h = 80$, $L = 1.5R$, $h = 0.004m$, $h_{Aux} = 0.002m$)

	UD	FG-X	FG-O
$\theta_1 = 1, \theta_2 = 0.1, \gamma = 15°$	34.46(5;1.13)	38.38(5;1.20)	30.76(5;1.03)
$\theta_1 = 2, \theta_2 = 0.1, \gamma = 30°$	34.37(5;1.13)	38.29(5;1.20)	30.67(5;1.03)
$\theta_1 = 3, \theta_2 = 0.1, \gamma = 45°$	34.35(5;1.13)	38.28(5;1.20)	30.65(5;1.03)

Ảnh hưởng của độ dày của lõi Auxetic đến tải mất ổn định tới hạn xoắn và khả năng chịu tải xoắn sau mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich được khảo sát trong Bảng 3.5 và Hình 3.25 và 3.26. Các độ dày khác nhau của lớp lõi được nghiên cứu và những ảnh hưởng đáng kể đến tải xoắn tới hạn có thể quan sát được. Các xu hướng của các đường cong sau mất ổn định $\tau - \bar{W}$ và τ-φ của vỏ trụ FG-CNTRC sandwich với các chiều dày lõi khác nhau là đều đặn.

Bảng 3.6 cho thấy ảnh hưởng của các thông số hình học của lõi Auxetic đến tải mất ổn định xoắn tới hạn của vỏ trụ sandwich. Có thể thấy rằng ảnh hưởng của các thông số hình học của lõi Auxetic đến tải xoắn tới hạn của vỏ sandwich là không đáng kể trong các kết quả thu được, do có sự khác biệt lớn giữa mô đun Young của vật liệu nền và các lớp mặt FG-CNTRC.

3.7. Kết luận chương 3

Chương 3 đã giải quyết được một số vấn đề sau:

- Đã đề xuất một phương án thiết kế cho kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic với hai lớp mặt làm bằng vật liệu FG-CNTRC và lớp lõi Auxetic làm cùng vật liệu với vật liệu nền, và các hàm quy luật phân bố CNT tương ứng đã được trình bày. Đối với trường hợp vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC, phương án thiết kế được sử dụng tương tự chương trước.
- Các phương trình chủ đạo cũng được thiết lập tương tự chương trước, dựa trên lý thuyết vỏ Donnell trong đó có kể đến tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Kármán.

- Hàm ứng suất được sử dụng và một dạng nghiệm độ võng phức tạp của vỏ chịu xoắn được lựa chọn dưới dạng ba số hạng mô phỏng ba trạng thái của quá trình mất ổn định và sau mất ổn định xoắn của vỏ.
- Phương pháp Galerkin được áp dụng để thu được hệ phương trình cân bằng dưới dạng đại số phi tuyến, sau đó các liên hệ phi tuyến giữa tải xoắn và độ võng có thể nhận được sau một số biến đổi toán học, từ đó các biểu thức tải xoắn tới hạn của vỏ FG-CNTRC có sườn và vỏ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic có thể nhận được dưới dạng hiển.

Những nhận xét quan trọng đạt được từ những kết quả khảo sát số như sau

Với bài toán vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu xoắn

- Khả năng chịu tải xoắn của vỏ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC lớn hơn nhiều so với vỏ không sườn tương ứng.
- Tác dụng lớn nhất của sườn FG-CNTRC đạt được trong trường hợp sườn vòng, tương tự, CNT trong vỏ được thiết kế theo hướng vòng có hiệu quả hơn hướng dọc trong bài toán mất ổn định xoắn của vỏ. Các trường hợp hiệu quả nhất được ghi nhận là vỏ FG-V và sườn FG-A.
- Góc của đoạn thẳng trước mất ổn định $\tau - \varphi$ không đổi với các trường hợp vỏ có sườn và không sườn, có quy luật phân bố CNT khác nhau, và có tỷ số R/h khác nhau.

Với bài toán vỏ trụ FG-CNTRC sandwich lõi Auxetic

- Tương tự trường hợp vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC, tải xoắn mất ổn định tới hạn của vỏ trụ L-FG-CNTRC nhỏ hơn nhiều so với vỏ trụ C-FG-CNTRC. Ngoài ra, mức giảm tải tới hạn của vỏ lớn hơn rõ rệt so với mức giảm thể tích vật liệu của vỏ lõi Auxetic so với vỏ lõi đặc.
- Ảnh hưởng của các tính chất hình học của lõi Auxetic đến tải xoắn tới hạn của vỏ là không đáng kể trong các nghiên cứu số.
- Độ dày của lõi Auxetic ảnh hưởng mạnh mẽ đến tải xoắn mất ổn định tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ.
- Cũng có nhận thấy rằng, các hiệu ứng đặc biệt của kết cấu lõi Auxetic không quan sát được trong các khảo sát số. Điều này cũng phù hợp với những nhận định định tính ban đầu, khi lõi Auxetic có hiệu quả đặc biệt lớn trong trường

hợp kết cấu chịu tải xung tức thời. Trong trường hợp tải trọng tĩnh, lõi Auxetic có vai trò như một lõi nhẹ giúp làm tăng độ cứng chung của kết cấu, qua đó tăng khả năng mạnh chịu tải của kết cấu trong khi thể tích vật liệu tăng không đáng kể.

Chương 4. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA BẢN TRỰC HƯỚNG DẠNG TẤM FG-CNTRC ĐƯỢC TĂNG CỨNG BẰNG SƯỜN FG-CNTRC CHỊU TẢI TRỌNG KẾT HỢP THEO LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO

Trong chương này, luận án xem xét kết cấu bản trực hướng có dạng tấm chữ nhật FG-CNTRC được tăng cứng bằng hệ sườn FG-CNTRC theo phương ngang hoặc theo phương dọc của tấm. Các kết cấu bản trực hướng có thể được sử dụng nhiều trong các công trình như bản mặt cầu, sàn cho các công trình dân dụng và công nghiệp, và các công trình đặc biệt khác.

Bài toán ổn định phi tuyến của các kết cấu được xem xét một cách tổng quát nhiều yếu tố như tương tác với nền phi tuyến, môi trường nhiệt và hai loại tải trọng là áp lực ngoài và nén cạnh. Ba trường hợp điều kiện biên được xem xét, bao gồm bốn cạnh gối di động (trong luận án này được hiểu là hai cạnh đối diện thì một cạnh là gối di động và một cạnh là gối cố định để kết cấu không bị biến hình), bốn cạnh gối cố định, và hai cạnh đối diện nhau đặt trên gối di động (trong luận án này được hiểu là một cạnh là gối di động và một cạnh là gối cố định để kết cấu không bị biến hình) và hai cạnh đối diện còn lại đặt trên gối cố định.

Với cách tiếp cận giải tích, từ kết quả tính toán lý thuyết tổng quát có thể đưa về bài toán thực tế với ít các yếu tố hơn một cách rất đơn giản khi cho các tham số liên quan tới các yếu tố không có trong kết cấu thực tế bằng không.

Khác với hai chương trước, các phương trình chủ đạo được thiết lập dựa trên HSDT với tính phi tuyến hình học của von Kármán kết hợp với mô hình nền đàn hồi phi tuyến. Điều này tiếp tục dẫn tới một khó khăn tiếp theo khi yêu cầu một kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến mới phù hợp với HSDT của tấm. Ngoài ra, các thành phần của độ không hoàn hảo về hình dạng của tấm cũng được xem xét.

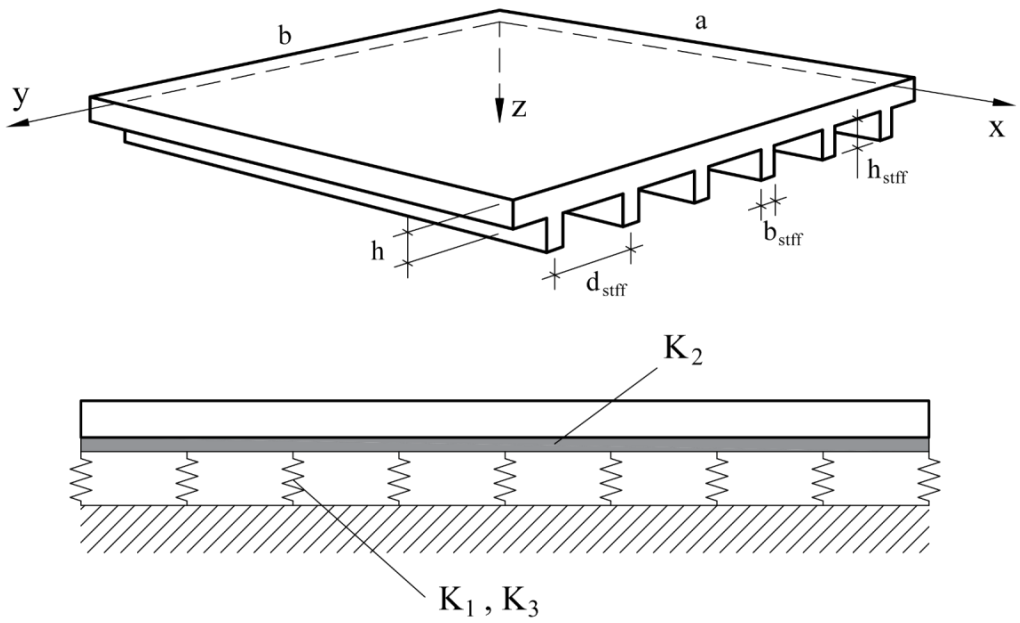
Phương trình tương thích biến dạng được thiết lập và hàm ứng suất được đưa vào để đưa hệ phương trình cân bằng về viết theo bốn phương trình với bốn ẩn hàm là độ võng, hai thành phần góc xoay và hàm ứng suất. Dạng nghiệm của các ẩn hàm được chọn thỏa mãn xấp xỉ các điều kiện biên và phương pháp Galerkin được áp dụng để nhận được hệ phương trình cân bằng dưới dạng đại số phi tuyến. Sau một số biến đổi toán học, các biểu thức của tải mất ổn định tới hạn và liên hệ giữa tải và độ võng có thể nhận được.

Ảnh hưởng của các thông số hình học, vật liệu, sườn FG-CNTRC và nền đàn hồi phi tuyến tới ứng xử ổn định và sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC cũng được khảo sát một cách chi tiết và đưa ra một số nhận xét có ý nghĩa.

Nội dung chính của chương này đã được công bố 01 bài báo trên tạp chí quốc tế ISI (SCIE) (Bài báo số 5 trong danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án).

4.1. Thiết kế của bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC

Xét các bản trực hướng dạng tấm chữ nhật FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC chịu tải nén P_x phân bố đều trên cạnh $x = 0, a$ của tấm dọc theo hướng trục Ox và áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt tấm q trong môi trường nhiệt. Trong đó, CNT được gia cường vào một nền đẳng hướng theo phương dọc hoặc ngang tấm (xem Hình 4.1). Tấm được xét trong hệ tọa độ $Oxyz$ với b_{stff} là chiều rộng của các sườn, h_{stff} là chiều cao của các sườn và d_{stff} là khoảng cách của các sườn liền kề.



Hình 4.1. Thiết kế sườn của tấm FG-CNTRC và các thông số hình học của tấm và sườn

CNT trong sườn luôn được thiết kế cùng phương với phương của sườn. Năm quy luật phân bố của CNT cho hệ tấm và sườn được chọn tương tự như trong hai chương trước. Tấm được đặt trên nền đàn hồi phi tuyến [41], trong đó K_1, K_2 và K_3

là các độ cứng của nền Winkler, Pasternak và phi tuyến của mô hình nền đàn hồi phi tuyến. Độ cứng nền phi tuyến K_3 có thể mang giá trị dương tương ứng với trường hợp nền hóa cứng (harderning) hoặc mang giá trị âm tương ứng với trường hợp nền hóa mềm (softerning).

4.2. Xây dựng các phương trình chủ đạo

HSDT là một lý thuyết tấm hiện đại, trong đó các thành phần biến dạng trượt ngang được xét tới. Nhưng khác với FSDT, theo HSDT thì điều kiện biên về ứng suất và biến dạng tại mặt trên và mặt dưới tấm được thỏa mãn, vì vậy HSDT không cần có hệ số hiệu chỉnh trượt như FSDT. HSDT có phạm vi sử dụng rất rộng, phù hợp trong các trường hợp từ tấm mỏng đến tấm dày, từ vật liệu đẳng hướng đến dị hướng. Nhìn chung, ngay cả với kết cấu tấm mỏng nhưng làm bằng vật liệu dị hướng, nếu có điều kiện thì nên sử dụng HSDT để đảm bảo độ chính xác tốt hơn.

Trong chương này, luận án sử dụng HSDT và xét độ không hoàn hảo về hình dạng ban đầu của tấm với các thành phần phi tuyến hình học của von Kármán, các thành phần biến dạng được trình bày như sau [112]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(1)} \\ \varepsilon_y^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(3)} \\ \varepsilon_y^{(3)} \\ \gamma_{xy}^{(3)} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^{(2)} \\ \gamma_{yz}^{(2)} \end{Bmatrix}, \tag{4.1}$$

trong đó $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$ và γ_{xy}^0 lần lượt là các thành phần biến dạng pháp tuyến theo phương dọc, phương ngang và biến dạng trượt ở mặt giữa, γ_{xz}^0 và γ_{yz}^0 là các biến dạng trượt ngang. Liên hệ giữa biến dạng tại mặt giữa và các thành phần chuyển vị với các phi tuyến hình học của von Kármán được biểu diễn như sau [112]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial w}{\partial x} + \phi_x \\ \dfrac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \end{Bmatrix}, \tag{4.2}$$

$\bar{w} = \bar{w}(x, y)$ là một hàm độ không hoàn hảo về hình dạng ban đầu, và

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x^{(1)}\\ \varepsilon_y^{(1)}\\ \gamma_{xy}^{(1)}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\phi_x}{\partial x}\\ \dfrac{\partial\phi_y}{\partial y}\\ \dfrac{\partial\phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial\phi_y}{\partial x}\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}\varepsilon_x^{(3)}\\ \varepsilon_y^{(3)}\\ \gamma_{xy}^{(3)}\end{Bmatrix}=-\lambda\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\phi_x}{\partial x}+\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ \dfrac{\partial\phi_y}{\partial y}+\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\\ \dfrac{\partial\phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial\phi_y}{\partial x}+2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix}\gamma_{xz}^{(2)}\\ \gamma_{yz}^{(2)}\end{Bmatrix}=-3\lambda\begin{Bmatrix}\phi_x+\dfrac{\partial w}{\partial x}\\ \phi_y+\dfrac{\partial w}{\partial y}\end{Bmatrix},\qquad \lambda=\frac{4}{3h^2}. \tag{4.3}$$

Phương trình tương thích biến dạng có thể được thiết lập trực tiếp từ phương trình (4.2), như sau

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2\varepsilon_x^0}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_y^0}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\gamma_{xy}^0}{\partial x\partial y}\\ &\qquad=\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial y^2}+2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.\end{aligned} \tag{4.4}$$

Xét trường hợp CNT trong tấm được đặt theo hướng x, định luật Hooke được sử dụng cho FG-CNTRC có xét tới các thành phần ứng suất nhiệt được trình bày dưới dạng [120]

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_{xy}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{yz}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}^P & Q_{12}^P & 0 & 0 & 0\\ Q_{12}^P & Q_{22}^P & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}^P & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^P & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}^P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x-\Delta T\alpha_{11}\\ \varepsilon_y-\Delta T\alpha_{22}\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{yz}\end{bmatrix}, \tag{4.5}$$

trong đó

$$\begin{aligned}&Q_{11}^P=\frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\quad Q_{22}^P=\frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\\ &Q_{12}^P=\frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}},\quad Q_{44}^P=G_{23},\ Q_{55}^P=G_{13},\ Q_{66}^P=G_{12}.\end{aligned} \tag{4.6}$$

Lưu ý: Trong trường hợp CNT trong tấm được đặt theo hướng y, định luật Hooke cho FG-CNTRC nhận được bằng cách thay các chỉ số dưới của các thành phần

hằng số đàn hồi “11” thành “22” và ngược lại chỉ số dưới “22” thành “11” trong biểu thức (4.6).

Các biểu thức nội lực N_i và mômen M_i $(i = x, y, xy)$ mômen bậc cao T_i của tấm FG-CNTRC có sườn được biểu diễn dưới dạng như sau

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & C_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & F_{11} & F_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & F_{66} \\ C_{11} & C_{12} & 0 & F_{11} & F_{12} & 0 & L_{11} & L_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & F_{12} & F_{22} & 0 & L_{12} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & F_{66} & 0 & 0 & L_{66} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \dfrac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \phi_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ -\lambda\left(\dfrac{\partial \phi_x}{\partial x} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\ -\lambda\left(\dfrac{\partial \phi_y}{\partial y} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\ -\lambda\left(\dfrac{\partial \phi_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varphi_{1x} \\ \varphi_{1y} \\ 0 \\ \varphi_{2x} \\ \varphi_{2y} \\ 0 \\ \varphi_{4x} \\ \varphi_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix}, \tag{4.7}$$

trong đó tương tự các chương trước, chương này cũng xem xét các sườn làm việc như các dầm chịu uốn phẳng, tấm có sườn được thuần nhất về tấm không sườn dị hướng tương đương. Tuy vậy, để phù hợp với lý thuyết tấm sử dụng là HSDT, kỹ thuật san tác dụng sườn tiếp tục được cải tiến dựa trên lý thuyết dầm dị hướng biến dạng trượt

bậc cao [130]. Cũng theo cách tiếp cận này, độ cứng của tấm có sườn được tính bằng cách cộng tổng các thành phần độ cứng của sườn (sau khi được san theo hướng làm việc của sườn) vào các thành phần độ cứng của tấm tương ứng, dẫn tới

$$\begin{aligned}&\left(A_{ij},B_{ij},D_{ij},C_{ij},F_{ij},L_{ij}\right)\\&\qquad=\left(A_{ij}^{P},B_{ij}^{P},D_{ij}^{P},C_{ij}^{P},F_{ij}^{P},L_{ij}^{P}\right)+\left(\bar{A}_{ij},\bar{B}_{ij},\bar{D}_{ij},\bar{C}_{ij},\bar{F}_{ij},\bar{L}_{ij}\right),\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\left(A_{ij}^{P},B_{ij}^{P},D_{ij}^{P},C_{ij}^{P},F_{ij}^{P},L_{ij}^{P}\right)=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}Q_{ij}^{P}(1,z,z^2,z^3,z^4,z^6)dz, \tag{4.9}$$

và

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\bar{A}_{11} & \bar{B}_{11} & \bar{C}_{11}\\ \bar{B}_{11} & \bar{D}_{11} & \bar{F}_{11}\\ \bar{C}_{11} & \bar{F}_{11} & \bar{L}_{11}\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}A_{11}^{stff} & B_{11}^{stff} & C_{11}^{stff}\\ B_{11}^{stff} & D_{11}^{stff} & F_{11}^{stff}\\ C_{11}^{stff} & F_{11}^{stff} & L_{11}^{stff}\end{bmatrix}\\&-\begin{bmatrix}A_{12}^{stff} & 0 & B_{12}^{stff} & 0 & C_{12}^{stff} & 0\\ B_{12}^{stff} & 0 & D_{12}^{stff} & 0 & F_{12}^{stff} & 0\\ C_{12}^{stff} & 0 & F_{12}^{stff} & 0 & L_{12}^{stff} & 0\end{bmatrix}\times\\&\times\begin{bmatrix}A_{22}^{stff} & 0 & B_{22}^{stff} & 0 & C_{22}^{stff} & 0\\ 0 & A_{66}^{stff} & B_{26}^{stff} & B_{66}^{stff} & 0 & C_{66}^{stff}\\ B_{22}^{stff} & 0 & D_{22}^{stff} & 0 & F_{22}^{stff} & 0\\ 0 & B_{66}^{stff} & 0 & D_{66}^{stff} & 0 & F_{66}^{stff}\\ C_{22}^{stff} & 0 & F_{22}^{stff} & 0 & C_{66}^{stff} & 0\\ 0 & L_{22}^{stff} & 0 & F_{66}^{stff} & 0 & L_{66}^{stff}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}A_{12}^{stff} & B_{12}^{stff} & C_{12}^{stff}\\ 0 & 0 & 0\\ B_{12}^{stff} & D_{12}^{stff} & F_{12}^{stff}\\ 0 & 0 & 0\\ C_{12}^{stff} & F_{12}^{stff} & L_{12}^{stff}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{4.10}$$

trong đó

$$\begin{aligned}&\left(A_{ij}^{stff},B_{ij}^{stff},D_{ij}^{stff},C_{ij}^{stff},F_{ij}^{stff},L_{ij}^{stff}\right)=\\&\qquad\frac{b_{stff}}{d_{stff}}\int_{\Omega}Q_{ij}^{stff}\left(1,z,z^2,z^3,z^4,z^6\right)dz,\left(i,j=1,2,6\right).\end{aligned}$$

Các thành phần nội lực nhiệt của tấm có gân được xác định bằng cách cộng tổng các thành phần nội lực nhiệt của tấm và gân, như sau

$$\varphi_{1x} = \varphi_1^{xT} + \varphi_1^{x-stff} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(Q_{11}^P \alpha_{11}^P + Q_{12}^P \alpha_{22}^P \right) \Delta T dz + \varphi_1^{x-stff},$$

$$\varphi_{1y} = \varphi_1^{yT} + \varphi_1^{y-stff} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(Q_{12}^P \alpha_{11}^P + Q_{22}^P \alpha_{22}^P \right) \Delta T dz + \varphi_1^{y-stff}, \tag{4.11}$$

và $\varphi_1^{xS} = \dfrac{b_{stff}}{d_{stff}} \int_\Omega \left(Q_{11}^{stff} \alpha_{11}^{stff} + Q_{12}^{stff} \alpha_{22}^{stff} \right) \Delta T dz$, $\varphi_1^{y-stff} = 0$, đối với trường hợp tấm được tăng cứng bằng sườn theo phương x

$\varphi_1^{y-stff} = \dfrac{b_{stff}}{d_{stff}} \int_\Omega \left(Q_{11}^{stff} \alpha_{11}^{stff} + Q_{12}^{stff} \alpha_{22}^{stff} \right) \Delta T dz$, $\varphi_1^{x-stff} = 0$, đối với trường hợp tấm được tăng cứng bằng sườn theo phương y.

Biểu thức của lực cắt và lực cắt bậc cao được tính như sau

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ S_x \\ S_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_{44} \dfrac{\partial w}{\partial x} + H_{44} \phi_x \\ H_{55} \dfrac{\partial w}{\partial y} + H_{55} \phi_y \\ H_{66} \dfrac{\partial w}{\partial x} + H_{66} \phi_x \\ H_{77} \dfrac{\partial w}{\partial y} + H_{77} \phi_y \end{Bmatrix}, \tag{4.12}$$

trong đó

$$\left(H_{44}, H_{55}, H_{66}, H_{77} \right) = \left(H_{44}^P, H_{55}^P, H_{66}^P, H_{77}^P \right) + \left(\bar{H}_{44}, \bar{H}_{55}, \bar{H}_{66}, \bar{H}_{77} \right), \tag{4.13}$$

$$H_{44}^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{44}^P dz - 3\lambda \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{44}^P z^2 dz, \quad H_{55}^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{55}^P dz - 3\lambda \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{55}^P z^2 dz, \tag{4.14}$$

$$H_{66}^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{44}^P z^2 dz - 3\lambda \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{44}^P z^4 dz, \quad H_{77}^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{55}^P z^2 dz - 3\lambda \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{55}^P z^4 dz. \tag{4.15}$$

Đối với tấm được tăng cứng bằng sườn theo phương x

$$\bar{H}_{44} = \frac{b_{stff}}{d_{stff}}\left(\int_{\Omega} Q_{44}^{stff} dz - 3\lambda \int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^2 dz\right),$$

$$\bar{H}_{66} = \frac{b_{stff}}{d_{stff}}\left(\int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^2 dz - 3\lambda \int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^4 dz\right), \tag{4.16}$$

$$\bar{H}_{55} = 0, \quad \bar{H}_{77} = 0.$$

Đối với tấm được tăng cứng bằng sườn theo phương y

$$\bar{H}_{44} = 0,\ \bar{H}_{66} = 0,\ \bar{H}_{55} = \frac{b_{stff}}{d_{stff}}\left(\int_{\Omega} Q_{44}^{stff} dz - 3\lambda \int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^2 dz\right),$$

$$\bar{H}_{77} = \frac{b_{stff}}{d_{stff}}\left(\int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^2 dz - 3\lambda \int_{\Omega} Q_{44}^{stff} z^4 dz\right), \tag{4.17}$$

với Ω là miền tích phân theo chiều cao của các sườn $\left(\frac{h}{2} \le z \le \frac{h}{2} + h_{stff}\right)$.

Hệ phương trình cân bằng của tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC không hoàn hảo về hình dạng dựa theo HSDT được viết như sau [102]

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - 3\lambda\left(\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y}\right) + \lambda\left(\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 T_{xy}}{\partial x \partial y} T_{xy,xy} + \frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2}\right)$$

$$+N_x\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2}\right) + 2N_{xy}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y}\right) + N_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2}\right) \tag{4.18}$$

$$+q - K_1 w + K_2 \nabla^2 w - K_3 w^3 = 0,$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + 3\lambda S_x - \lambda\left(\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y}\right) - Q_x = 0,$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + 3\lambda S_y - \lambda\left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y}\right) - Q_y = 0.$$

4.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Trong luận án này, ba loại điều kiện biên được xem xét là

- Các tấm FG-CNTRC có sườn có bốn cạnh gối di động (FFFF) (hai cạnh đối diện thì một cạnh là gối di động và một cạnh là gối cố định để kết cấu không bị biến hình) được xem xét:

$$\begin{aligned} &x=0,\ x=a: w=0,\ \phi_y=0, M_x=0,\ T_x=0, N_{xy}=0,\ N_x=N_{x0}=-hP_x, \\ &y=0,\ y=b:\ w=0,\ \phi_x=0, M_y=0,\ T_y=0, N_{xy}=0,\ N_y=N_{y0}=0. \end{aligned} \tag{4.19}$$

- Các tấm FG-CNTRC có sườn với hai cạnh $x=0,\ x=a$ là gối di động và hai cạnh còn lại $y=0,\ y=b$ là gối cố định (FIFI) (một cạnh là gối di động và một cạnh là gối cố định để kết cấu không bị biến hình). Trường hợp này, tải trọng nén tác dụng theo hướng x của tấm.

$$\begin{aligned} &x=0,\ x=a: w=0,\ \phi_y=0, M_x=0,\ N_{xy}=0,\ T_x=0, N_x=N_{x0}=-hP_x, \\ &y=0,\ y=b: w=0,\ v=0,\ \phi_x=0,\ M_y=0, T_y=0,\ N_y=N_{y0}. \end{aligned} \tag{4.20}$$

- Các tấm FG-CNTRC có sườn có bốn cạnh gối cố định (IIII) được xem xét:

$$\begin{aligned} &x=0,\ x=a: \quad w=0,\ u=0,\ \phi_y=0,\ M_x=0,\ T_x=0,\ N_x=N_{x0}, \\ &y=0,\ y=b: \quad w=0,\ v=0,\ \phi_x=0,\ M_y=0,\ T_y=0,\ N_y=N_{y0}, \end{aligned} \tag{4.21}$$

với N_{x0}, N_{y0} lần lượt là các lực giãn trước lần lượt theo phương x,y đối với các cạnh gối di động chịu tải nén cạnh hoặc là các phản lực biên của các cạnh gối cố định.

Phương trình thứ nhất và thứ hai của hệ phương trình (4.18) được thỏa mãn đồng nhất bằng cách đưa vào hàm ứng suất $f(x,y)$ thỏa mãn ba điều kiện sau

$$N_x=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2},\ N_y=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2},\ N_{xy}=-\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}. \tag{4.22}$$

Thế phương trình (4.22) vào phương trình tương thích biến dạng (4.4) có xét đến biểu thức (4.7), nhận được

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2-C_{21}^*\lambda\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x\partial y} \\ &+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2}+a_2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-C_{12}^*\lambda\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+a_3\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x^3}+a_4\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x\partial y^2} \\ &+a_5\frac{\partial^3\phi_y}{\partial x^2\partial y}+a_6\frac{\partial^3\phi_y}{\partial y^3}+A_{11}^*\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}+A_{22}^*\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}+a_1\frac{\partial^4 f}{\partial x^2\partial y^2}=0. \end{aligned} \tag{4.23}$$

Thế phương trình (4.22) vào các phương trình còn lại của (4.18), kết hợp với phương trình (4.7), các phương trình này được viết lại bởi

$$
\begin{aligned}
&-\lambda C_{21}^{*}\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}+b_1\frac{\partial^4 f}{\partial x^2\partial y^2}f_{,xxyy}-\lambda C_{12}^{*}\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}-\lambda^2 L_{11}^{*}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+b_2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}\\
&\quad-\lambda^2 L_{22}^{*}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+b_3\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x^3}+b_4\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x\partial y^2}+b_5\frac{\partial^3\phi_y}{\partial x^2\partial y}+b_6\frac{\partial^3\phi_y}{\partial y^3}+\left(b_7+K_2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\
&\qquad+\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial y^2}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial x\partial y}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+\left(b_8+K_2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\\
&\qquad+\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial x^2}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+b_7\frac{\partial\phi_x}{\partial x}+b_8\frac{\partial\phi_y}{\partial y}-K_3 w^3-K_1 w+q=0,
\end{aligned}
\tag{4.24}
$$

$$
\begin{aligned}
&c_1\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}+c_2\frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y^2}+c_3\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}+c_4\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2}+c_5\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x^2}+c_7\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x\partial y}+c_6\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y^2}\\
&+3\lambda H_{66}\phi_x-H_{44}\phi_x+c_8\frac{\partial w}{\partial x}=0,
\end{aligned}
\tag{4.25}
$$

$$
\begin{aligned}
&d_1\frac{\partial^3 f}{\partial x^2\partial y}+d_2\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}+d_3\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}+d_4\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+d_5\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x\partial y}+d_6\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x^2}+d_7\frac{\partial^2\phi_y}{\partial y^2}\\
&+d_8\frac{\partial w}{\partial y}+3\lambda H_{77}\phi_y-H_{55}\phi_y=0,
\end{aligned}
\tag{4.26}
$$

trong đó

$a_1=2A_{12}^{*}+A_{66}^{*},\ a_2=-\lambda\left(C_{11}^{*}-2C_{66}^{*}+C_{22}^{*}\right);\ a_3=B_{21}^{*}-\lambda C_{21}^{*},$

$a_4=\lambda C_{66}^{*}+B_{11}^{*}-B_{66}^{*}-\lambda C_{11}^{*},\ a_5=-\left(C_{22}^{*}-C_{66}^{*}\right)\lambda-B_{66}^{*}+B_{22}^{*};a_6=B_{12}^{*}-\lambda C_{12}^{*}.$

$b_1=-\lambda\left(C_{11}^{*}-2C_{66}^{*}+C_{22}^{*}\right),\ b_2=-\left(L_{12}^{*}+L_{21}^{*}+4L_{66}^{*}\right)\lambda^2,\ b_3=\lambda\left(F_{11}^{*}-L_{11}^{*}\lambda\right),$

$b_4=\left(F_{12}^{*}-\lambda\left(L_{21}^{*}+2L_{66}^{*}\right)+2F_{66}^{*}\right)\lambda,\ b_5=\lambda\left(F_{21}^{*}-\lambda\left(L_{12}^{*}+2L_{66}^{*}\right)+2F_{66}^{*}\right),$

$b_6=\lambda\left(-L_{22}^{*}\lambda+F_{22}^{*}\right),\ b_7=-3H_{66}\lambda+H_{44},\ b_8=H_{55}-3H_{77}\lambda,$

$c_1=\lambda C_{21}^{*}-B_{21}^{*},\ c_2=B_{66}^{*}+\lambda\left(C_{11}^{*}-C_{66}^{*}\right)-B_{11}^{*},\ c_3=-\lambda\left(F_{11}^{*}-\lambda L_{11}^{*}\right),$

$c_4=\left(\left(L_{12}^{*}+2L_{66}^{*}\right)\lambda-F_{12}^{*}-2F_{66}^{*}\right)\lambda,\ c_5=-F_{11}^{*}\lambda-\lambda\left(-L_{11}^{*}\lambda+F_{11}^{*}\right)+D_{11}^{*},$

$c_6=-F_{66}^{*}\lambda-\lambda\left(-L_{66}^{*}\lambda+F_{66}^{*}\right)+D_{66}^{*},\ \ c_8=3H_{66}\lambda-H_{44},$

$c_7=\left(L_{12}^{*}+L_{66}^{*}\right)\lambda^2+D_{12}^{*}-\left(F_{12}^{*}+2F_{66}^{*}+F_{21}^{*}\right)\lambda+D_{66}^{*},$

$$d_1 = B_{66}^* + \lambda\left(C_{22}^* - C_{66}^*\right) - B_{22}^*,$$

$$d_2 = C_{12}^*\lambda - B_{12}^*,\ \ d_3 = \left(\lambda\left(2L_{66}^* + L_{21}^*\right) - 2F_{66}^* - F_{21}^*\right)\lambda,$$

$$d_4 = L_{22}^*\lambda^2 - F_{22}^*\lambda,\ d_5 = \lambda^2\left(L_{21}^* + L_{66}^*\right) + D_{21}^* + \lambda\left(-F_{12}^* - 2F_{66}^* - F_{21}^*\right) + D_{66}^*,$$

$$d_6 = D_{66}^* - \left(F_{66}^* - \lambda L_{66}^*\right)\lambda - F_{66}^*\lambda,$$

$$d_7 = -\lambda F_{22}^* + D_{22}^* - \left(F_{22}^* - \lambda L_{22}^*\right)\lambda, d_8 = 3H_{77}\lambda - H_{55},$$

với

$$A_{22}^* = \frac{A_{22}}{\psi},\ A_{11}^* = \frac{A_{11}}{\psi},\ A_{12}^* = -\frac{A_{12}}{\psi},\ A_{66}^* = A_{66}{}^{-1},\ \ \psi = A_{11}A_{22} - A_{12}{}^2,$$

$$B_{12}^* = \frac{A_{12}B_{22} - A_{22}B_{12}}{\psi},\ B_{11}^* = \frac{A_{12}B_{12} - A_{22}B_{11}}{\psi},$$

$$B_{22}^* = \frac{A_{12}B_{12} - A_{11}B_{22}}{\psi},\ B_{21}^* = \frac{A_{12}B_{11} - A_{11}B_{12}}{\psi},$$

$$B_{66}^* = -\frac{B_{66}}{A_{66}},\ C_{12}^* = \frac{C_{22}A_{12} - A_{22}C_{12}}{\psi},$$

$$C_{11}^* = \frac{A_{12}C_{12} - C_{11}A_{22}}{\psi},\ C_{21}^* = \frac{A_{12}C_{11} - C_{12}A_{11}}{\psi},$$

$$C_{66}^* = -\frac{C_{66}}{A_{66}}, C_{22}^* = \frac{A_{12}C_{12} - C_{22}A_{11}}{\psi},\ D_{11}^* = D_{11} + B_{11}^*B_{11} + B_{21}^*B_{12},$$

$$D_{12}^* = D_{12} + B_{12}^*B_{11} + B_{22}^*B_{12},\ D_{21}^* = D_{12} + B_{11}^*B_{12} + B_{22}B_{21}^*,$$

$$D_{22}^* = B_{12}^*B_{12} + D_{22} + B_{22}^*B_{22},$$

$$D_{66}^* = D_{66} + B_{66}B_{66}^*,\ F_{12}^* = F_{12} + B_{11}C_{12}^* + C_{22}^*B_{12}, F_{11}^* = C_{11}^*B_{11} + F_{11} + B_{12}C_{21}^*,$$

$$F_{22}^* = B_{12}C_{12}^* + F_{22} + C_{22}^*B_{22}, F_{66}^* = F_{66} + C_{66}^*B_{66},\ F_{21}^* = F_{12} + C_{11}^*B_{12} + C_{21}^*B_{22},$$

$$L_{66}^* = L_{66} + C_{66}^*C_{66}, L_{12}^* = C_{12}^*C_{11} + L_{12} + C_{22}^*C_{12}, L_{11}^* = L_{11} + C_{11}C_{11}^* + C_{12}C_{21}^*,$$

$$L_{22}^* = C_{12}C_{12}^* + C_{22}^*C_{22} + L_{22}, L_{21}^* = C_{12}C_{11}^* + L_{12} + C_{21}^*C_{22}.$$

Dạng nghiệm của độ võng, độ không hoàn hảo và góc xoay của phương trình (4.24-4.26) được chọn ở dạng gần đúng như sau [2, 7, 8, 102]

$$\begin{aligned} &w = W\sin\alpha x\sin\beta y,\quad \bar{w} = \xi h\sin\alpha x\sin\beta y,\\ &\phi_x = \Phi_x\cos\alpha x\sin\beta y,\ \ \phi_y = \Phi_y\sin\alpha x\cos\beta y, \end{aligned} \tag{4.27}$$

với $\alpha = m\pi / a, \beta = n\pi / b$, m và n lần lượt là các mode mất ổn định theo hướng x và y tương ứng, và ξ là giá trị không thứ nguyên biểu thị độ không hoàn hảo.

Bằng cách thế dạng nghiệm (4.27) vào phương trình (4.23), sau một số phép biến đổi toán học, hàm ứng suất có thể nhận được là

$$f = f_1 \cos 2\alpha x + f_2 \cos 2\beta y + f_3 \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2, \qquad (4.28)$$

với

$$f_1 = \frac{W(W + 2\xi h)\beta^2}{32 A_{11}^* \alpha^2}, f_2 = \frac{W(W + 2\xi h)\alpha^2}{32 A_{22}^* \beta^2}, f_3 = X_1 \Phi_x + X_2 \Phi_y + X_3 W,$$

trong đó

$$X_1 = \frac{-\alpha^3 a_3 - \alpha\beta^2 a_4}{\alpha^4 A_{11}^* + \beta^4 A_{22}^* + \alpha^2\beta^2 a_1}, \; X_2 = \frac{-\alpha^2\beta a_5 - \beta^3 a_6}{\alpha^4 A_{11}^* + \beta^4 A_{22}^* + \alpha^2\beta^2 a_1},$$

$$X_3 = \frac{\lambda\alpha^4 C_{21}^* + \lambda\beta^4 C_{12}^* - a_2\alpha^2\beta^2}{\alpha^4 A_{11}^* + \beta^4 A_{22}^* + \alpha^2\beta^2 a_1}.$$

Thế các hệ thức (4.27) và (4.28) vào các phương trình (4.24-4.26), và áp dụng phương pháp Galerkin, ta được các phương trình cân bằng dưới dạng phương trình đại số phi tuyến như sau

$$\begin{aligned}
& y_2 q + \left(y_1 N_{x0} + y_3 N_{y0}\right)\left(h\xi + W\right) + y_6 \Phi_y + y_5 \Phi_x \\
& + y_4 \left(X_1 \Phi_x + X_2 \Phi_y\right)\left(h\xi + W\right) + y_7 \left(2h\xi + W\right) W \left(h\xi + W\right) \\
& + y_8 \left(2h\xi + W\right) W + y_4 X_3 W \left(h\xi + W\right) + y_9 W + y_{10} W^3 = 0, \qquad (4.29) \\
& z_1 \left(2h\xi + W\right) W + z_2 W + z_3 \Phi_x + z_4 \Phi_y = 0, \\
& z_5 \left(2h\xi + W\right) W + z_6 W + z_7 \Phi_x + z_8 \Phi_y = 0,
\end{aligned}$$

trong đó

$$\Lambda = 1 - (-1)^m + (-1)^{m+n} - (-1)^n,$$

$$y_1 = -\frac{b\pi^2 m^2}{4a}, \; y_2 = \frac{\Lambda b a}{n m \pi^2}, \; y_3 = -\frac{a n^2 \pi^2}{4b}, \; y_4 = \frac{2}{3} \frac{\Lambda n \pi^2 m}{b a},$$

$$\begin{aligned}
y_5 = & \frac{\pi^3 b m^3 b_3}{4a^2} - \frac{X_1 b \lambda m^4 \pi^4 C_{21}^*}{4a^3} \\
& + \frac{\pi^3 m n^2 b_4}{4b} - \frac{X_1 a \lambda n^4 \pi^4 C_{12}^*}{4b^3} + \frac{\pi^4 m^2 n^2 b_1 X_1}{4ab} - \frac{\pi b m b_7}{4},
\end{aligned}$$

$$y_6=\frac{\pi^3m^2nb_5}{4a}-\frac{X_2b\lambda m^4\pi^4C_{21}^*}{4a^3}$$
$$+\frac{X_2m^2n^2\pi^4b_1}{4ab}+\frac{an^3\pi^3b_6}{4b^2}-\frac{ab_8n\pi}{4}-\frac{X_2a\lambda n^4\pi^4C_{12}^*}{4b^3},$$

$$y_7=-\frac{\pi^4\left(A_{22}^*a^4n^4+b^4m^4A_{11}^*\right)}{64A_{22}^*b^3a^3A_{11}^*},\quad y_8=\frac{nmC_{12}^*\pi^2\lambda\Lambda}{6aA_{22}^*b}+\frac{nmC_{21}^*\pi^2\lambda\Lambda}{6aA_{11}^*b},$$

$$y_9=-\frac{b\lambda^2m^4\pi^4L_{11}^*}{4a^3}-\frac{baK_1}{4}-\frac{\pi^2K_2\left(a^2n^2+m^2b^2\right)}{4ab}$$
$$-\frac{\lambda^2n^4a\pi^4L_{22}^*}{4b^3}-\frac{b\lambda m^4X_3\pi^4C_{21}^*}{4a^3}-\frac{\lambda n^4X_3a\pi^4C_{12}^*}{4b^3}$$
$$+\frac{\pi^4m^2\left(X_3b_1+b_2\right)n^2}{4ab}-\frac{\pi^2b_8an^2}{4b}-\frac{b_7\pi^2bm^2}{4a},y_{10}=-\frac{9bK_3a}{64},$$

$$z_1=\frac{c_1n\Lambda\pi}{6bA_{11}^*},\quad z_2=-\frac{\pi m\left(\pi^2\left(b^2m^2\left(X_3c_1+c_3\right)+n^2\left(X_3c_2+p_4\right)a^2\right)-a^2b^2c_8\right)}{4ba^2},$$

$$z_3=\frac{b^2\left(3H_{66}\lambda-H_{44}\right)a^3-\pi^2c_6n^2a^3-\pi^3n^2a^2X_1mc_2-\pi^2ab^2c_5m^2-X_1\pi^3b^2m^3c_1}{4ba^2},$$

$$z_4=-\frac{\left(X_2\pi\left(a^2c_2n^2+b^2c_1m^2\right)+nba^2c_7\right)m\pi^2}{4ba^2},$$

$$z_5=\frac{md_2\pi\Lambda}{6A_{22}^*a},\quad z_6=-\frac{n\pi\left(\left(b^2m^2\left(X_3d_1+d_3\right)+n^2\left(X_3d_2+d_4\right)a^2\right)\pi^2-b^2d_8a^2\right)}{4b^2a},$$

$$z_7=-\frac{n\left(X_1\pi\left(a^2n^2d_2+m^2b^2d_1\right)+b^2mad_5\right)\pi^2}{4b^2a},$$

$$z_8=\frac{\left(a^2\left(3H_{77}\lambda-H_{55}\right)-d_6m^2\pi^2\right)b^3-\pi^3a^2X_2d_2n^3-\pi^2a^2bd_7n^2-\pi^3b^2X_2d_1m^2n}{4b^2a}.$$

Hệ phương trình (4.29) là hệ ba phương trình đại số phi tuyến với ba ẩn là ba thành phần biên độ W,Φ_x và Φ_y.

4.4. Phân tích mất ổn định phi tuyến

Bằng cách rút Φ_x và Φ_y từ hai phương trình sau của (4.29), và thay chúng vào phương trình đầu của (4.29), liên hệ giữa tải trọng và độ võng thu được

$$y_{10}\left(\frac{W}{h}\right)^3 h^2+\left(\xi+\frac{W}{h}\right)\left(N_{x0}y_1+N_{y0}y_3\right)+u_8\frac{W}{h}+\frac{y_2 q}{h}$$
$$+u_5\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)h+u_6h^2\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)+u_7h\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}=0, \tag{4.30}$$

trong đó

$$u_1=\frac{\left(z_2z_7-z_3z_6\right)}{z_1z_6-z_2z_5},\ u_2=\frac{\left(z_2z_8-z_4z_6\right)}{z_1z_6-z_2z_5},u_3=-\frac{\left(z_1z_7-z_3z_5\right)}{z_1z_6-z_2z_5},\ u_4=-\frac{\left(z_1z_8-z_4z_5\right)}{z_1z_6-z_2z_5},$$
$$u_5=y_4\left(u_2X_1+u_4X_2+X_3\right),\ u_6=y_4\left(u_1X_1+u_3X_2\right)+y_7,$$
$$u_7=y_5u_1+y_6u_3+y_8,\quad u_8=y_5u_2+y_6u_4+y_9,$$

Phương trình (4.30) là biểu thức được áp dụng để phân tích ứng xử ổn định phi tuyến của tấm FG-CNTRC không hoàn hảo có sườn chịu tác dụng của tải áp lực ngoài và tải nén cạnh đặt trên nền đàn hồi phi tuyến.

Khi các cạnh này là cố định, $u=0$ ở hai cạnh $x=0, x=a$ và $v=0$ ở hai cạnh $y=0, y=b$. Điều kiện cố định theo nghĩa trung bình, được viết như sau [2, 7, 8, 102]

$$\int_0^b\int_0^a\frac{\partial u}{\partial x}dxdy=0, \tag{4.31}$$

$$\int_0^a\int_0^b\frac{\partial v}{\partial y}dydx=0. \tag{4.32}$$

Các biểu thức của N_{x0},N_{y0} có thể được xác định từ các phương trình (4.31) và (4.32), bằng cách sử dụng các biểu thức (4.2), (4.7), (4.22) và (4.27), nhận được

$$N_{x0}=p_1\Phi_x+p_2\Phi_y+p_3W\left(2h\xi+W\right)+p_4W-\varphi_{1x}, \tag{4.33}$$

$$N_{y0}=p_5\Phi_x+p_6\Phi_y+p_7W\left(2h\xi+W\right)+p_8W-\varphi_{1y}, \tag{4.34}$$

với

$$\psi^*=\left(A_{22}^*A_{11}^*-A_{12}^{*\,2}\right),$$

$$p_1=\frac{\Lambda\left(an^2\pi X_1\psi^*-\left(m\left(B_{21}^*-\lambda C_{21}^*\right)A_{12}^*+A_{11}^*\left(\lambda C_{11}^*-B_{11}^*\right)\right)b^2\right)}{mn\pi b^2a\psi^*},$$

$$p_2=\frac{\Lambda\left(\left(A_{12}^*\left(\lambda C_{22}^*-B_{22}^*\right)+\left(B_{12}^*-\lambda C_{12}^*\right)A_{11}^*\right)b+n\pi X_2\psi^*\right)}{\pi b^2 m\psi^*},$$

$$p_3=\frac{\pi^2\left(b^2m^2A_{11}^*-A_{12}^*a^2n^2\right)}{8b^2a^2\psi^*},$$

$$p_4=\frac{\Lambda mA_{12}^*C_{21}^*\lambda}{a^2n\psi^*}+\frac{\Lambda nA_{12}^*C_{22}^*\lambda}{b^2m\psi^*}-\frac{\Lambda nA_{11}^*C_{12}^*\lambda}{b^2m\psi^*}-\frac{\Lambda mA_{11}^*C_{11}^*\lambda}{a^2n\psi^*}+\frac{\Lambda nX_3}{b^2m},$$

$$p_5=-\frac{\Lambda\left(a\left(A_{22}^*\left(\lambda C_{21}^*-B_{21}^*\right)+A_{12}^*\left(B_{11}^*-\lambda C_{11}^*\right)\right)-X_1\pi m\psi^*\right)}{\pi na^2\psi^*},$$

$$p_6=\frac{\left(a^2\left(A_{12}^*\left(B_{22}^*-\lambda C_{22}^*\right)+\left(\lambda C_{12}^*-B_{12}^*\right)A_{12}^*\right)n+b\pi m^2X_2\psi^*\right)\Lambda}{\pi mnba^2\psi^*},$$

$$p_7=\frac{\pi^2\left(a^2n^2A_{22}^*-A_{12}^*b^2m^2\right)}{8b^2a^2\psi^*},$$

$$p_8=\frac{\left(\lambda a^2n^2\left(A_{12}^*C_{12}^*-A_{22}^*C_{22}^*\right)-m^2\left(X_3A_{12}^{*\,2}+\left(\lambda C_{21}^*-X_3A_{11}^*\right)A_{22}^*-\lambda A_{12}^*C_{11}^*\right)b^2\right)\Lambda}{a^2b^2mn\psi^*}.$$

4.4.1. Phân tích ổn định của tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chỉ chịu tác dụng của tải áp lực ngoài

Thế các phương trình (4.33) và (4.34) vào phương trình (4.30), cho $P_x=0$, liên hệ giữa q và W nhận được như sau

$$\begin{aligned}q&=q_1\frac{W}{h}\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\left(\xi+\frac{W}{h}\right)+q_2\frac{W}{h}\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)+q_3\left(\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}\\&+q_4\left(\frac{W}{h}\right)^3+q_5\frac{W}{h}+h\left(\beta_1\frac{a_1\varphi_{1x}}{a_2}+\beta_2\frac{a_3\varphi_{1y}}{a_2}\right)\left(\xi+\frac{W}{h}\right),\end{aligned}\tag{4.35}$$

trong đó β_1 và β_2 là các hệ số được thêm vào phương trình, có thể nhận các giá trị sau: $\beta_1=0$ và $\beta_2=0$ khi các cạnh $x=0, x=a$ và $y=0, y=b$ di động, $\beta_1=1$ và $\beta_2=1$ khi các cạnh $x=0, x=a$ và $y=0, y=b$ cố định, và

$$q_1=-\frac{\left(y_1\left(u_1p_1+u_3p_2+p_3\right)\beta_1+y_3\left(u_1p_5+u_3p_6+p_7\right)\beta_2+u_6\right)h^3}{y_2},\quad q_2=-\frac{u_7h^2}{y_2},$$

$$q_3 = -\frac{\left(y_1\left(u_2p_1 + u_4p_2 + p_4\right)\beta_1 + y_3\left(u_2p_5 + u_4p_6 + p_8\right)\beta_2 + u_5\right)h^2}{y_2},$$

$$q_4 = -\frac{h^3y_{10}}{y_2}, \quad q_5 = -\frac{hu_8}{y_2}.$$

Phương trình (4.35) được sử dụng để phân tích các đường cong sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC được tăng cứng bằng sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài trong môi trường nhiệt độ.

4.4.2. Phân tích ổn định tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu tải áp lực ngoài và tải nén cạnh

Xét tấm FG-CNTRC có sườn chịu áp lực ngoài q phân bố đều trên bề mặt tấm và chịu tải nén trên các cạnh $x = 0,\ x = a$, tức là $N_{x0} = -hP_x$, và từ biểu thức (4.32) biểu thức N_{y0} có thể thu được như sau

$$N_{y0} = e_1P_x + e_2W\left(2h\xi + W\right) + e_3W - \varphi_{1y} + e_4\varphi_{1x}, \tag{4.36}$$

trong đó

$$e_1 = \frac{A_{12}^*h}{A_{11}^*}, \quad e_2 = \frac{u_1\Lambda B_{21}^*}{A_{11}^*a\pi n} + \frac{\Lambda n\left(u_1X_1 + u_3X_2\right)A_{12}^*}{A_{11}^*b^2m} + \frac{u_3\Lambda B_{22}^*}{A_{11}^*b\pi m} + \frac{m\left(u_1X_1 + u_3X_2\right)\Lambda}{a^2n}$$
$$+ \frac{n^2\pi^2}{A_{11}^*8b^2} - \frac{u_3\lambda\Lambda C_{22}^*}{A_{11}^*b\pi m} - \frac{\lambda u_1\Lambda C_{21}^*}{A_{11}^*a\pi n},$$

$$e_3 = -\frac{\lambda\Lambda C_{22}^*\left(\pi n + bu_4\right)}{A_{11}^*\pi b^2m} - \frac{\lambda\Lambda\left(m^2\pi b^2 + au_2mb^2\right)C_{21}^*}{A_{11}^*\pi a^2b^2mn} + \frac{m\left(u_2X_1 + X_3 + u_4X_2\right)\Lambda}{a^2n}$$
$$+ \frac{\Lambda u_2B_{21}^*}{a\pi nA_{11}^*} + \frac{A_{12}^*n\Lambda\left(u_2X_1 + X_3 + u_4X_2\right)}{b^2mA_{11}^*},$$

$$e_4 = -\frac{A_{12}^*}{A_{11}^*}.$$

Thế phương trình (4.36) và $N_{x0} = -hP_x$ vào phương trình (4.30), liên hệ giữa biên độ độ võng W và tải nén cạnh và áp lực ngoài thu được như sau

$$
\begin{aligned}
& y_{10}\left(\frac{W}{h}\right)^3 h^2+\frac{y_2 q}{h}+\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)e_5 \\
& \quad +e_6\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}+e_8\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)+\beta_2 e_4\left(\xi+\frac{W}{h}\right)y_3\varphi_{1x} \\
& \quad -\beta_2\left(\xi+\frac{W}{h}\right)y_3\varphi_{1y}+e_7\frac{W}{h}+\left(\xi+\frac{W}{h}\right)\left(y_3\beta_2 z_1-hy_1\right)P_x=0,
\end{aligned}
\tag{4.37}
$$

trong đó $e_5=h^2\left(y_3\beta_2 e_2+u_6\right)$, $e_6=u_7 h$, $e_7=u_8$, $e_8=h\left(y_3\beta_2 e_3+u_5\right)$.

Trong trường hợp $q=0$, tấm có bốn cạnh là gối di động, hệ số $\beta_2=0$ được áp dụng. Tải trọng nén cạnh P_x được xác định từ phương trình (4.37), dẫn tới

$$
P_x=\frac{1}{\left(\frac{W}{h}+\xi\right)\left(hy_1\right)}\left[\begin{array}{l} y_{10}\left(\frac{W}{h}\right)^3 h^2+\frac{W}{h}\left(\frac{W}{h}+2\xi\right)\left(\frac{W}{h}+\xi\right)e_5 \\ +e_6\left(\frac{W}{h}+2\xi\right)\frac{W}{h}+e_8\frac{W}{h}\left(\frac{W}{h}+\xi\right)+e_7\frac{W}{h}\end{array}\right].
\tag{4.38}
$$

Khi $\bar{W}\to 0$ và $\xi=0$, tải mất ổn định nén cạnh cận trên thu được là

$$
P_x^{upper}=\frac{e_7}{hy_1}.
\tag{4.39}
$$

Tải nén cạnh tới hạn của tấm được xác định bằng điều kiện $P_x^{cr}=\min\left(P_x^{upper}\right)$ với mọi (m,n).

Xét điều kiện biên thứ hai, tấm có hai cạnh $x=0,\ x=a$ là gối di động, hai cạnh còn lại $y=0,\ y=b$ là gối cố định. Thế $\beta_2=1$ vào phương trình (4.37), nhận được

$$
\begin{aligned}
& y_{10}\left(\frac{W}{h}\right)^3 h^2+\frac{y_2 q}{h}+\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)e_5 \\
& \quad +e_6\left(2\xi+\frac{W}{h}\right)\frac{W}{h}+e_8\frac{W}{h}\left(\xi+\frac{W}{h}\right)+e_7\frac{W}{h} \\
& \quad +e_4\left(\xi+\frac{W}{h}\right)y_3\varphi_{1x}-\left(\xi+\frac{W}{h}\right)y_3\varphi_{1y}+\left(\xi+\frac{W}{h}\right)\left(y_3 z_1-hy_1\right)P_x=0.
\end{aligned}
\tag{4.40}
$$

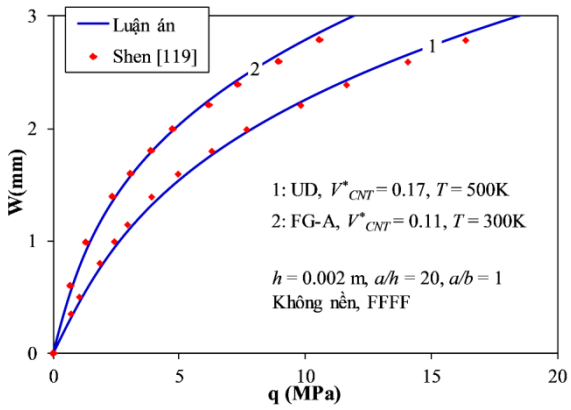
4.5. Nghiên cứu so sánh

Để kiểm tra độ tin cậy của cách tiếp cận của luận án, hai kết quả so sánh với kết quả của các tác giả khác được trình bày. Trong Bảng 4.1, tải nén cạnh tới hạn không thứ nguyên $\bar{P}_x^{cr}=P_x^{cr}b^2/E_0^m h^2$ của tấm FG-CNTRC hoàn hảo theo tiếp cận của luận

án được xác nhận bằng cách so sánh với kết quả của các công trình trước đó sử dụng phương pháp phần tử tự do IMLS-Ritz (element-free IMLS-Ritz method) với FSDT (Zhang và các cộng sự [157]) và phương pháp phần tử hữu hạn (Zghal và các cộng sự [155]) với HSDT, trong đó E_0^m là mô đun đàn hồi của vật liệu nền của FG-CNTRC.

Bảng 4.1. So sánh tải nén cạnh tới hạn không thứ nguyên $\bar{P}_x^{cr} = P_x^{cr} b^2 / E_0^m h^2$ của các tấm FG-CNTRC hoàn hảo không sườn với kết quả của các tác giả khác ($a/h = 100$, $a/b = 1$, $(m,n) = (1,1)$)

	V_{CNT}^*	Zhang và các cộng sự [157]	Zghal và các cộng sự [155]	Luận án
UD	0.11	37.86	39.45	39.83
	0.14	49.14	49.52	49.78
	0.17	57.54	60.62	61.22
FG-X	0.11	56.71	57.23	57.67
	0.14	71.77	72.17	72.77
	0.17	83.74	88.28	88.65
FG-O	0.11	21.32	21.50	21.61
	0.14	26.40	26.60	26.82
	0.17	31.22	32.76	32.95



Hình 4.2. So sánh đường cong sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC không sườn với kết quả của Shen [119]

Trong Hình 4.2, các đường cong sau mất ổn định của các tấm FG-CNTRC không sườn theo tiếp cận của luận án được so sánh với các kết quả của Shen [119]. Đường cong tải áp lực ngoài-độ võng thu được bằng cách áp dụng kỹ thuật nhiễu hai bước và HSDT trong tài liệu tham khảo này. Có thể thấy, các kết quả của luận án phù hợp tốt với các kết quả của các tác giả khác.

4.6. Ứng dụng kết quả tính toán lý thuyết vào phân tích ổn định kết cấu bản trực hướng dạng tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC

Tương tự 2 chương trước, trong các khảo sát số của mục này, quy luật phân bố CNT trong vỏ và sườn được viết theo quy luật phân bố CNT trong vỏ trong các khảo sát số. Quy luật phân bố CNT trong sườn được lấy tương ứng với từng trường hợp quy luật phân bố của vỏ được trình bày chi tiết trong hình 2.3. Các thông số vật liệu của vật liệu nền polymethyl methacrylate (PMMA) và SWCNT với các tính chất phụ thuộc vào nhiệt độ được trình bày trong mục 1.2.1.

4.6.1. Khảo sát tải mất ổn định tới hạn

Trong phần này, xét tấm FG-CNTRC được làm từ vật liệu nền PMMA và SWCNT. Theo Shen và các cộng sự [117-129], các tính chất vật liệu được chọn có phụ thuộc vào nhiệt độ.

Bảng 4.2. Ảnh hưởng của hướng CNT, sườn và nhiệt độ môi trường đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC hoàn hảo (MPa, không nền đàn hồi, FFFF, UD, V_{CNT}^{*} = 0.12, $h = 1$ cm, $a/h = 200$, $a = b$, $h_{stff} = 2$ cm, $b_{stff} = 0.8$ cm, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$)

ΔT(K)	Tấm X và Y không sườn	Tấm X và sườn Y	Tấm X và sườn X	Tấm Y và sườn Y	Tấm Y và sườn X
0	2.182	4.346	6.704	6.704	4.346
100	2.119	4.127	6.568	6.568	4.127
200	2.066	3.910	6.464	6.464	3.910

Các kết quả số của chương này đều cho giá trị tải tới hạn P_x^{cr} đạt được tại mode mất ổn định $m = n = 1$. Bảng 4.2 thể hiện tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của các tấm vuông FG-CNTRC hoàn hảo có sườn với nhiệt độ môi trường, hướng CNT và phương của sườn khác nhau. Đối với các thông số được khảo sát, tải tới hạn trong trường hợp tấm có CNT theo phương y (tấm Y) có sườn theo phương y (sườn Y) và tấm có CNT theo phương x (tấm X) sườn theo phương x (sườn X) bằng nhau và là lớn nhất, nhỏ nhất trong trường hợp tấm Y có sườn X và bằng trường hợp tấm X sườn Y. Ngoài ra, những thay đổi không đáng kể về tải nén cạnh tới hạn có thể quan sát được khi nhiệt độ môi trường tăng lên. Tải tới hạn của tấm X vuông không sườn và tấm Y không sườn

là bằng nhau. Tuy nhiên, trong tất cả các trường hợp được khảo sát, ảnh hưởng của hệ sườn tới tải nén cạnh tới hạn là rất đáng kể.

Tương tự như các nghiên cứu trước đây, các kết quả số cho thấy chênh lệch rất lớn về tải nén cạnh tới hạn của tấm FG-CNTRC với năm quy luật phân bố CNT (UD, FG-X, FG-O, FG-A và FG-V) trong Bảng 4.3.

Rõ ràng, đối với các tấm không sườn, quy luật phân bố FG-X chiếm ưu thế lớn nhất trong số các quy luật phân phối CNT. Với các thiết kế hiện tại, ảnh hưởng của sườn FG-CNTRC tới tải nén cạnh tới hạn của tấm FG-V là lớn nhất. Một cách định tính, do hệ sườn tăng cứng, mặt trung hòa của tấm có sườn bị dịch chuyển về phía dưới của tấm có sườn, dẫn đến trong trường hợp FG-V, một lượng lớn CNT nằm cách xa mặt trung hòa, và độ cứng của hệ tấm-sườn tăng lên đáng kể.

Bảng 4.3. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC có sườn (MPa, không nền, FFFF, $V_{CNT}^{*} = 0.17$, $h = 1$ cm, $a/h = 200$, $a = b$, $h_{stff} = 2$ cm, $b_{stff} = 0.8$ cm, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$)

ΔT(K)		FG-A	FG-O	UD	FG-X	FG-V
0	Sườn X	5.529 (+137.30%)	7.957 (+339.61%)	9.817 (+204.03%)	11.690 (+150.91%)	12.918 (+454.42%)
	Không sườn	2.330	1.810	3.229	4.659	2.330
100	Sườn X	5.385 (+140.19%)	7.788 (+348.88%)	9.621 (+207.09%)	11.464 (+152.51%)	12.676 (+465.39%)
	Không sườn	2.242	1.735	3.133	4.540	2.242
200	Sườn X	5.268 (+143.44%)	7.658 (+359.11%)	9.473 (+210.39%)	11.296 (+154.24%)	12.497 (+477.50%)
	Không sườn	2.164	1.668	3.052	4.443	2.164

[a] Chênh lệch giữa tải nén cạnh tới hạn của tấm có sườn và không sườn.

Ảnh hưởng của phần thể tích CNT đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC hoàn hảo có sườn được trình bày trong Bảng 4.4. Rõ ràng rằng, việc tăng thể tích CNT dẫn đến tăng đáng kể tải nén cạnh tới hạn, tuy nhiên, tác dụng của sườn thay đổi không theo quy luật rõ ràng. Trong các nghiên cứu này, do thể tích của các sườn được thêm vào nên thể tích của tấm tăng 8%. Ví dụ, đối với tấm FG-V trong

trường hợp tấm X và sườn X và tấm Y sườn Y, tác dụng của sườn giảm từ 470.87% đến 465.39% khi V_{CNT}^{*} tăng từ 0.12 lên 0.17 và tăng lên 491.12% khi V_{CNT}^{*} bằng 0.28.

Bảng 4.4. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến tải nén cạnh tới hạn P_x^{cr} của tấm FG-CNTRC hoàn hảo (MPa, không nền đàn hồi, FFFF, $h = 1$cm, $a/h = 200$, $\Delta T = 100K$, $a = b$, $h_{stff} = 2$ cm, $b_{stff} = 0.8$ cm, $n_{stff} = 10$, $m = n = 1$)

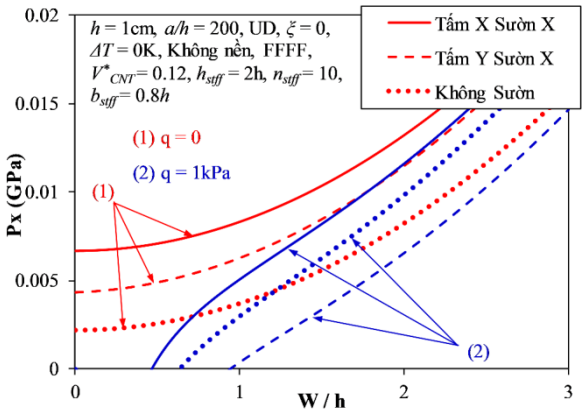
V_{CNT}^{*}	Quy luật phân bố CNT	Không sườn	Tấm X và sườn Y	Tấm X và sườn X	Tấm Y và sườn Y	Tấm Y và sườn X
0.12	FG-X	3.066	5.378 (+75.41%)	7.811 (+154.76%)	7.811 (+154.76%)	5.378 (+75.41%)
	FG-V	1.514	3.952 (+161.03%)	8.643 (+470.87%)	8.643 (+470.87%)	3.952 (+161.03%)
0.17	FG-X	4.540	8.127 (+79.01%)	11.464 (+152.51%)	11.464 (+152.51%)	8.127 (+79.01%)
	FG-V	2.242	6.156 (+174.58%)	12.676 (+465.39%)	12.676 (+465.39%)	6.156 (+174.58%)
0.28	FG-X	7.247	12.363 (+70.59%)	18.497 (+155.24%)	18.497 (+155.24%)	12.363 (+70.59%)
	FG-V	3.458	8.974 (+159.51%)	20.441 (+491.12%)	20.441 (+491.12%)	8.974 (+159.51%)

4.6.2. Khảo sát ứng xử sau mất ổn định phi tuyến

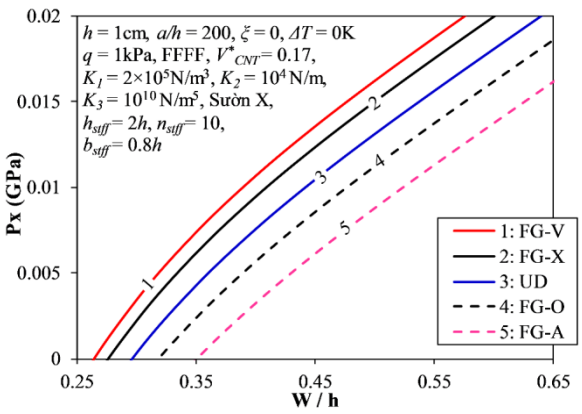
Các Hình 4.3-4.6 thể hiện ảnh hưởng của phương của sườn, quy luật phân bố CNT và tỷ phần thể tích của CNT đến ứng xử sau mất ổn định của các tấm FG-CNTRC. Tương tự như các kết quả về tải nén cạnh tới hạn trong Bảng 4.2, các đường cong sau mất ổn định của tấm X và Y vuông không sườn là bằng nhau. Đường cong sau mất ổn định nén cạnh của tấm X có sườn X có khả năng chịu tải sau mất ổn định tốt hơn đáng kể so với tấm Y có sườn X khi có đường cong sau mất ổn định cao hơn đáng kể (xem Hình 4.3). Áp lực ngoài trước cũng ảnh hưởng mạnh đến khả năng chịu tải nén cạnh sau mất ổn định của các tấm do hình thành độ võng trước và trạng thái màng của tấm

không xuất hiện. Đường cong sau mất ổn định nén cạnh của các tấm có sườn với các quy luật phân bố CNT khác nhau được trình bày trên Hình 4.4. Thứ tự từ trên xuống dưới của các đường cong này phù hợp với thứ tự tải nén cạnh tới hạn ở mục trước.

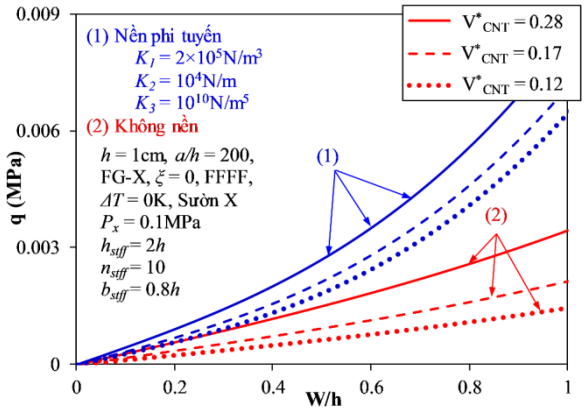
Ngoài ra, xu hướng ngày càng xa của các đường cong trong miền độ võng lớn có thể được quan sát thấy một cách tương đối rõ ràng. Hiện tượng tương tự có thể thu được khi khảo sát ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến đường cong sau mất ổn định áp lực ngoài và nén cạnh trong Hình 4.5 và 4.6. Ngoài ra, hiện tượng rẽ nhánh chỉ quan sát được với các tấm hoàn hảo chịu tải nén cạnh (xem Hình 4.3).



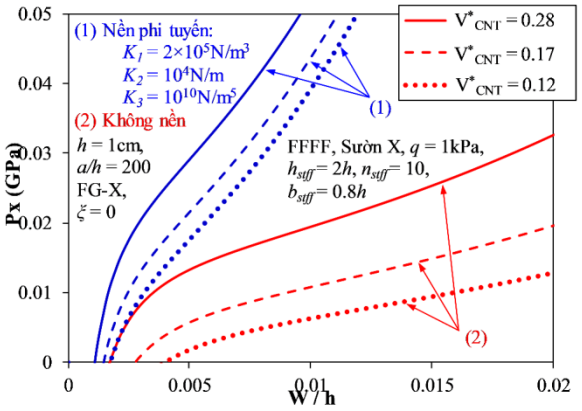
Hình 4.3. Ảnh hưởng của phương của sườn đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC



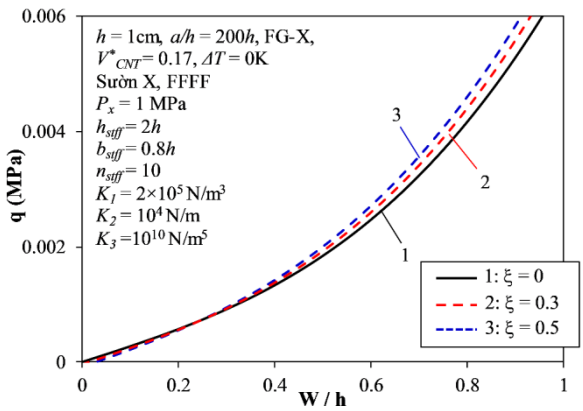
Hình 4.4. Ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn



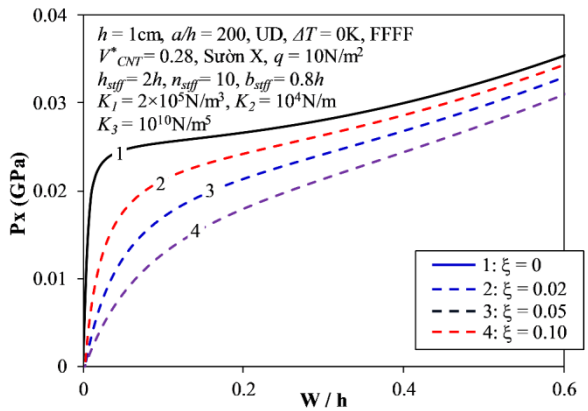
Hình 4.5. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến ứng xử sau mất ổn định $q - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn



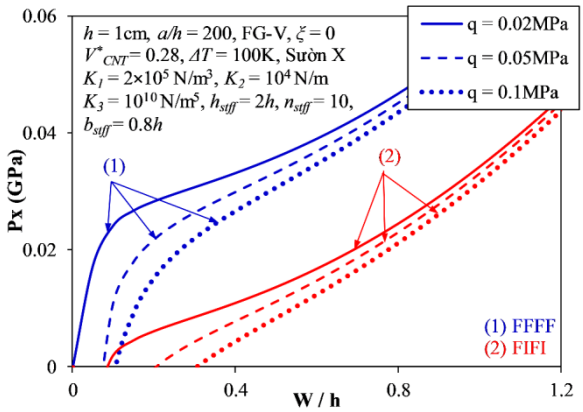
Hình 4.6. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến ứng xử sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn



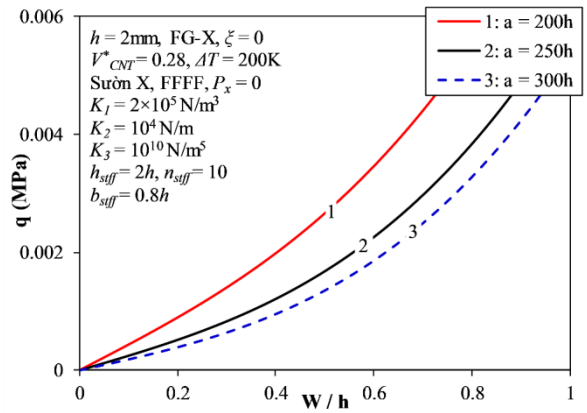
Hình 4.7. Ảnh hưởng của độ không hoàn hảo đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm có sườn



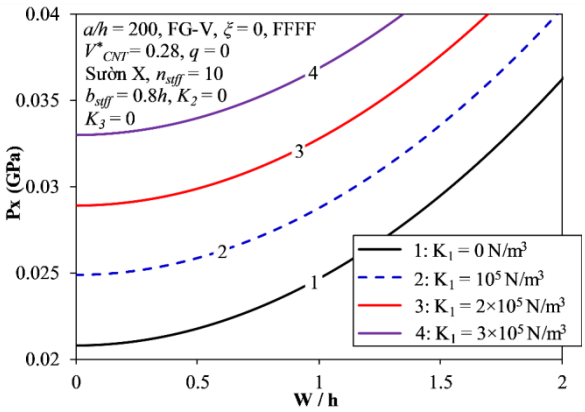
Hình 4.8. Ảnh hưởng của độ không hoàn hảo đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn



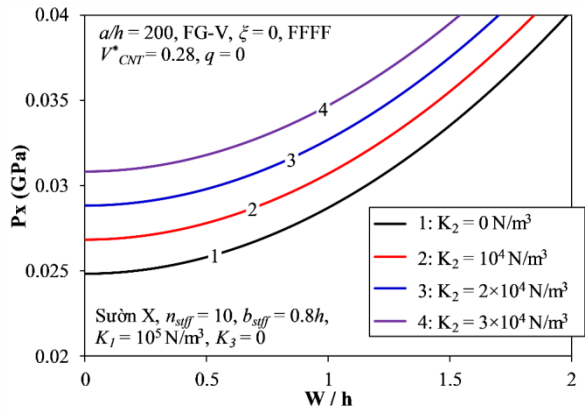
Hình 4.9. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn



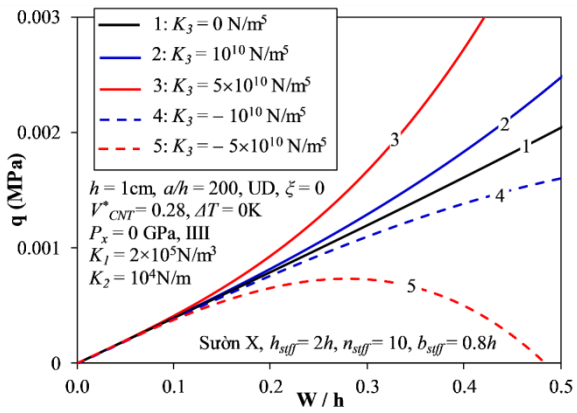
Hình 4.10. Ảnh hưởng của chiều dài cạnh đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm có sườn



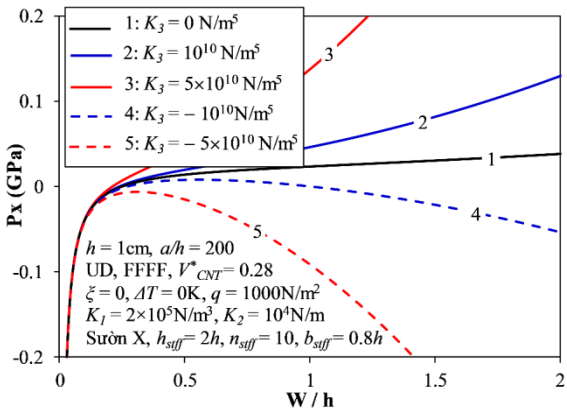
Hình 4.11. Ảnh hưởng của độ cứng nền K_1 đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn



Hình 4.12. Ảnh hưởng của độ cứng nền K_2 đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn



Hình 4.13. Ảnh hưởng của độ cứng nền phi tuyến đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm có sườn

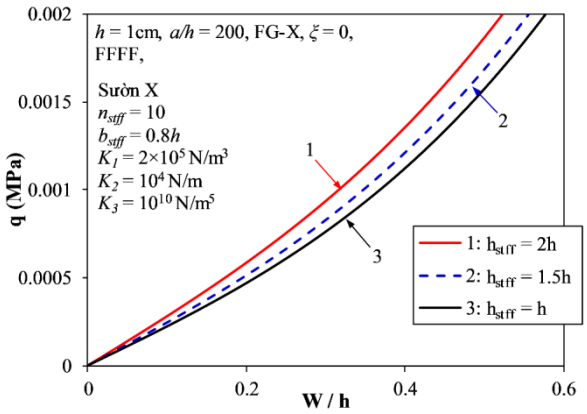


Hình 4.14.Ảnh hưởng của độ cứng nền phi tuyến đến đường cong sau mất ổn định P_x-W/h của tấm có sườn

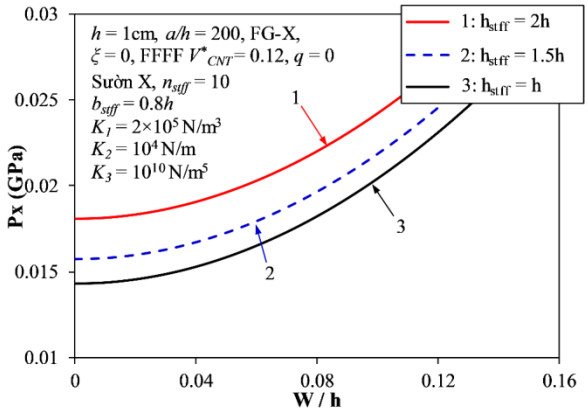
Ảnh hưởng của độ không hoàn hảo về hình dạng của tấm, điều kiện biên, tải trọng trước đến ứng xử sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC được trình bày trong Hình 4.7-4.9. Đầu tiên, ứng xử sau mất ổn định nén cạnh và áp lực ngoài của tấm không hoàn hảo với tải trọng trước được trình bày trong Hình 4.7 và 4.8. Độ không hoàn hảo về hình dạng kết hợp với tải nén cạnh gây ra độ võng trước trong Hình 4.7, và dường như có thể quan sát thấy sự giao nhau của các đường cong với các độ không hoàn hảo khác nhau trong trường hợp chịu tải áp lực ngoài. Hai trường hợp điều kiện biên FFFF ($\beta_1=0, \beta_2=0$) và FIFI ($\beta_1=0, \beta_2=1$) được xem xét trong các Hình 4.9. Sự chênh lệch lớn trong hai trường hợp này có thể được quan sát thấy trong cả miền độ võng nhỏ và miền độ võng lớn. Ảnh hưởng của chiều dài cạnh đến đường cong sau mất ổn định $q-W/h$ của tấm FG-CNTRC có sườn được thể hiện trong Hình 4.10. Rõ ràng rằng khả năng chịu tải của tấm giảm mạnh khi chiều dài cạnh tăng lên. Và điều này càng thể hiện một cách rõ ràng hơn ở miền độ võng lớn.

Ảnh hưởng của các độ cứng nền đàn hồi tuyến tính K_1 và K_2 đến ứng xử sau mất ổn định P_x-W/h của tấm FG-CNTRC hoàn hảo có sườn được trình bày trong Hình 4.11 và 4.12. Có thể thấy rằng tải nén cạnh tới hạn đạt được tại điểm rẽ nhánh tăng rõ rệt khi các độ cứng của nền đàn hồi tăng lên. Ngoài ra xu hướng tăng lên khá đồng đều của đường cong sau mất ổn định của tấm cũng có thể quan sát thấy trong cả hai trường hợp độ cứng K_1 và K_2. Hai loại nền hóa cứng và nền hóa mềm có thể được khảo sát với các độ cứng phi tuyến khác nhau trong các Hình 4.13 và 4.14. Đối với

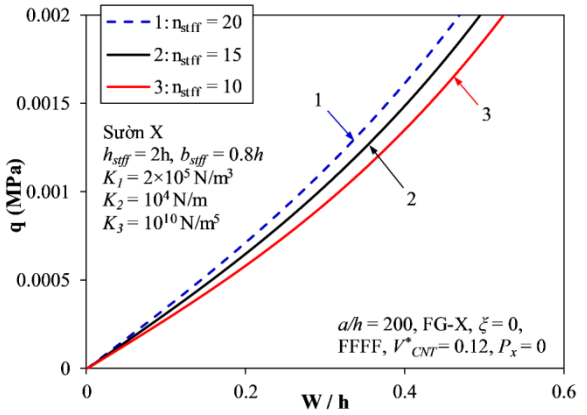
loại nền hóa cứng ($K_3 > 0$), đường cong sau mất ổn định luôn có xu hướng đi lên, ngược lại, đối với loại nền hóa mềm ($K_3 < 0$), đường cong sau mất ổn định có xu hướng đi xuống sau khi đạt giá trị cực đại. Cũng có thể nhận thấy rằng độ cứng nền phi tuyến không ảnh hưởng đến giá trị tải nén cạnh tới hạn của các tấm hoàn hảo mà chỉ ảnh hưởng đến xu hướng của đường cong sau mất ổn định của các tấm.



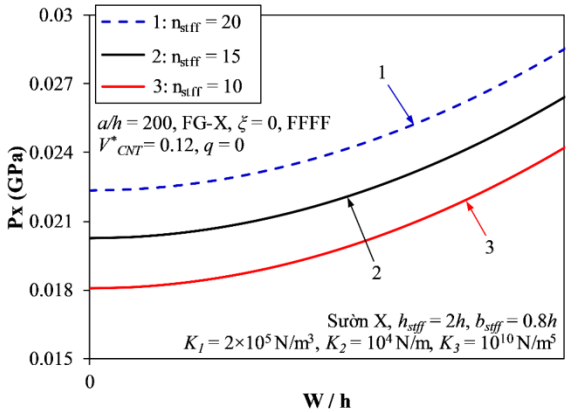
Hình 4.15.Ảnh hưởng của chiều cao sườn đến đường cong sau mất ổn định $q - W/h$ của tấm



Hình 4.17. Ảnh hưởng của chiều cao sườn đến đường cong sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm



Hình 4.16. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến đường cong sau mất ổn định $q - W/h$ của tấm



Hình 4.18. Ảnh hưởng của số lượng sườn đến đường cong sau mất ổn định $P_x - W/h$ của tấm

Ảnh hưởng của chiều cao sườn và số lượng sườn tới đường cong sau mất ổn định của tấm FG-CNTRC được trình bày trong các Hình 4.15-4.18. Trong các trường hợp khảo sát đều chỉ ra rằng tải tới hạn (trong trường hợp tải nén cạnh) và khả năng chịu tải sau mất ổn định của tấm tăng một cách rõ rệt khi chiều cao sườn hoặc số lượng sườn tăng.

4.7. Kết luận chương 4

Chương 4 đã giải quyết được một số vấn đề sau

- Các phương trình chủ đạo được thiết lập dựa trên HSDT với tính phi tuyến hình học của von Kármán kết hợp với mô hình nền đàn hồi phi tuyến.
- Phát triển một kỹ thuật san tác dụng sườn FG-CNTRC cải tiến mới phù hợp với HSDT của tấm.
- Phương trình tương thích biến dạng được thiết lập và hàm ứng suất được đưa vào để đưa hệ phương trình cân bằng về viết theo bốn phương trình với bốn ẩn hàm là độ võng, hai thành phần góc xoay và hàm ứng suất.
- Dạng nghiệm của các ẩn hàm được chọn thỏa mãn xấp xỉ các điều kiện biên và phương pháp Galerkin được áp dụng để nhận được hệ phương trình cân bằng dưới dạng đại số phi tuyến. Các biểu thức dạng hiển của tải mất ổn định tới hạn và liên hệ giữa tải và độ võng có thể nhận được.

Nhìn chung, kết quả số đã chỉ ra ứng xử mất ổn định của các tấm rất phức tạp với một số điểm đáng chú ý như sau:

- Các sườn FG-CNTRC làm tăng đáng kể tải nén cạnh tới hạn và khả năng chịu tải sau mất ổn định của tấm. Ví dụ, trong một khảo sát số, chỉ với 8% thể tích sườn tăng thêm, trong trường hợp hiệu quả nhất, tải tới hạn của tấm tăng thêm 491.12%.
- Ảnh hưởng của sườn tăng cứng FG-CNTRC lên tải nén cạnh tới hạn của tấm FG-V là lớn nhất đối với thiết kế sườn được lựa chọn trong luận án.
- Độ cứng nền phi tuyến không ảnh hưởng đến giá trị tải nén cạnh tới hạn của các tấm hoàn hảo mà chỉ ảnh hưởng đến xu hướng của đường cong sau mất ổn định của tấm.
- Các thông số hình học và nhiệt độ môi trường ảnh hưởng đáng kể đến tải nén cạnh tới hạn và đường cong sau mất ổn định của tấm. Ngoài ra, các xu hướng hoàn toàn khác nhau của đường cong sau mất ổn định trong trường hợp tải trọng nén cạnh có và không có áp lực ngoài trước có thể quan sát được từ các khảo sát số.

KẾT LUẬN

Luận án đã thu được một số kết quả mới sau đây:

1. Đã đề xuất phương án tăng cứng cho các kết cấu vỏ trụ và tấm FG-CNTRC bằng các hệ sườn FG-CNTRC, và đề xuất các quy luật phân bố CNT cho sườn phù hợp tới từng quy luật phân bố CNT của tấm và vỏ trụ FG-CNTRC. Đã phát triển các kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến dành cho hệ sườn FG-CNTRC dựa trên lý thuyết dầm cổ điển và lý thuyết dầm biến dạng trượt bậc cao để phù hợp với lý thuyết tấm và vỏ được sử dụng. Đã đề xuất phương án tăng cứng cho kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC có lõi Auxetic và trình bày các hàm quy luật phân bố CNT cho các lớp mặt FG-CNTRC.

2. Dựa trên lý thuyết vỏ Donnell, tính phi tuyến hình học của von Kármán và kỹ thuật san đều tác dụng sườn cải tiến dành cho sườn FG-CNTRC, các phương trình chủ đạo của bài toán ổn định phi tuyến của kết cấu vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC và có lõi Auxetic trong môi trường nhiệt đã được thiết lập. Trong đó mô hình nền đàn hồi Pasternak được xem xét trong bài toán vỏ trụ FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC chịu áp lực ngoài và nén dọc trục. Lựa chọn dạng nghiệm ba số hạng để mô phỏng ứng xử ổn định và sau mất ổn định của hai bài toán vỏ trụ chịu áp lực ngoài và nén dọc trục, và vỏ trụ chịu tải xoắn. Sử dụng phương pháp Galerkin để nhận được các biểu thức tải tới hạn và liên hệ tải độ võng sau mất ổn định cho các bài toán tương ứng.

3. Dựa trên HSDT dành cho tấm, tính phi tuyến hình học của von Kármán và kỹ thuật san đều tác dụng sườn cải tiến dành cho sườn FG-CNTRC biến dạng trượt bậc cao, luận án đã thiết lập các phương trình chủ đạo của bài toán ổn định phi tuyến của kết cấu tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC nằm trên nền đàn hồi phi tuyến và trong môi trường nhiệt. Lựa chọn dạng nghiệm và áp dụng phương pháp Galerkin để nhận được các biểu thức tải tới hạn và liên hệ tải độ võng sau mất ổn định cho bài toán tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC.

4. Đã ứng dụng các kết quả lý thuyết vào phân tích một cách chi tiết các ảnh hưởng của sườn FG-CNTRC, nền đàn hồi Pasternak (trong bài toán vỏ trụ chịu áp lực ngoài và nén dọc trục), nền đàn hồi phi tuyến (trong bài toán tấm FG-CNTRC có sườn FG-CNTRC), sự không hoàn hảo về hình dạng tấm FG-CNTRC, kích thước hình học, các cách thiết kế sườn, tỷ lệ thể tích CNT và quy luật phân bố CNT của tấm (vỏ) và sườn tới ứng xử ổn định và sau mất ổn định của kết cấu. Từ các kết quả nhận

được, các thảo luận và nhận xét đáng lưu ý đã được đưa ra có tiềm năng sử dụng trong thực tế thiết kế kỹ thuật công trình và làm cơ sở để xây dựng các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu công trình dạng tấm và vỏ trụ FG-CNTRC trong tương lai.

Nội dung chủ yếu của luận án được công bố trong 05 công trình trên các tạp chí quốc tế ISI (SCIE).

KIẾN NGHỊ VỀ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

1. Nghiên cứu phi tuyến ổn định và động lực của các kết cấu tấm và vỏ FG-CNTRC có sườn tăng cứng FG-CNTRC hoặc có lõi Auxetic chịu các tải nhiệt và cơ - nhiệt kết hợp, kết cấu lõi Auxetic chịu tải trọng xung tức thời.

2. Nghiên cứu phi tuyến ổn định và động lực của các kết cấu FG-CNTRC có sườn tăng cứng FG-CNTRC xiên bằng FSDT và HSDT.

3. Nghiên cứu phi tuyến ổn định và động lực của các kết cấu có hình dạng phức tạp như vỏ nón, nón cụt, vỏ cầu nhẫn, panel nón, panel cầu nhẫn, vỏ tròn xoay làm bằng FG-CNTRC có xét đến các biện pháp tăng cứng.

4. Nghiên cứu phi tuyến ổn định và động lực các loại vỏ có hình dạng phức tạp, điều kiện biên rời rạc… làm bằng FG-CNTRC có xét tới các biện pháp tăng cứng.

5. Nghiên cứu xây dựng các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu dạng tấm vỏ FG-CNTRC cho các công trình xây dựng.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

Luận án đã công bố được 05 công trình trên các tạp chí khoa học quốc tế ISI (SCIE) trong thời gian thực hiện luận án như sau:

1. Dang Thuy Dong, Pham Thanh Hieu, Vu Minh Duc, Nguyen Thi Phuong, **Nguyen Van Tien**, Vu Hoai Nam (2023). Nonlinear Buckling Analysis of Stiffened Carbon Nanotube-Reinforced Cylindrical Shells Subjected to External Pressure in Thermal Environment. Mechanics of Composite Materials 59, 779–794. (Tạp chí quốc tế SCIE)
2. Dang Thuy Dong, Vu Hoai Nam, Nguyen Thi Phuong, Le Ngoc Ly, Vu Minh Duc, **Nguyen Van Tien**, Tran Quang Minh, Vu Tho Hung, Pham Hong Quan (2022). An analytical approach of nonlinear buckling behavior of longitudinally compressed carbon nanotube-reinforced (CNTR) cylindrical shells with CNTR stiffeners in thermal environment. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics 102, e202100228. (Tạp chí quốc tế SCIE)
3. **Nguyen Van Tien**, Nguyen Thi Phuong, Vu Minh Duc, Tran Quang Minh, Dang Thuy Dong, Pham Hong Quan, Vu Hoai Nam, Le Ngoc Ly (2022). Nonlinear Thermo-Mechanical Buckling of Torsion-Loaded Cylindrical Shells with Eccentric Stiffeners Made from CNT-Reinforced Composite. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering 46, 1107–1119. (Tạp chí quốc tế SCIE)
4. Dang Thuy Dong, Nguyen Thi Phuong, Vu Hoai Nam, **Nguyen Van Tien**, Le Ngoc Ly, Vu Minh Duc, Tran Quang Minh, Vu Tho Hung, Nguyen Thi Huong Giang (2023). An Analytical Approach for Nonlinear Buckling Analysis of Torsionally Loaded Sandwich Carbon Nanotube Reinforced Cylindrical Shells with Auxetic Core. Advances in Applied Mathematics and Mechanics 15, 468-484. (Tạp chí quốc tế SCIE)
5. Tran Quang Minh, Dang Thuy Dong, Vu Tho Hung, Cao Van Doan, **Nguyen Van Tien**, Pham Thanh Hieu (2023). Geometrically Nonlinear Buckling of FG-CNTRC Plates Stiffened by FG-CNTRC Stiffeners Subjected to Combined Loads Using Nonlinear Reddy's HSDT. International Journal of Structural

Stability and Dynamics. https://doi.org/10.1142/S0219455424501335 (Tạp chí quốc tế SCIE)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tài liệu tiếng Việt

[1] Đào Huy Bích (2000). *Lý thuyết đàn hồi*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[2] Đặng Thùy Đông (2017). *Phân tích ổn định và động lực phi tuyến của vỏ thoải sandwich cơ tính biến thiên chịu tác dụng của tải cơ và nhiệt, Luận án tiến sĩ Cơ học*. Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[3] Phạm Thanh Hiếu (2022). *Phân tích ổn định tĩnh của vỏ trụ và vỏ trống làm từ FGM và FG-CNTRC có kể đến tính đàn hồi của liên kết biên, Luận án tiến sĩ kỹ thuật*. Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

[4] Lê Khả Hòa (2015). *Phân tích ổn định phi tuyến tĩnh của vỏ bằng vật liệu có cơ tính biến thiên, Luận án tiến sĩ Cơ học*. Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[5] Vũ Hoài Nam (2015). *Phân tích phi tuyến động lực của vỏ làm bằng vật liệu có cơ tính biến thiên, Luận án tiến sĩ Cơ học*. Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[6] Nguyễn Thị Phương (2014). *Nghiên cứu ổn định tĩnh của tấm và vỏ Composite cơ tính biến thiên có gân gia cường lệch tâm, Luận án tiến sĩ kỹ thuật*. Học viện Kỹ thuật Quân sự, Hà Nội.

[7] Hoàng Văn Tùng (2011). *Ổn định đàn hồi của tấm và vỏ Composite có cơ tính biến đổi, Luận án tiến sĩ cơ học*. Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[8] Lê Thị Như Trang (2021). *Ổn định nhiệt đàn hồi của tấm và vỏ thoải composite gia cường carbon nanotube, Luận án tiến sĩ kỹ thuật*. Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Tài liệu tiếng nước ngoài

[9] Anh, P.H., Quoc, T.H., Tu, T.M., Loi, N.V., Huong, Q.T. (2022). Free vibration analysis and optimization of doubly-curved stiffened sandwich shells with functionally graded skins and auxetic honeycomb core layer. *Thin-Walled Structures* 179, 109571.

[10] Baruch, M., Singer, J. (1963). Effect of eccentricity of stiffeners on the general instability of stiffened cylindrical shells under hydro-static pressure. *Journal of Mechanical Engineering Science* 5(1), 23–27.

[11] Bich, D.H., Nam, V.H., Phuong, N.T. (2011). Nonlinear postbuckling of eccentrically stiffened functionally graded plates and shallow shells. *Vietnam Journal of Mechanics, VAST*, 33(3), 131-147.

[12] Bich, D.H., Dung, D.V., Nam, V.H. (2012). Nonlinear dynamical analysis of eccentrically stiffened functionally graded cylindrical panels. *Composite Structures* 94(8), 2456-2473.

[13] Bich, D.H., Nguyen, N.X. (2012). Nonlinear vibration of functionally graded circular cylindrical shells based on improved Donnell equations. *Journal of Sound and Vibration* 331(25), 5488-5501.

[14] Bich, D.H., Dung, D.V., Nam, V.H. (2013). Nonlinear dynamical analysis of eccentrically stiffened imperfect functionally graded doubly curved thin shallow shells. *Composite Structures* 96, 384-395.

[15] Bich, D.H., Dung, D.V., Nam, V.H., Phuong, N.T. (2013). Nonlinear static and dynamic buckling analysis of imperfect eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells under axial compression. *International Journal of Mechanical Sciences* 74, 190-200.

[16] Bich, D.H., Duc, N.D., Quan, T.Q. (2014). Nonlinear vibration of imperfect eccentrically stiffened functionally graded double curved shallow shells resting on elastic foundation using the first order shear deformation theory. *International Journal of Mechanical Sciences* 80, 16-28.

[17] Brush, D.O., Almroth, B.O. (1975). *Buckling of bars, plates and shells*. Mc Graw-Hill, New York.

[18] Cadek, M., Coleman, J.N., Ryan, K.P., Nicolosi, V., Bister, G., Fonseca, A., Nagy, J.B., Szostak, K., Béguin, F., Blau, W.J. (2004). Reinforcement of Polymers with Carbon Nanotubes: The Role of Nanotube Surface Area. *Nano Lettes* 4(2), 353-356.

[19] Chauhan, P.K., Khan, S. (2020). Microstructural examination of aluminium-copper functionally graded material developed by powder metallurgy route. *Materials Today: Proceedings* 25(4), 833-837.

[20] Chen, X.L., Zhao, Z.Y., Liew, K.M. (2008). Stability of piezoelectric FGM rectangular plates subjected to non-uniformly distributed load, heat and voltage. *Advances in Engineering Software* 39(2), 121-131.

[21] Chen, Y.C., Yu, K.P., Shao, W.C., Tseng, C.H., Pan, W.C. (2018). Novel mold-resistant building materials impregnated with thermally reduced nano-silver. *Indoor Air* 28(2), 276-286

[22] Chi, Y., Chu, J., Chen, M., Li, C., Mao, W., Piao, M., Zhang, H., Liu, B.S., Shi, H. (2016). Directly deposited graphene nanowalls on carbon fiber for improving the interface strength in composites. *Applied Physics Letters* 108(21), 211601.

[23] Composites lab. *Composite piping key to success of new California desalination plant*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://compositeslab.com/composite-piping-key-to-success-of-new-california-desalination-plant/index.html

[24] CompositesWorld. *Materials & Processes: Tooling for composites*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://www.compositesworld.com/articles/tooling

[25] Cong, P.H., Trung, V.D., Khoa, N.D., Duc, N.D. (2022). Vibration and nonlinear dynamic response of temperature-dependent FG-CNTRC laminated double curved shallow shell with positive and negative Poisson's ratio. *Thin-Walled Structures* 171, 108713.

[26] Correia, V.D.C., Santos, S.F., Teixeira, R.S., Savastano, Junior, H. (2018). Nanofibrillated cellulose and cellulosic pulp for reinforcement of the extruded cement based materials. *Construction and Building Materials* 160, 376-384.

[27] Dong, D.T., Van Dung, D. (2019). A third-order shear deformation theory for nonlinear vibration analysis of stiffened functionally graded material sandwich doubly curved shallow shells with four material models. *Journal of Sandwich Structures & Materials* 21(4), 1316-1356.

[28] Duc, N.D., Tung, H.V. (2010). Nonlinear response of pressure-loaded functionally graded cylindrical panels with temperature effects. *Composite Structures* 92(7), 1664-1672.

[29] Duc, N.D., Cong, P.H. (2013). Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments. *Composite Structures* 100, 566-574.

[30] Duc, N.D., Quan, T.Q., Khoa, N.D. (2017). New approach to investigate nonlinear dynamic response and vibration of imperfect functionally graded carbon nanotube reinforced composite double curved shallow shells subjected to blast load and temperature. *Aerospace Science and Technology* 71, 360-372.

[31] Duc, N.D., Lee, J., Trung, N.T., Thang, P.T. (2017). Static response and free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite rectangular plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations. *Aerospace Science and Technology* 68, 391-402.

[32] Duc, N.D., Hadavinia, H., Quan, T.Q., Khoa, N.D. (2019). Free vibration and nonlinear dynamic response of imperfect nanocomposite FG-CNTRC double curved shallow shells in thermal environment. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 75, 355-366.

[33] Dung, D.V., Hoa, L.K. (2013). Nonlinear buckling and post-buckling analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure. *Thin-Walled Structures* 63, 117-124.

[34] Dung, D.V., Hoa, L.K. (2013). Research on nonlinear torsional buckling and post-buckling of eccentrically stiffened functionally graded thin circular cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering* 51, 300-309.

[35] Dung, D.V., Nam, V.H. (2014). Nonlinear dynamic analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells under external pressure and surrounded by an elastic medium. *European Journal of Mechanics A/Solids* 46, 42-53.

[36] Dung, D.V., Dong, D.T. (2016). Post-buckling analysis of functionally graded doubly curved shallow shells reinforced by FGM stiffeners with temperature-

dependent material and stiffener properties based on TSDT. *Mechanics Research Communications* 78, Part A, 28-41.

[37] Dung, D.V., Dong, D.T. (2017). Nonlinear thermo-mechanical stability of eccentrically stiffened functionally graded material sandwich doubly curved shallow shells with general sigmoid law and power law according to third-order shear deformation theory. *Applied Mathematics and Mechanics - English Edition*, 38, 191-216.

[38] Edwards, K.L. (1996). Unifying materials and design engineering: A review of the last two decades. *Materials & Design* 17(3), 119-125.

[39] Eftekhari, M., Mohammadi, S., Khanmohammadi, M. (2018). A hierarchical nano to macro multiscale analysis of monotonic behavior of concrete columns made of CNT-reinforced cement composite. *Construction and Building Materials* 175, 134-143.

[40] Eipakchi, H., Nasrekani, F.M. (2020). Vibrational behavior of composite cylindrical shells with auxetic honeycombs core layer subjected to a moving pressure. *Composite Structures* 254, 112847.

[41] Eslami, M.R. (2018). Buckling and Postbuckling of Beams, Plates, and Shells. Springer International Publishing AG.

[42] Fang, H., Bai, Y., Liu, W., Qi, Y., Wang, J. (2019). Connections and structural a1pplications of fibre reinforced polymer composites for civil infrastructure in aggressive environments. *Composites Part B: Engineering* 164, 129-143.

[43] Fidelus, J.D., Wiesel, E., Gojny, F.H., Schulte, K., Wagner, H.D. (2005). Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36(11), 1555-1561.

[44] Formica, G., Lacarbonara, W. (2009). Eshelby-like equivalent continuum modeling of carbon nanotube-based composites. *In Proceedings of 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*. Lisbon, September 2009.

[45] Gao, X.L., Li, K. (2005). A shear-lag model for carbon nanotube-reinforced polymer composites. *International Journal of Solids and Structures* 42(5-6), 1649-1667.

[46] Gao, Z., Lee, S., Huang, J. (2022). The Application of Nanoparticle Ceramic Materials in the Design of Modern Handicrafts. *Journal of Nanomaterials* 2022, 1998985.

[47] Gojny, F.H., Wichmann, M.H.G., Fiedler, B., Schulte, K. (2005). Influence of different carbon nanotubes on the mechanical properties of epoxy matrix composites - A comparative study. *Composites Science and Technology* 65(15-16), 2300-2313.

[48] Gupta, A., Talha, M. (2015). Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Progress in Aerospace Sciences* 79, 1-14.

[49] Han, Y., Elliott, J. (2007). Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites. *Computational Materials Science* 39(2), 315-323.

[50] Hasan, H., Huang, B., Saafi, M., Sun, J., Chi, Y., Whale, E., Hepworth, D., Ye, J. (2019). Novel engineered high performance sugar beetroot 2d nanoplatelet-cementitious composites. *Construction and Building Materials* 202, 546-562.

[51] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2020). Thermomechanical postbuckling of pressure-loaded CNT-reinforced composite cylindrical shells under tangential edge constraints and various temperature conditions. *Polymer Composites* 41(1), 244-257.

[52] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2021). Thermal buckling and postbuckling of CNT-reinforced composite cylindrical shell surrounded by an elastic medium with tangentially restrained edges. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 34(7), 861-883.

[53] Huang, H., Han, Q. (2009). Nonlinear elastic buckling and postbuckling of axially compressed functionally graded cylindrical shells. *International Journal of Mechanical Sciences* 51(7), 500-507.

[54] Huang, H., Han, Q. (2009). Nonlinear buckling and postbuckling of heated functionally graded cylindrical shells under combined axial compression and radial pressure. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 44(2), 209-218.

[55] Huang, H., Han, Q. (2010). Nonlinear buckling of torsion-loaded functionally graded cylindrical shells in thermal environment. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 29(1), 42-48.

[56] Hung, D.X., Tu, T.M., Hao, T.D. (2021). Free Vibration Analysis of Laminated CNTRC Plates using the pb2-Ritz Method. *Journal of Mechanical Engineering* 18(1), 213-232.

[57] Hutchinson, J.W. (1967). Initial post-buckling behavior of toroidal shell segments, *International Journal of Solids and Structures* 3(1), 97-115.

[58] Iijima, S. (1993). Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature* 354, 56-58.

[59] Iijima, S., Ichihashi, T. (1993). Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter. *Nature* 363, 603-605

[60] Inter Glass Solution. *Aluminium composite panel*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://en.interglasssolutions.com/panneaux-composite-en-aluminium

[61] Jam, J.E., Kiani, Y. (2015). Buckling of pressurized functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells. *Composite Structures* 125, 586-595.

[62] JEC Group. *Latitude, the Berkeley building with a bold new composite material facade*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://www.jeccomposites.com/news/latitude-the-berkeley-building-with-a-bold-new-composite-material-facade/

[63] Kiani, Y. (2016). Shear buckling of FG-CNT reinforced composite plates using Chebyshev-Ritz method. *Composites Part B: Engineering* 105, 176-187.

[64] Kiani, Y. (2016). Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew plates. *Aerospace Science and Technology* 58, 178-188.

[65] Kiani, Y. (2017). Thermal post-buckling of FG-CNT reinforced composite plates. *Composite Structures* 159, 299-306.

[66] Kiani, Y. (2017). Dynamics of FG-CNT reinforced composite cylindrical panel subjected to moving load. *Thin-Walled Structures* 111, 48-57.

[67] Kiani, Y., Dimitri, R., Tornabene, F. (2018). Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew cylindrical shells using the Chebyshev-Ritz formulation. *Composites Part B: Engineering* 147, 169-177.

[68] Koizumi, M. (1993). The concept of FGM, Ceramic transactions. *Functionally Graded Materials* 34, 3-10.

[69] Kossakowski, P.G., Wciślik, W. (2022). Fiber-Reinforced Polymer Composites in the Construction of Bridges: Opportunities, Problems and Challenges. *Fibers* 10, 37.

[70] Krafton Projects B.V. *krafton® 500.40 FRP bridge decking plank*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://frp-bridgedeck.com/planks/500-40/

[71] Lan, X.K., Fenm S.S., Huang, Q., Zhou, T. (2019). A comparative study of blast resistance of cylindrical sandwich panels with aluminum foam and auxetic honeycomb cores. *Aerospace Science and Technology* 87, 37-47.

[72] Lan, X.K., Huang, Q., Zhou, T., Feng, S.S. (2020). Optimal design of a novel cylindrical sandwich panel with double arrow auxetic core under air blast loading. *Defence Technology* 16(3), 617-626.

[73] Lee Composites Inc. *FRP fiberglass marine pilings*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://leecomposites.com/products/marine-pilings/

[74] Lei, Z.X., Liew, K.M., Yu, J.L. (2013). Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures* 98, 160-168.

[75] Lei, Z.X., Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2014). Dynamic stability analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures* 113, 328-338.

[76] Lei, Z.X., Zhang, L.W., Liew, K.M. (2015). Buckling of FG-CNT reinforced composite thick skew plates resting on Pasternak foundations based on an element-free approach. *Applied Mathematics and Computation* 266, 773-791.

[77] Lekhnitskii, S.G. (1968). *Anisotropic plates*. Gordon and Breach Science Publishers.

[78] Li, C., Chou, T.W. (2006). Multiscale modeling of compressive behavior of carbon nanotube/polymer composites. *Composites Science and Technology* 66(14), 2409-2414.

[79] Li, C., Shen, H.S., Wang, H. (2021). Full-scale finite element modeling and nonlinear bending analysis of sandwich plates with functionally graded

auxetic 3D lattice core. *Journal of Sandwich Structures & Materials* 23(7), 3113-3138.

[80] Li, C., Shen, H.S., Wang, H. (2020). Postbuckling behavior of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core. *Composite Structures* 237, 111894.

[81] Li, C., Shen, H.S., Wang, H. (2020). Nonlinear dynamic response of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core. *Nonlinear Dynamics* 100, 3235-3252.

[82] Li, C., Shen, H.S., Wang, H., Yu, Z. (2020). Large amplitude vibration of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core. *International Journal of Mechanical Sciences* 174, 105472.

[83] Li, P.P., Sluijsmans, M.J.C., Brouwers, H.J.H., Yu, Q.L. (2020). Functionally graded ultra-high performance cementitious composite with enhanced impact propertie. *Composites Part B: Engineering* 183, 107680.

[84] Li, W., Han, B. (2018). Research and application of functionally gradient materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 394, 1-7.

[85] Li, X., Gao, H., Scrivens, W.A., Fei, D., Xu, X., Sutton, M.A., et al (2007). Reinforcing Mechanisms of Single-Walled Carbon Nanotube-Reinforced Polymer Composites. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology* 7(7), 2309-2317.

[86] Liao, K., Li, S. (2001). Interfacial characteristics of a carbon nanotube-polystyrene composite system. *Applied Physics Letters* 79(25), 4225-4227.

[87] Liew, K.M., Lei, Z.X., Yu, J.L., Zhang, L.W. (2014). Postbuckling of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels under axial compression using a meshless approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 268, 1-17.

[88] Liu, J.B., Liu, Y., Sheng, Q.H. (2009). The design and realization of data coupler in power and data mixed transmission technology based on coaxial cable. *Journal of Tropical Oceanography* 28(4), 6-11.

[89] Long, N.V., Thinh, T.I., Bich, D.H., Tu, T.M. (2022). Nonlinear dynamic responses of sandwich-FGM doubly curved shallow shells subjected to underwater explosions using first-order shear deformation theory. *Ocean Engineering* 260, 111886.

[90] Long, V.T., Tung, H.V. (2020). Thermal postbuckling behavior of CNT-reinforced composite sandwich plate models resting on elastic foundations with tangentially restrained edges and temperature-dependent properties. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 33(10), 1396-1428.

[91] Lu, J.P. (1997). Elastic properties of single and multilayered nanotubes. *J Phys Chem Solids* 58, 1649-1652.

[92] Ly, L.N., Duc, V.M., Trung, N.T., Phuong, N.T., Dong, D.T., Minh, T.Q., Tien, N.V., Hung, V.T. (2021). An analytical approach to the nonlinear buckling behavior of axially compressed auxetic-core cylindrical shells with carbon nanotube-reinforced coatings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 235(10), 2254-2265.

[93] MakMax Australia. *Sydney football stadium roof*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://www.makmax.com.au/project/sydney-football-stadium-roof/

[94] Managing Composites. *Composites in architecture*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://managingcomposites.com/2022/04/19/composites-in-architecture/

[95] Mirzaei, M., Kiani, Y. (2015). Thermal buckling of temperature dependent FG-CNT reinforced composite conical shells. *Aerospace Science and Technology* 47, 42-53.

[96] Mirzaei, M., Kiani, Y. (2016). Free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels. *Composite Structures* 142, 45-56.

[97] Mori, T., Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metall* 21, 571-574.

[98] Najafizadeh, M.M., Hasani, A., Khazaeinejad, P. (2009). Mechanical stability of functionally graded stiffened cylindrical shells. *Applied Mathematical Modelling* 54, 1151-1157.

[99] Nam, V.H., Phuong, N.T., Minh, K.V., Hieu, P.T. (2018). Nonlinear thermo-mechanical buckling and post-buckling of multilayer FGM cylindrical shell reinforced by spiral stiffeners surrounded by elastic foundation subjected to torsional loads. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 72, 393-406.

[100] Nam, V.H., Phuong, N.T., Doan, C.V., Trung, N.T. (2019). Nonlinear thermo-mechanical stability analysis of eccentrically spiral stiffened Sandwich functionally graded cylindrical shells subjected to external pressure. *International Journal of Applied Mechanics* 11(5), 1950045.

[101] Nam, V.H., Dong, D.T., Phuong, N.T., Tuan, H.D. (2019). Nonlinear thermo-mechanical stability of multilayer-FG plates reinforced by orthogonal and oblique stiffeners according to FSDT. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 38 (11), 521-536.

[102] Nam, V.H., Phuong, N.T., Dong, D.T., Trung, N.T., Tue, N.V. (2019). Nonlinear thermo-mechanical buckling of higher-order shear deformable porous FGM plates reinforced by orthogonal and/or oblique stiffeners. *Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 233(17), 6177-6196

[103] Obasanjo, O.A., Mohammed, T.A. (2018). The role of advance composite material in contemporary buildings. *Journal of contemporary urban affairs* 2(3), 95– 101.

[104] Panina, T.I., Tolchkov, J.N., Tkachev, A.G., Mikhaleva, Z.A., Popov, A.I. (2016). Efficiency of application of complex nanomodifying additives based on zeolites in building materials. *Nanotechnologies in Construction* 8(5), 116-132.

[105] Parihar, R.S., Setti, S.G., Sahu, R.K. (2018). Recent advances in the manufacturing processes of functionally graded materials: a review. *Sci Eng Compos Mater* 25:309–36.

[106] Phuong, N.T., Luan, D.T., Nam, V.H., Hieu, P.T. (2019). Nonlinear approach on torsional buckling and postbuckling of functionally graded cylindrical shells reinforced by orthogonal and spiral stiffeners in thermal environment. *Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 233(6), 2091-2106.

[107] Qian, D., Dickey, E.C., Andrews, R., Rantell, T. (2000). Load transfer and deformation mechanisms in carbon nanotube-polystyrene composites. *Applied Physics Letters* 76(20), 2868-2870.

[108] Quoc, T.H., Tu, T.M., Tham, V.V. (2019). Free Vibration Analysis of Smart Laminated Functionally Graded CNT Reinforced Composite Plates via New Four-Variable Refined Plate Theory. *Materials* 12(22), 3675.

[109] Quyen, N.V., Thanh, N.V., Quan, T.Q., Duc, N.D. (2021). Nonlinear forced vibration of sandwich cylindrical panel with negative Poisson's ratio auxetic honeycombs core and CNTRC face sheets. *Thin-Walled Structures* 162, 107571.

[110] Rahul Arts India. *Aluminum composite panels*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://rahulartsindia.com/blog/category/aluminum-composite-panels/

[111] Reddy, J.N., Starnes, J.H. (1993). General buckling of stiffened circular cylindrical shells according to a Layerwise theory. *Computers & Structures* 49(4), 605–616.

[112] Reddy, J.N. (2004). Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis. 2nd ed. CRC Press, New York

[113] Reinforced Plastics magazine. *Large diameter composite pipe: lasting function in a world of growth*. Truy cập ngày 2/1/2024 từ https://www.reinforcedplastics.com/content/features/large-diameter-composite-pipe-lasting-function-in-a-world-of-growth/

[114] Safadi, B., Andrews, R., Grulke, E.A. (2002). Multiwalled carbon nanotube polymer composites: Synthesis and characterization of thin films. *Journal of Applied Polymer Science* 84(14), 2660-2669.

[115] Sandeep, S.P., Tarun, K., Yogesh, M.D. (2008). Application of polymer composites in civil construction: A general review. *Composite Structures* 84(2), 114-124.

[116] Seidel, G.D., Lagoudas, D.C. (2006). Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites. *Mechanics of Materials* 38(8-10), 884-907.

[117] Shen, H.S. (1998). Post-buckling analysis of imperfect stiffened laminated cylindrical shells under combined external pressure and thermal loading. *International Journal of Mechanical Sciences* 40(4), 339–355.

[118] Shen, H.S. (2009). Postbuckling of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium. *International Journal of Mechanical Sciences* 51, 372-383.

[119] Shen, H.S. (2009). Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Composite Structures* 91(1), 9-19.

[120] Shen, H.S., Zhang, C.L. (2010). Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Materials & Design* 31(7), 3403-3411.

[121] Shen, H.S. (2011). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part I: Axially-loaded shells. *Composite Structures* 93(8), 2096-2108.

[122] Shen, H.S. (2011). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part II: Pressure-loaded shells. *Composite Structures* 93(10), 2496-2503,

[123] Shen, H.S. (2012). Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering* 43(3), 1030-1038.

[124] Shen, H.S., Xiang, Y. (2012). Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 213-216, 196-205.

[125] Shen, H.S., Wang, H. (2014). Nonlinear vibration of shear deformable FGM cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B: Engineering* 60, 167-177.

[126] Shen, H.S., Xiang, Y. (2014). Postbuckling of axially compressed nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B: Engineering* 67, 50-61.

[127] Shen, H.S., Xiang, Y. (2014). Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composite Structures* 111, 291-300.

[128] Shen, H.S. (2014). Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Composite Structures* 116, 477-488.

[129] Shen, H.S. (2016). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations subjected to lateral pressure in thermal environments. *Engineering Structures* 122, 174-183.

[130] Shen, H.S. Lin F., Xiang Y. (2017). Nonlinear bending and thermal postbuckling of functionally graded graphene-reinforced composite laminated beams resting on elastic foundations. *Engineering Structures* 140, 89–97.

[131] Sofiyev, A.H., Schnack, E. (2004). The stability of functionally graded cylindrical shells under linearly increasing dynamic torsional loading. *Engineering Structures* 26, 1321-1331.

[132] Sofiyev, A.H. (2010). Dynamic response of an FGM cylindrical shell under moving loads. *Composite Structures* 93, 58-66.

[133] Sofiyev, A.H., Esencan, Turkaslan, B., Bayramov, R.P., Salamci, M.U. (2019). Analytical solution of stability of FG-CNTRC conical shells under external pressures. *Thin-Walled Structures* 144, 106338.

[134] Sofiyev, A.H. (2020). On the vibration and stability behaviors of heterogeneous-CNTRC-truncated conical shells under axial load in the context of FSDT. *Thin-Walled Structures* 151, 106747.

[135] Sofiyev, A.H., Kuruoglu, N. (2022). Buckling analysis of shear deformable composite conical shells reinforced by CNTs subjected to combined loading on the two-parameter elastic foundation. *Defence Technology* 18(2), 205-218.

[136] Sola, A., Bellucci, D., Cannillo, V. (2016). Functionally graded materials for orthopedic applications-an update on design and manufacturing. *Biotechnology Advances* 34(5), 504-31.

[137] Stein, M., McElman, J.A. (1965). Buckling of segments of toroidal shells. *AFAA Journal* 3(9), 1704-1709.

[138] Sun, C.H., Li, F., Cheng, H.M., Lu, G.Q. (2005). Axial Young's modulus prediction of single-walled carbon nanotube arrays with diameters from nanometer to meter scales. *Applied Physics Letters* 87(19), 193101-3.

[139] Tang, Y. (2021). Combined effects of nano-silica and silica fume on the mechanical behavior of recycled aggregate concrete. *Nanotechnology Reviews* 10(1), 819-838.

[140] Tham, V.V., Tran, H.Q., Tu, T.M. (2019). Free Vibration Analysis of Laminated Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Doubly Curved Shallow Shell Panels Using a New Four-Variable Refined Theory. *Journal of Composites Science* 3(4), 104.

[141] Tham, V.V., Tran, H.Q., Tu, T.M. (2021). Vibration characteristics of piezoelectric functionally graded carbon nanotube-reinforced composite doubly-curved shells. *Applied Mathematics and Mechanics - English Edition* 42, 819-840.

[142] Thinh, T.I., Bich, D.H., Tu, T.M., Long, N.V. (2020). Nonlinear analysis of buckling and postbuckling of functionally graded variable thickness toroidal shell segments based on improved Donnell shell theory. *Composite Structures* 243, 112173.

[143] Trang, L.T.N., Tung, H.V. (2022). Thermally induced postbuckling of higher order shear deformable CNT-reinforced composite flat and cylindrical panels resting on elastic foundations with elastically restrained edges. *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 50(8), 2812-2835.

[144] Trang, L.T.N., Tung, H.V. (2023). Thermo-torsional postbuckling of CNT-reinforced composite toroidal shell segments with surrounding elastic media and tangentially restrained edges. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 36(8), 3137-3167.

[145] Вольмир, А.С. (1956). Гибкие пластинки и оболочки, Наука, Moskva

[146] Wang, D.Y., Ma, H.W., Yang, G.T. (1992). Studies on the torsional buckling of elastic cylindrical shells. *Applied Mathematics and Mechanics - English Edition* 13, 211–215.

[147] Wang, J., Du, P., Zhou, Z., Xu, D., Xie, N., Cheng, X. (2019). Effect of nano-silica on hydration, microstructure of alkali-activated slag. *Construction and Building Materials* 220, 110-118.

[148] Wang, Y.Y., Su, J.F., Schlangen, E., Han, N.X., Han, S., Li (2016). Fabrication and characterization of self-healing microcapsules containing bituminous rejuvenator by a nanoinorganic/organic hybrid method. *Construction and Building Materials* 121, 471-482.

[149] Wang, Z.X., Shen, H.S. (2011). Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Computational Materials Science* 50(8), 2319-2330.

[150] Xiufang, Z., Junhua, Z., Wei Z, Chen, J. (2019). Vibration frequencies and energies of an auxetic honeycomb sandwich plate. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 26(23), 1951–1957.

[151] Xue, L., Sanz, B., Luo, A., Turner, K.T., Wang, X., Tan, D., Zhang, R., Du, H., Steinhart, M., Mijangos, C., Guttmann, M., Kappl, M., Campo, A.D. (2017). Hybrid surface patterns mimicking the design of the adhesive toe pad of tree frog. *ACS Nano* 11(10), 9711-9719.

[152] Yail, J.K. (2019). State of the practice of FRP composites in highway bridges. *Engineering Structures* 179, 1-8.

[153] Ying, J., Zhou, B., Xiao, J. (2017). Pore structure and chloride diffusivity of recycled aggregate concrete with nano-SiO2 and nano-TiO2. *Construction and Building Materials* 150, 49-55.

[154] Yurtsever, B., Polatoğlu, C. (2018). A secret component in architectural design studio: the "filtering" concept', *Open House International* 43(2), 60-68.

[155] Zghal, S., Frikha, A., Dammark, F. (2018). Mechanical buckling analysis of functionally graded power-based and carbon nanotubes-reinforced composite plates and curved panels. *Composites Part B: Engineering* 150, 165–183.

[156] Zhang, L.W., Cui, W.C., Liew, K.M. (2015). Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite thick plates with elastically restrained edges. *International Journal of Mechanical Sciences* 103, 9-21.

[157] Zhang, L.W., Lei, Z.X., Liew, K.M. (2015). Buckling analysis of FG-CNT reinforced composite thick skew plates using an element-free approach. *Composites Part B: Engineering* 75, 36–46.

[158] Zhu, X., Zhang, J., Zhang, W., Chen, J. (2019). Vibration frequencies and energies of an auxetic honeycomb sandwich plate. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 26(23), 1951-1957.