

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

BỘ XÂY DỰNG

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GIAO THÔNG VẬN TẢI

VŨ MINH ĐỨC

NGHIÊN CỨU ĐỘNG LỰC HỌC PHI TUYẾN CỦA
CẤU KIỆN KẾT CẤU CÔNG TRÌNH DẠNG TẤM VÀ
VỎ LÀM BẰNG VẬT LIỆU COMPOSITE GIA CƯỜNG
GRAPHENE

Ngành: Kỹ thuật xây dựng công trình đặc biệt

Mã số: 9580206

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

HÀ NỘI – 2025

Công trình được hoàn thành tại: Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải

Người hướng dẫn khoa học:

1. PGS. TS. Nguyễn Thị Phương

2. TS. Trần Ngọc Hưng

Phản biện:

Phản biện:

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng cấp Trường chấm luận án tiến sĩ
hợp tại Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải
vào hồi ... giờ ... ngày ... tháng ... năm ...

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam
- Thư viện Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải

MỞ ĐẦU

FG-GPLRC là vật liệu tiên tiến, kết hợp ưu điểm của vật liệu cơ tính biến thiên (FGM) và composite gia cường graphene. Vật liệu này có thể được điều chỉnh thành phần và cấu trúc theo hướng cụ thể, nhằm tạo ra các đặc tính khác nhau theo các hướng khác nhau. Trong lĩnh vực công trình, các kết cấu sử dụng vật liệu FG-GPLRC mang đến nhiều ưu điểm vượt trội, đặc biệt trong các công trình có khả năng chịu nhiệt độ cao, khả năng chịu tải động và môi trường khắc nghiệt. Nghiên cứu về động lực học phi tuyến của kết cấu FG-GPLRC còn nhiều hạn chế. Các công trình trước đây chủ yếu tập trung vào ổn định tĩnh và dao động tự do phi tuyến của tấm và vỏ FG-GPLRC. Các bài toán phức tạp hơn như dao động cưỡng bức và ổn định động phi tuyến vẫn chưa nghiên cứu đầy đủ. Xuất phát từ những lý do trên đây, đề tài luận án này nghiên cứu “*Nghiên cứu động lực học phi tuyến của cấu kiện kết cấu công trình dạng tấm và vỏ làm bằng vật liệu composite gia cường graphene*”.

Mục tiêu nghiên cứu của luận án

1. Xây dựng các phương trình cơ bản và phương pháp giải dựa trên cách tiếp cận giải tích cho bài toán động lực học phi tuyến của các kết cấu panel, tấm tròn, và vỏ cầu thoải.
2. Phát triển kỹ thuật san đều tác dụng sườn cải tiến của Lekhnitskii, áp dụng cho sườn làm bằng FG-GPLRC trong khuôn khổ lý thuyết biến dạng trượt bậc ba (TSDT), có xét đến các thành phần ứng suất nhiệt trong sườn.
3. Xây dựng các phương trình chủ đạo và phương pháp bán giải tích để tìm tải tới hạn động cho các kết cấu đã nêu ở mục tiêu 1 ở trên.
4. Thực hiện các khảo sát số để đánh giá các ảnh hưởng của vật liệu, các đặc trưng hình học, ... đến đáp ứng động phi tuyến của tấm, vỏ.

Đối tượng, phạm vi nghiên cứu của luận án

Đối tượng nghiên cứu: Các kết cấu tấm và vỏ phổ biến trong kết cấu công trình như: Panel, tấm tròn và vỏ cầu thoải.

Phạm vi nghiên cứu: bài toán động lực học phi tuyến.

Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu lý thuyết dựa trên tiếp cận giải tích.

Bố cục của luận án

Bao gồm mở đầu, 4 chương, kết luận, danh mục các công trình khoa học của tác giả và tài liệu tham khảo.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Vật liệu Nanocomposite và các ứng dụng trong xây dựng công trình

1.1.2. *Vật liệu nanocomposite gia cường graphene cơ tính biến thiên*

Graphene là vật liệu hai chiều với tính chất vượt trội, được ứng dụng rộng rãi trong composite để tăng độ bền, dẫn nhiệt, chống mài mòn và giảm trọng lượng. Khi kết hợp với polymer, gốm hoặc kim loại, graphene cải thiện rõ rệt tính cơ học, phù hợp cho ngành hàng không, điện tử, năng lượng. Tuy nhiên, vẫn còn thách thức về phân tán và liên kết với nền vật liệu. Các composite như gốm-graphene hay FGM gia cường graphene có tiềm năng lớn trong môi trường khắc nghiệt. Nghiên cứu hiện nay tập trung tối ưu công nghệ để nâng cao hiệu quả sử dụng.

1.1.3. *Quy luật phân bố và các đặc trưng cơ tính của vật liệu FG-GPLRC*

Khi các mảnh graphene (GPL) được phân bố ngẫu nhiên trong nền polymer, vật liệu thu được có thể trở thành đẳng hướng. Nếu tỷ lệ phân bố GPL thay đổi theo chiều dày, sẽ hình thành loại vật liệu dị hướng gọi là FG-GPLRC. Vật liệu này nổi bật nhờ sự phân bố không đồng nhất, kích thước GPL lớn và tương tác pha phức tạp, làm cho tính chất cơ học thay đổi liên tục theo chiều dày. Do đó, các mô hình truyền thống khó dự đoán chính xác mô đun đàn hồi. Hiện nay, hai mô hình phổ biến để xác định đặc tính cơ nhiệt hiệu dụng của FG-GPLRC là mô hình Halpin-Tsai và quy tắc hỗn hợp, giúp hỗ trợ hiệu quả trong phân tích và thiết kế kết cấu làm việc trong điều kiện khắc nghiệt.

1.1.4. *Ứng dụng vật liệu Nanocomposite trong xây dựng*

Vật liệu nanocomposite ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong xây dựng nhờ khả năng tăng độ bền, giảm trọng lượng, chống nứt, chịu nhiệt và thân thiện môi trường. Các hạt nano như TiO_2 , CNT, nanosilica giúp cải thiện độ cứng, khả năng chịu lực, tự làm sạch, giảm ô nhiễm và kéo dài tuổi thọ công trình. Nanosilica hạn chế co ngót, CNT tăng khả năng dẫn điện, dẫn nhiệt. Ngoài ra, vật liệu còn hỗ trợ điều chỉnh nhiệt độ, màu sắc theo môi trường, tiết kiệm năng lượng và nâng cao tiện nghi.

1.2. Các nghiên cứu về dao động và ổn định phi tuyến của tấm và vỏ FGM và FG-GPLRC

1.2.1. Kết cấu tấm và vỏ FGM

Nhiều tác giả quốc tế đã nghiên cứu đến tấm và vỏ FGM như Shariat và các cộng sự [135, 136], Norouzi và Alibeigloo [118], Shen và Wang [140], Kiani và Eslami [81], Kumar và các cộng sự [88], Mirzaei và Seyedi [106], Liew và các cộng sự [92], các nhóm tác giả Việt Nam [35, 45, 96, 100, 104, 127, 154].

1.2.2. Kết cấu tấm và vỏ FGM có sườn tăng cứng

GS.TSKH. Đào Huy Bích và các cộng sự [22], Kim và các cộng sự [83], Rajawat và các cộng sự [131].

1.2.3. Kết cấu tấm và vỏ FG-GPLRC

Các tác giả quốc tế đã phân tích các kết cấu tấm và vỏ FG-GPLRC như Song và các cộng sự [146], Gholami và Ansari [55], Chen và các cộng sự [33], Tao và Dai [148], Alibeigloo [10], Zhang và các cộng sự [181], Wang và Kiani [167], Qaderi và các cộng sự [134], Kiani và Żur [81], Pashmforoush [122], Wang và Yao [169], Tofangsoz và các cộng sự [150], Niu và các cộng sự [115, 117], Zhou và các cộng sự [184], Twinkle và Pitchaimani [156, 157], Karimiasl và Alibeigloo [78], Haboussi và các cộng sự [60], các nhóm tác giả Việt Nam [13, 34, 38, 39, 99, 125, 153, 162, 163].

1.2.4. Kết cấu Auxetic và áp điện

Các công trình nghiên cứu tiêu biểu về kết cấu Auxetic và áp điện trong và ngoài nước: Vũ Đình Quang và các cộng sự [129], Karimiasl và Alibeigloo [77], Sobhy [143], Behravanrad và Jafari [20], Phạm Tấn Hùng và các cộng sự [67], Đỗ Ngọc Tú và Phạm Quốc Hòa [37].

1.3. Tiềm năng ứng dụng của các kết cấu dạng tấm vỏ FG-GPLRC trong các kết cấu công trình

Nhờ những ưu điểm vượt trội của vật liệu FG-CNTRC so với kim loại và composite truyền thống, loại vật liệu này cho thấy tiềm năng ứng dụng rộng rãi trong nhiều loại cấu kiện xây dựng, đặc biệt là trong các công trình yêu cầu cao về khả năng chịu lực, độ bền và độ tin cậy. Một số lĩnh vực ứng dụng đáng chú ý bao gồm: mái vòm, mái nhà thi đấu, nhà xưởng

công nghiệp và các cấu trúc đặc biệt khác đòi hỏi hiệu suất cơ học cao và khả năng làm việc ổn định trong điều kiện khắc nghiệt.

1.4. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế

1- Đã phân tích tương đối toàn diện về ổn định tĩnh tuyến tính và phi tuyến các kết cấu tấm và vỏ FG-GPLRC chịu tải trọng cơ, nhiệt, cơ-nhiệt kết hợp hoặc trên nền đàn hồi bằng các phương pháp giải khác nhau, dựa trên các lý thuyết tấm vỏ khác nhau.

2- Các bài toán ổn định động và dao động tuyến tính và phi tuyến của một số kết cấu FG-GPLRC chịu các điều kiện tải trọng khác nhau, theo các phương pháp khác nhau, có và không có nền đàn hồi cũng đã được đề cập.

3- Các biện pháp tăng cứng như sườn tăng cứng xiên và lõi Auxetic vẫn còn chưa được tập trung nghiên cứu. Các loại panel với độ cong phức tạp như panel hình sin, panel parabol FG-GPLRC cũng chưa được nghiên cứu.

1.5. Kết luận chương 1 và những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu

1-Thiết lập kỹ thuật san tác dụng sườn cải tiến cho sườn FG-GPLRC, đặc biệt là sườn xiên FG-GPLRC cần được quan tâm phát triển.

2-Nghiên cứu về ổn định và động lực phi tuyến của kết cấu panel FG-GPLRC có độ cong phức tạp, có sườn tăng cứng FG-GPLRC trong môi trường nhiệt.

3-Nghiên cứu về ổn định và động lực phi tuyến của kết cấu panel FG-GPLRC có độ cong phức tạp, có lõi Auxetic trong môi trường nhiệt.

4-Nghiên cứu về ổn định và động lực phi tuyến của kết cấu chòm cầu thoải và tấm tròn FG-GPLRC chịu tải cơ, nhiệt theo TSDT.

CHƯƠNG 2. ĐỘNG LỰC HỌC PHI TUYẾN CỦA PANEL FG-GPLRC CÓ ĐỘ CONG PHỨC TẠP VÀ SƯỜN TĂNG CỨNG XIÊN FG-GPLRC

Một phương pháp bán giải tích cho các bài toán dao động và ổn định động phi tuyến của panel trụ, panel hình sin và panel parabol với các sườn tăng cứng trực giao hoặc xiên đã được trình bày trong chương này. Kỹ thuật san đều tác dụng sườn của Lekhnitskii [90] cải tiến và phương pháp

năng lượng được áp dụng để phân tích ứng xử dao động và ổn định động phi tuyến của kết cấu.

2.1. Mô hình của ba loại panel FG-GPLRC có sườn tăng cứng FG-GPLRC trực giao hoặc xiên

Xét các panel trụ, panel parabol và panel hình sin có sườn nằm trên nền đàn hồi phi tuyến, chịu áp lực ngoài và tải trọng nén dọc trục như trong Hình 2.1. Bán kính hình học của panel parabol và panel hình sin theo hướng cong có thể dễ dàng thu được từ biểu thức (2.1), như sau

$$R_p = \frac{[b^4 + 16H_1^2(b-2y)^2]^{3/2}}{8b^4H_1}, \quad R_s = \frac{[H_1^2\pi^2 \cos^2(y\pi/b) + b^2]^{3/2}}{bH_1\pi^2 \sin(y\pi/b)}. \quad (2.2)$$

Panel và các sườn tăng cứng được làm bằng FG-GPLRC theo năm dạng quy luật phân bố GPL như sau:

- Dạng phân bố D_{UU} (panel D_U có sườn tăng cứng D_U)

+ Đối với panel: $W_{GPL} = W_{GPL}^*$. (2.3a)

+ Đối với sườn tăng cứng: $W_{GPL} = W_{GPL}^*$. (2.3b)

- Dạng phân bố D_{XX} (panel D_X có sườn tăng cứng D_X)

+ Đối với panel: $W_{GPL} = 4|Z|W_{GPL}^*/h$. (2.4a)

+ Đối với sườn tăng cứng: $W_{GPL} = \left[|(2h-4Z)/h_s + 2| \right] W_{GPL}^*$. (2.4b)

- Dạng phân bố D_{OO} (panel D_O có sườn tăng cứng D_O)

+ Đối với panel: $W_{GPL} = (2-4|Z|/h)W_{GPL}^*$. (2.5a)

+ Đối với sườn tăng cứng: $W_{GPL} = \left[2 - |(4Z-2h)/h_s - 2| \right] W_{GPL}^*$. (2.5b)

- Dạng phân bố D_{VA} (panel D_V có sườn tăng cứng D_A)

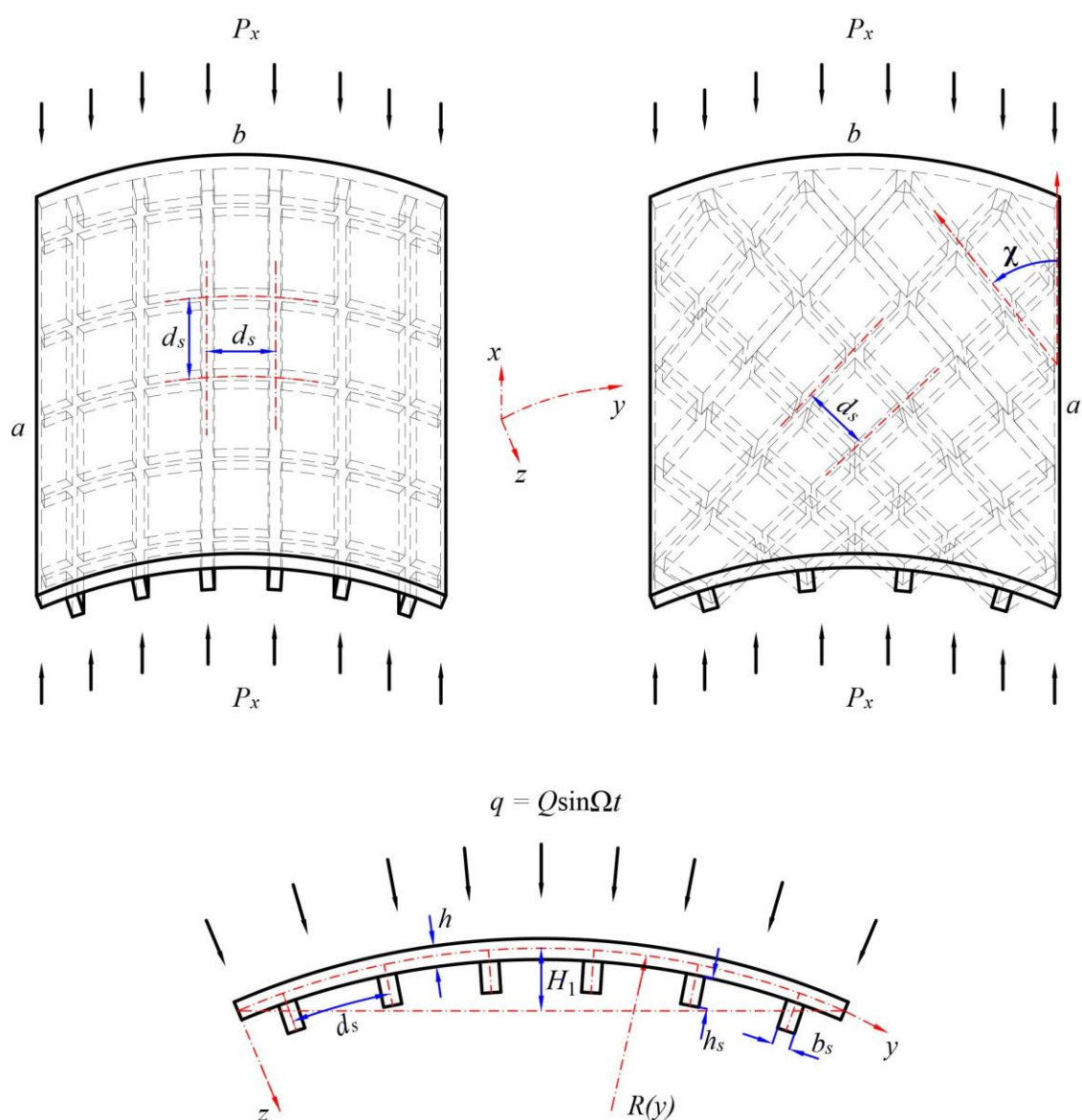
+ Đối với panel: $W_{GPL} = (1-2Z/h)W_{GPL}^*$. (2.6a)

+ Đối với sườn tăng cứng: $W_{GPL} = \left[(2Z-h)/h_s \right] W_{GPL}^*$. (2.6b)

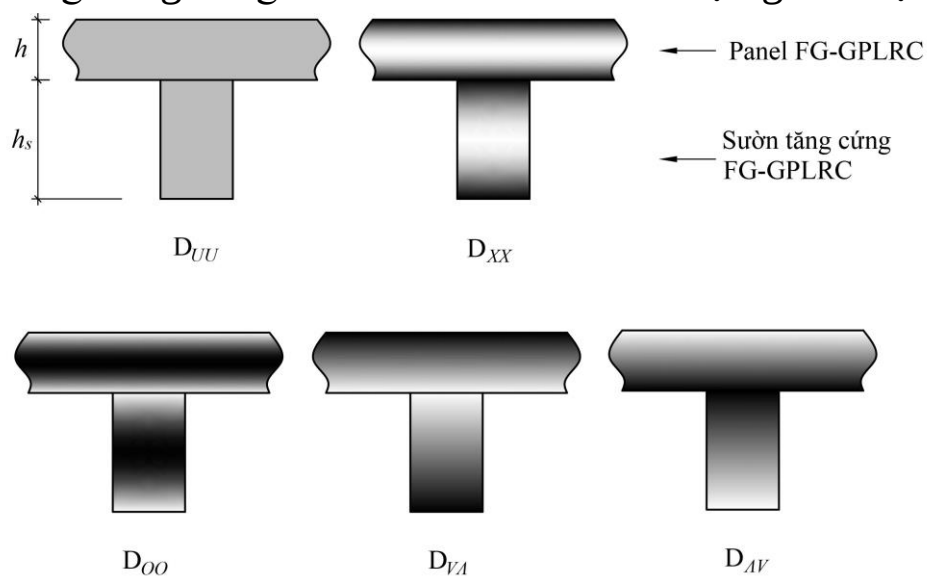
- Dạng phân bố D_{AV} (panel D_A có sườn tăng cứng D_V)

+ Đối với panel: $W_{GPL} = (1+2Z/h)W_{GPL}^*$. (2.7a)

+ Đối với sườn tăng cứng: $W_{GPL} = \left[2 + (h-2Z)/h_s \right] W_{GPL}^*$. (2.7b)



Hình 2.1. Thông số hình học và hệ tọa độ của ba loại panel FG-GPLRC được tăng cứng bằng các sườn FG-GPLRC trực giao hoặc xiên



Hình 2.2. Quy luật phân bố GPL của panel và sườn tăng cứng

Trong đó, tổng tỷ phần khối lượng của GPL được ký hiệu W_{GPL}^* và z được xác định trong miền $-h/2 \leq z \leq h/2$ đối với các panel và $h/2 \leq z \leq h/2 + h_s$ đối với các sườn tăng cứng (xem Hình 2.2).

2.2. Các công thức cơ bản

Các biểu thức nội lực, mômen và mômen bậc ba được suy ra như sau

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & C_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & E_{11} & E_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & E_{66} \\ C_{11} & C_{12} & 0 & E_{11} & E_{12} & 0 & F_{11} & F_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & E_{12} & E_{22} & 0 & F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & E_{66} & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{[0]} \\ \varepsilon_y^{[0]} \\ \gamma_{xy}^{[0]} \\ \varepsilon_x^{[1]} \\ \varepsilon_y^{[1]} \\ \gamma_{xy}^{[1]} \\ \varepsilon_x^{[3]} \\ \varepsilon_y^{[3]} \\ \gamma_{xy}^{[3]} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Phi_{1x} \\ \Phi_{1y} \\ 0 \\ \Phi_{2x} \\ \Phi_{2y} \\ 0 \\ \Phi_{4x} \\ \Phi_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.14)$$

Lực cắt Q_x, Q_y và lực cắt bậc ba S_x, S_y được biểu thị là

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ S_x \\ S_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{44} & 0 & H_{44} & 0 \\ 0 & G_{55} & 0 & H_{55} \\ H_{44} & 0 & L_{44} & 0 \\ 0 & H_{55} & 0 & L_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^{[0]} \\ \gamma_{yz}^{[0]} \\ \gamma_{xz}^{[2]} \\ \gamma_{yz}^{[2]} \end{Bmatrix}. \quad (2.15)$$

Phương trình tương thích biến dạng phi tuyến (2.21) có thể được thiết lập lại khi xem xét các phương trình (2.22) và (2.14), như sau

$$\begin{aligned} \Xi \equiv & A_{22}^* f_{,xxxx} + (A_{66}^* + 2A_{12}^*) f_{,xxyy} + A_{11}^* f_{,yyyy} + (B_{21}^* - \lambda C_{21}^*) \phi_{,xxx} \\ & + (\lambda C_{66}^* - \lambda C_{11}^* + B_{11}^* - B_{66}^*) \phi_{,xxyy} + (\lambda C_{66}^* - \lambda C_{22}^* + B_{22}^* - B_{66}^*) \phi_{,yyxx} \\ & + (B_{12}^* - \lambda C_{12}^*) \phi_{,yyyy} - \lambda C_{21}^* w_{,xxxx} - \lambda (C_{11}^* + C_{22}^* - 2C_{66}^*) w_{,xxyy} + \frac{w_{,xx}}{R(y)} \\ & - \lambda C_{12}^* w_{,yyyy} - w_{,xy}^2 + w_{,xx} w_{,yy} + w_{,xx} w_{,yy}^* - 2w_{,xy} w_{,xy}^* + w_{,xx}^* w_{,yy} = 0, \end{aligned} \quad (2.23)$$

2.3. Điều kiện biên, dạng nghiệm, xấp xỉ hàm ứng suất và phương trình Euler – Lagrange

Để thỏa mãn điều kiện biên tựa đơn tại 4 cạnh, các dạng nghiệm của độ võng, góc quay và độ võng không hoàn hảo của panel được chọn là

$$\begin{aligned} w &= W(t) \sin \alpha x \sin \beta y, \quad w^* = \xi h \sin \alpha x \sin \beta y, \\ \phi_x &= \Phi_x(t) \cos \alpha x \sin \beta y, \quad \phi_y = \Phi_y(t) \sin \alpha x \cos \beta y, \end{aligned} \quad (2.27)$$

Phương trình tương thích biến dạng phi tuyến (2.23) có chứa hàm phức tạp về độ cong của panel hình sin và panel parabol không thể xác định chính xác. Dạng hàm ứng suất trong luận án này được lựa chọn có dạng tương tự panel trụ như sau

$$f = f_1 \cos 2\alpha x + f_2 \cos 2\beta y + f_3 \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{0y} x^2 + \frac{1}{2} N_{0x} y^2. \quad (2.28)$$

Thế các nghiệm xấp xỉ (2.27) và hàm ứng suất (2.28) vào biểu thức (2.23), sau đó áp dụng phương pháp Galerkin

$$\int_0^b \int_0^a \Xi \cos 2\alpha x \, dx dy = 0, \int_0^b \int_0^a \Xi \cos 2\beta y \, dx dy = 0, \int_0^b \int_0^a \Xi \sin \alpha x \sin \beta y \, dx dy = 0. \quad (2.29)$$

Để nhận được các phương trình chuyển động của panel, hàm Lagrange được sử dụng có dạng như sau

$$\bar{U}_{Total} = \bar{U}_t - \bar{U}_{in} + \bar{U}_{ext}. \quad (2.33)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của panel được xác định, là

$$\bar{U}_{in} = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \left[\sigma_{xy} \gamma_{xy} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} + \sigma_{yz} \gamma_{yz} + \sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y - \alpha_{GPLRC} \Delta T (\sigma_x + \sigma_y) \right] dx dy dz. \quad (2.34)$$

Công do tải trọng ngoài tác dụng lên panel được viết như sau

$$\begin{aligned} \bar{U}_{ext} &= \int_0^b \int_0^a q w dx dy - \int_0^b \int_0^a \left\{ \frac{1}{2} w \left[K_1 w - K_2 (w_{,xx} + w_{,yy}) + \frac{K_3 w^3}{2} \right] \right\} dx dy \\ &\quad + N_{0x} \int_0^b \int_0^a \left(\epsilon_{0x} - \frac{1}{2} w_{,x}^2 - w_{,x} w_{,x}^* \right) dx dy. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Động năng của panel được xác định như sau

$$\bar{U}_t = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \rho_{GPLRC} \bar{w}_{,t}^2 dx dy dz = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \rho_{GPLRC} (w_{,t} + w_{,t}^*)^2 dx dy dz. \quad (2.36)$$

Bằng cách sử dụng hàm tiêu tán Rayleigh, ta thu được hàm thế năng cản như sau [147]:

$$d = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a c w^2 dx dy, \quad (2.37)$$

Kết hợp hàm tiêu tán Rayleigh với phương trình Euler-Lagrange, các phương trình chuyển động của panel nhận được là

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial \dot{W}} \right) - \frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial W} + \frac{\partial d}{\partial \dot{W}} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial \dot{\Phi}_x} \right) - \frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial \Phi_x} &= 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial \dot{\Phi}_y} \right) - \frac{\partial \bar{U}_{Total}}{\partial \Phi_y} = 0, \end{aligned} \quad (2.38)$$

dẫn tới

$$\begin{aligned} J_{11} W + J_{12} \Phi_x + J_{13} \Phi_y + J_{14} \Phi_x (W + \xi h) + J_{15} \Phi_y (W + \xi h) - J_{113} \\ + J_{16} W (W + 4/3 \xi h) + J_{17} W (W + 2 \xi h) (W + \xi h) + J_{18} N_{0x} - J_{112} q \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$+ J_{110} N_{0y} + J_{19} N_{0x} (W + \xi h) + J_{111} K_3 W^3 + J_{115} \ddot{W} + J_{116} c \dot{W} = 0,$$

$$\begin{aligned} J_{12} W + J_{22} \Phi_x + J_{23} \Phi_y + J_{24} W (W + 2 \xi h) \\ + J_{25} N_{0x} + J_{26} N_{0y} - J_{27} = 0, \end{aligned} \quad (2.40)$$

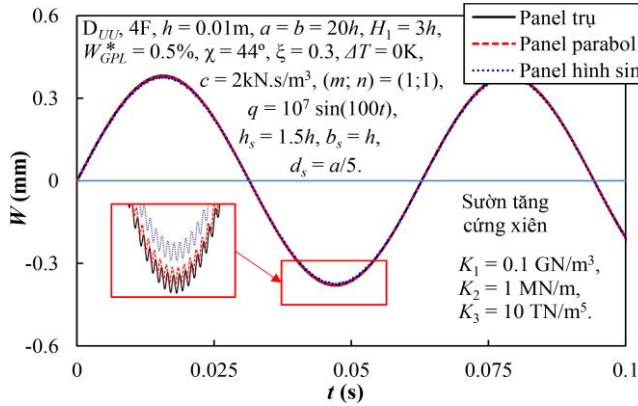
$$\begin{aligned} J_{13} W + J_{23} \Phi_x + J_{33} \Phi_y + J_{34} W (W + 2 \xi h) \\ + J_{35} N_{0x} + J_{36} N_{0y} - J_{37} = 0, \end{aligned} \quad (2.41)$$

Phương trình chuyển động của panel nhận được

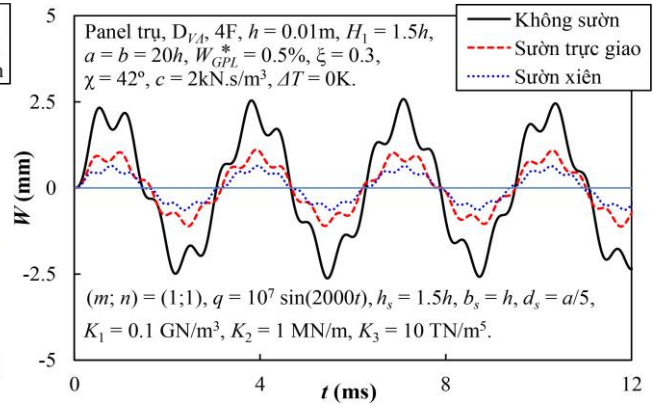
$$\begin{aligned} (\varsigma_1 T_{11} + \varsigma_2 T_{21} + \varsigma_3 T_{41}) W + (\varsigma_1 T_{12} + \varsigma_2 T_{22} + \varsigma_3 T_{42}) (\xi h + W) \\ + (\varsigma_1 T_{13} + \varsigma_2 T_{23} + \varsigma_3 T_{43}) W (\xi h + W) + (\varsigma_1 T_{14} + \varsigma_2 T_{24} + \varsigma_3 T_{44}) W (2 \xi h + W) \\ + (\varsigma_1 T_{15} + \varsigma_2 T_{25} + \varsigma_3 T_{45}) W (2 \xi h + W) (W + \xi h) - (\varsigma_1 T_{16} + \varsigma_2 T_{26}) P_x h \\ - (\varsigma_1 T_{17} + \varsigma_2 T_{27}) P_x h (W + \xi h) + (\varsigma_1 T_{110} + \varsigma_2 T_{28} + \varsigma_3 T_{46}) + J_{16} W (W + 4 \xi h / 3) \\ + J_{111} W^3 K_3 - J_{112} q + J_{115} \ddot{W} + J_{116} c \dot{W} = 0, \end{aligned} \quad (2.42)$$

Phương trình (2.42) được giải bằng cách sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc bốn để thu được đáp ứng động của panel. Tải tới hạn động được xác định bằng tiêu chuẩn Budiansky-Roth.

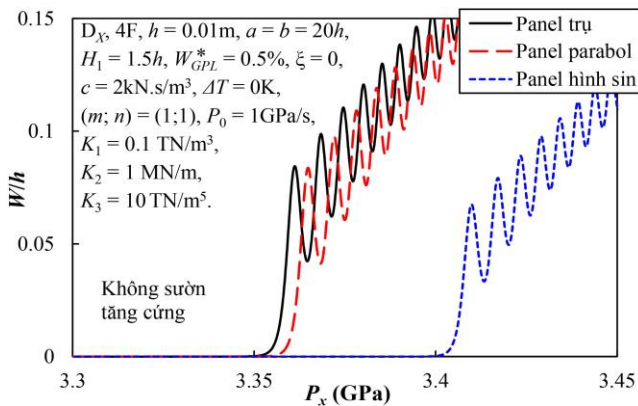
2.4. Kết quả số và thảo luận



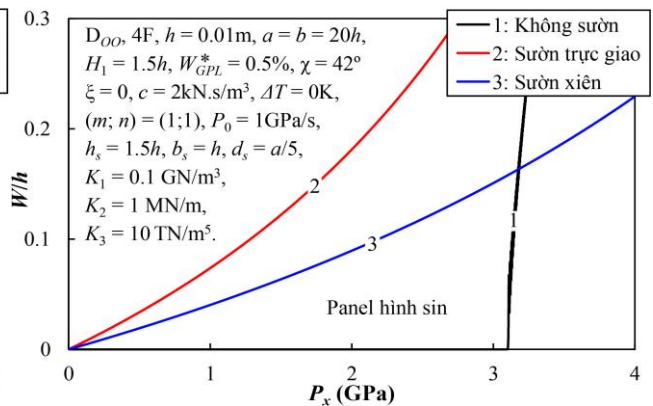
Hình 2.7. Ảnh hưởng của các loại panel đến đường cong thời gian - độ võng



Hình 2.8. Ảnh hưởng của các loại sườn đến đường cong thời gian - độ võng



Hình 2.17. Ảnh hưởng của các loại panel đến đường cong sau mất ổn định động



Hình 2.21. Ảnh hưởng của các sườn tăng cứng đến đường cong sau mất ổn định động

2.5. Kết luận Chương 2

Từ các ví dụ số, đã nhận được một số nhận xét đáng chú ý như sau:

- So với panel không có sườn, panel có sườn tăng cứng cho biên độ dao động nhỏ hơn đáng kể; trong đó, sườn xiên hiệu quả hơn sườn trực giao về mặt biên độ dao động và khả năng chịu tải tới hạn cao hơn.
- Tần số dao động riêng của panel có sườn xiên tăng từ 38.31% đến 47%, cao hơn đáng kể so với panel không có sườn; trong khi đó, panel có sườn trực giao chỉ tăng 5.08% đến 13.43%.

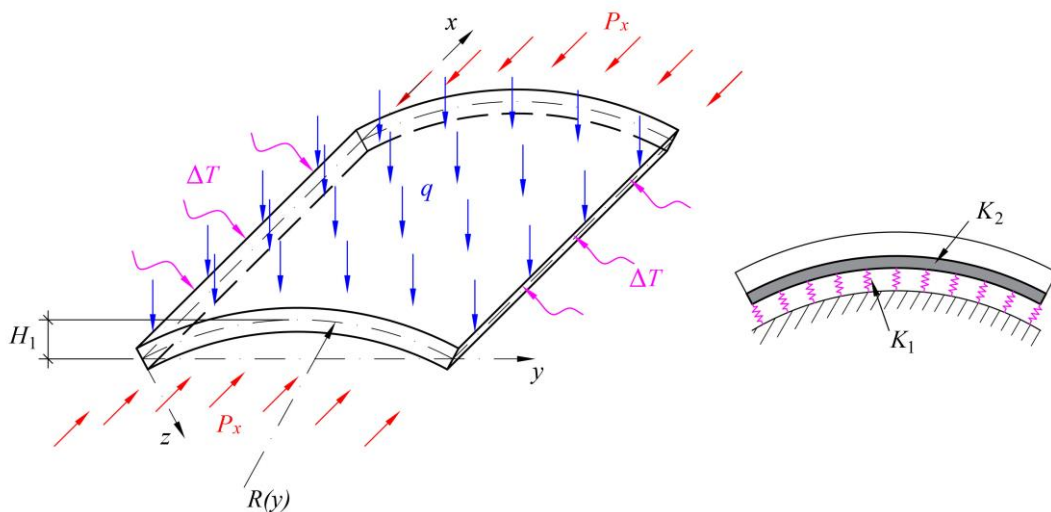
- Chỉ trong trường hợp panel không có sườn tăng cứng và vật liệu phân bố đối xứng trục mới có thể quan sát được hiện tượng mất ổn định động.

CHƯƠNG 3: ĐỘNG LỰC HỌC PHI TUYẾN CỦA PANEL LỖI AUXETIC FG-GPLRC VÀ FG-GPLRC RỖNG VỚI ĐỘ CONG PHỨC TẠP

Tiếp nối nội dung của chương 2, chương này tiếp tục phân tích độ cong phức tạp của cấu kiện dạng panel, đồng thời xem xét ảnh hưởng của tải nhiệt đều ΔT .

3.1. Mô hình kết cấu

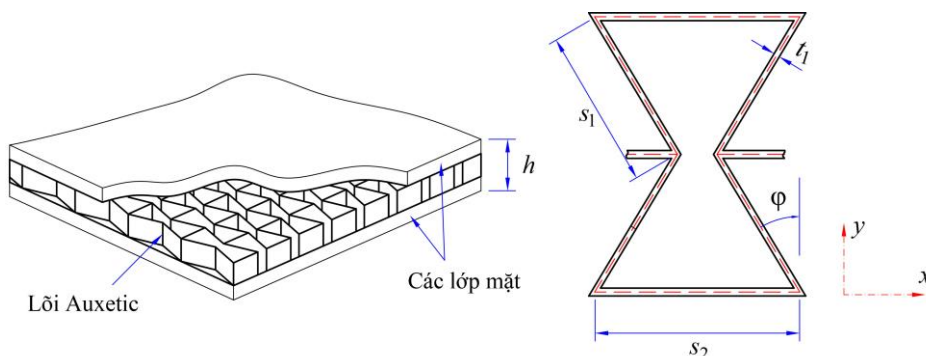
Trong chương này, các kết cấu panel trụ, panel parabol và panel hình sin được đặt trên nền hồi tuyến tính và được phân tích với ba dạng tải trọng (Hình 3.1).



Hình 3.1. Các thông số hình học và hệ tọa độ của panel trụ, panel parabol và panel hình sin

3.2. Mô hình vật liệu

3.2.1. Lỗ Auxetic



Hình 3.2. Thông số hình học của lỗ Auxetic

Trong chương này, lõi Auxetic được thiết kế với các thông số hình học như trên Hình 3.2. Các mô đun đàn hồi trục hướng, mô đun trượt, hệ số Poisson trục hướng, hệ số giãn nở nhiệt và khối lượng riêng của lõi Auxetic được ước tính bằng cách áp dụng kỹ thuật đồng nhất cho kết cấu Auxetic, như sau [186]

$$E_{11}^{AU} = E_{tx} \frac{\iota_2^3 (\iota_1 - \sin \varphi)}{\cos^3 \varphi \left[1 + (\tan^2 \varphi + \iota_1 \sec^2 \varphi) \iota_2^2 \right]}, \quad (3.1)$$

$$E_{22}^{AU} = E_{tx} \frac{\iota_2^3}{\cos \varphi (\iota_1 - \sin \varphi) (\tan^2 \varphi + \iota_2^2)}, \quad (3.2)$$

$$G_{12}^{AU} = E_{tx} \frac{\iota_2^3}{\iota_1 (1 + 2\iota_1) \cos \varphi}, \quad (3.3)$$

$$G_{23}^{AU} = E_{tx} \frac{\iota_2 \cos \varphi}{2(1 + \nu_{tx})(\iota_1 - \sin \varphi)}, \quad (3.4)$$

$$G_{13}^{AU} = E_{tx} \frac{\iota_2}{4(1 + \nu_{tx}) \cos \varphi} \left[\frac{\iota_1 - \sin \varphi}{1 + 2\iota_1} + \frac{\iota_1 + 2 \sin^2 \varphi}{2(\iota_1 - \sin \varphi)} \right], \quad (3.5)$$

$$\nu_{12}^{AU} = - \frac{\sin \varphi (1 - \iota_2^2) (\iota_1 - \sin \varphi)}{\left[1 + (\iota_1 \sec^2 \varphi + \tan^2 \varphi) \iota_2^2 \right] \cos^2 \varphi}, \quad (3.6)$$

$$\nu_{21}^{AU} = - \frac{\sin \varphi (1 - \iota_2^2)}{(\tan^2 \varphi + \iota_2^2) (\iota_1 - \sin \varphi)}, \quad (3.7)$$

$$\rho_{AU} = \rho_{tx} \frac{\iota_2 (\iota_1 + 2)}{2 \cos \varphi (\iota_1 - \sin \varphi)}, \quad (3.8)$$

$$\alpha_{AU} = \alpha_{tx}, \quad (3.9)$$

3.2.2. Lớp mặt áp điện và lớp FG-GPLRC (mô hình vật liệu 1)

Lớp vật liệu áp điện được chế tạo từ gốm PZT-5A và hai lớp FG-GPLRC được bố trí xa khỏi mặt trung bình của kết cấu, dẫn đến sự thay đổi trong các hàm quy luật phân bố của GPL (xem Hình 3.3) như sau:

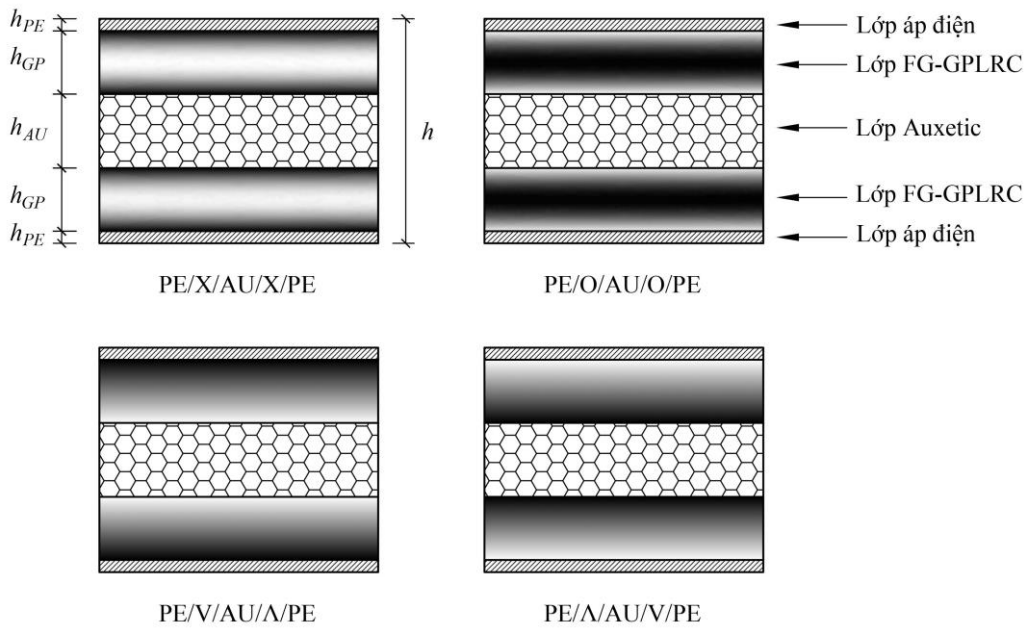
– Lớp FG-GPLRC trên $\left(\frac{-h}{2} + h_{PE} \leq z \leq \frac{-h_{AU}}{2} \right)$.

$$+ \text{Dạng X: } W_{GPL} = \left(\left| \frac{8z - 4h_{PE} + 2h + 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right| \right) W_{GPL}^* \quad (3.10a)$$

$$+ \text{Dạng O: } W_{GPL} = \left(2 - \left| \frac{8z - 4h_{PE} + 2h + 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right| \right) W_{GPL}^* \quad (3.10b)$$

$$+ \text{Dạng V: } W_{GPL} = \left(\frac{-4z - 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right) W_{GPL}^* \quad (3.10c)$$

$$+ \text{Dạng } \Lambda: W_{GPL} = \left(\frac{4z + 2h - 4h_{PE}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right) W_{GPL}^* \quad (3.10d)$$



Hình 3.3. Thông số hình học và tính chất vật liệu của lớp áp điện và lớp FG-GPLRC

$$- \text{Lớp FG-GPLRC dưới } \left(\frac{h_{AU}}{2} \leq z \leq -h_{PE} + \frac{h}{2} \right).$$

$$+ \text{Dạng X: } W_{GPL} = \left(\left| \frac{8z + 4h_{PE} - 2h - 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right| \right) W_{GPL}^* \quad (3.11a)$$

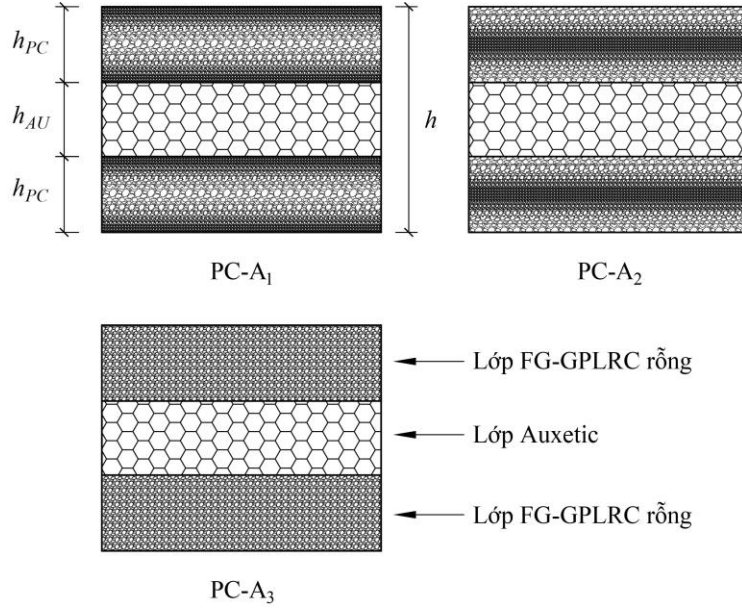
$$+ \text{Dạng O: } W_{GPL} = \left(2 - \left| \frac{8z + 4h_{PE} - 2h - 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right| \right) W_{GPL}^* \quad (3.11b)$$

$$+ \text{Dạng V: } W_{GPL} = \left(\frac{-4z + 2h - 4h_{PE}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right) W_{GPL}^* \quad (3.11c)$$

$$+ \text{Dạng } \Lambda: W_{GPL} = \left(\frac{4z - 2h_{AU}}{h - h_{AU} - 2h_{PE}} \right) W_{GPL}^*. \quad (3.11d)$$

3.2.3. Lớp mặt FG-GPLRC rỗng (mô hình vật liệu 2)

Trong phần này, ba dạng phân bố lỗ rỗng theo chiều dày của lớp mặt được xem xét, bao gồm PC-A₁, PC-A₂ và PC-A₃ (xem hình 3.4). Các tính chất hiệu dụng của FG-GPLRC rỗng được thể hiện qua các biểu thức sau



Hình 3.4. Thông số hình học và các quy luật phân bố lỗ rỗng của lớp mặt FG-GPLRC rỗng

– Lớp mặt trên ($-h/2 \leq z \leq -h_{AU}/2$)

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \left[1 - \bar{e}_{1t} \cos \left(\frac{4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right], \quad \text{PC-A}_1 \quad (3.12a)$$

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \left\{ 1 - \bar{e}_{2t} \left[1 - \cos \left(\frac{4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right] \right\}, \quad \text{PC-A}_2 \quad (3.12b)$$

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \bar{e}_{3t}, \quad \text{PC-A}_3 \quad (3.12c)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} \left[1 - e_{1t} \cos \left(\frac{4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right], \quad \text{PC-A}_1 \quad (3.13a)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} \left\{ 1 - e_{2t} \left[1 - \cos \left(\frac{4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right] \right\}, \quad \text{PC-A}_2 \quad (3.13b)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} e_{3t}, \quad \text{PC-A}_3 \quad (3.13c)$$

$$\mathbf{v}_{PC} = \mathbf{v}_{GPLRC}, \quad \alpha_{PC} = \alpha_{GPLRC}. \quad (3.14)$$

– Lớp mặt dưới ($h_{AU}/2 \leq z \leq h/2$)

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \left[1 - \bar{e}_{1b} \cos \left(\frac{-4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right], \quad \text{PC-A}_1 \quad (3.15a)$$

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \left\{ 1 - \bar{e}_{2b} \left[1 - \cos \left(\frac{-4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right] \right\}, \quad \text{PC-A}_2 \quad (3.15b)$$

$$\rho_{PC} = \rho_{GPLRC} \bar{e}_{3b}, \quad \text{PC-A}_3 \quad (3.15c)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} \left[1 - e_{1b} \cos \left(\frac{-4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right], \quad \text{PC-A}_1 \quad (3.16a)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} \left\{ 1 - e_{2b} \left[1 - \cos \left(\frac{-4z\pi + \pi h + \pi h_{AU}}{2h_{AU} - 2h} \right) \right] \right\}, \quad \text{PC-A}_2 \quad (3.16b)$$

$$E_{PC} = E_{GPLRC} e_{3b}, \quad \text{PC-A}_3 \quad (3.16c)$$

$$\mathbf{v}_{PC} = \mathbf{v}_{GPLRC}, \quad \alpha_{PC} = \alpha_{GPLRC}, \quad (3.17)$$

3.3. Các công thức cơ bản

Các biểu thức lực giãn, mô men và mômen bậc ba được suy ra

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{A}_{12} & \hat{A}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{A}_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} & 0 & \hat{E}_{11} & \hat{E}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{D}_{12} & \hat{D}_{22} & 0 & \hat{E}_{12} & \hat{E}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{D}_{66} & 0 & 0 & \hat{E}_{66} \\ 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{11} & \hat{E}_{12} & 0 & \hat{F}_{11} & \hat{F}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{12} & \hat{E}_{22} & 0 & \hat{F}_{12} & \hat{F}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{66} & 0 & 0 & \hat{F}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{[0]} \\ \varepsilon_y^{[0]} \\ \gamma_{xy}^{[0]} \\ \varepsilon_x^{[1]} \\ \varepsilon_y^{[1]} \\ \gamma_{xy}^{[1]} \\ \varepsilon_x^{[3]} \\ \varepsilon_y^{[3]} \\ \gamma_{xy}^{[3]} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Phi_{1x}^T \Delta T + \Phi_{1x}^{PE} V_0 \\ \Phi_{1y}^T \Delta T + \Phi_{1y}^{PE} V_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ S_x \\ S_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{G}_{44} & 0 & \hat{H}_{44} & 0 \\ 0 & \hat{G}_{55} & 0 & \hat{H}_{55} \\ \hat{H}_{44} & 0 & \hat{L}_{44} & 0 \\ 0 & \hat{H}_{55} & 0 & \hat{L}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{xz}^{[0]} \\ \gamma_{yz}^{[0]} \\ \gamma_{xz}^{[2]} \\ \gamma_{yz}^{[2]} \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

3.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Trong chương 3, các nghiệm xấp xỉ cho độ võng, góc xoay, và độ không hoàn hảo của ba loại panel được biểu diễn theo phương trình (2.27). Các điều kiện biên của panel được trình bày trong các phương trình (2.24-2.26), và bổ sung thêm điều kiện là tất cả bốn cạnh đều là tựa đơn, trong đó hai cạnh $y=0, y=b$ tự do di chuyển và không thể di chuyển đối với hai cạnh $x=0, x=a$ (2I2F).

Để thu được hệ phương trình chuyển động, hàm Lagrange có dạng như phương trình (2.33) với thế năng biến dạng đàn hồi $\bar{U}_{in}$, công do tải trọng ngoài $\bar{U}_{ext}$ và động năng $\bar{U}_t$ của panel được thiết lập trong các biểu thức sau

$$\bar{U}_{in} = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \left[\sigma_{xy} \gamma_{xy} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} + \sigma_{yz} \gamma_{yz} + \sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y - \alpha(z) \Delta T (\sigma_x + \sigma_y) - V_0 \left(\frac{\sigma_x d_{PE}^{31}}{h_{PE}} + \frac{\sigma_y d_{PE}^{32}}{h_{PE}} \right) \right] dx dy dz, \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_{ext} = & \int_0^b \int_0^a q w dx dy - \int_0^b \int_0^a \left\{ \frac{1}{2} w \left[K_1 w - K_2 (w_{,xx} + w_{,yy}) \right] \right\} dx dy \\ & + N_{0x} \int_0^b \int_0^a \left(\varepsilon_{0x} - \frac{1}{2} w_{,x}^2 - w_{,x} w_{,x}^* \right) dx dy. \end{aligned} \quad (3.42)$$

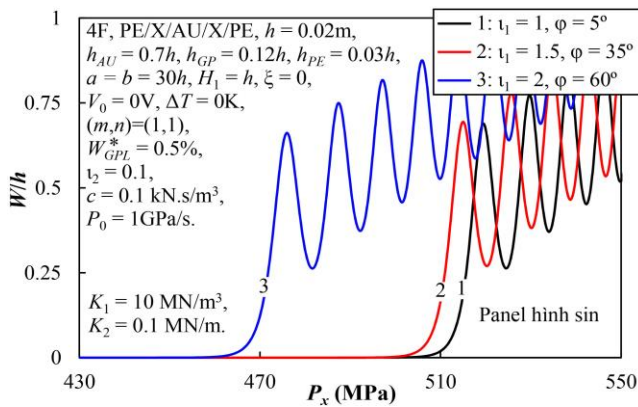
$$\bar{U}_t = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \rho(z) \bar{w}_t^2 dx dy dz = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a \rho(z) (w_{,t} + w_{,t}^*)^2 dx dy dz. \quad (3.43)$$

Kết hợp hàm thế năng cản (2.37) với phương trình Euler-Lagrange (2.38), thu được các phương trình chuyển động của panel. Sau đó giải các phương trình nhận được phương trình chuyển động của panel là

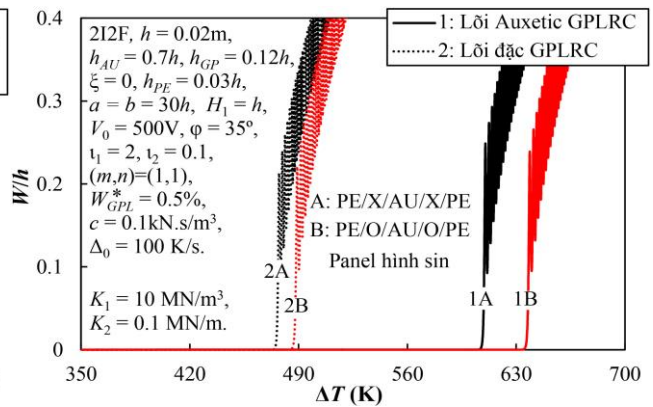
$$\begin{aligned}
& (\hat{\zeta}_1 \hat{T}_{11} + \hat{\zeta}_2 \hat{T}_{21} + \hat{\zeta}_3 \hat{T}_{11} + \hat{\zeta}_4 \hat{T}_{41})W + \hat{\zeta}_3 (\hat{T}_{32} \Delta T + \hat{T}_{38} V_0)(h\xi + W) \\
& + (\hat{\zeta}_2 \hat{T}_{24} + \hat{\zeta}_4 \hat{T}_{44})W(2\xi h + W) + \hat{\zeta}_4 (\hat{T}_{42} \Delta T + \hat{T}_{48} V_0)(h\xi + W) \\
& + \hat{J}_{16} W(W + 4\xi h/3) + (\hat{\zeta}_3 \hat{T}_{33} + \hat{\zeta}_4 \hat{T}_{43})W(\xi h + W) \\
& + (\hat{\zeta}_1 \hat{J}_{17} + \hat{\zeta}_2 \hat{J}_{17} + \hat{\zeta}_3 \hat{T}_{35} + \hat{\zeta}_4 \hat{T}_{45})W(2\xi h + W)(W + \xi h) - \hat{\zeta}_2 \hat{T}_{26} P_x h \\
& - (\hat{\zeta}_1 + \hat{\zeta}_2) \hat{J}_{19} P_x h(W + \xi h) + \hat{\zeta}_2 (\hat{T}_{28} \Delta T + \hat{T}_{29} V_0) \\
& + \hat{\zeta}_4 (\hat{T}_{46} \Delta T + \hat{T}_{47} V_0) - \hat{J}_{112} q + \hat{J}_{115} \ddot{W} + \hat{J}_{116} c \dot{W} = 0
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Phương trình (3.47) được giải bằng cách sử dụng phương pháp Runge-Kutta bậc bốn để thu được đáp ứng động của panel. Tải tới hạn động được xác định bằng tiêu chuẩn Budiansky-Roth.

3.5. Kết quả số và thảo luận



Hình 3.18. Ảnh hưởng thông số hình học của lõi Auxetic đến đường cong sau mất ổn định động tải nén dọc trục



Hình 3.19. Ảnh hưởng của các mô hình tải đến đường cong sau mất ổn định động tải nhiệt đều của lõi Auxetic và lõi đặc

Bảng 3.4. Tần số dao động riêng ω_{mn} (rad/s) của panel hình sin lõi Auxetic FG-GPLRC có lớp áp điện (4I, PE/X/AU/X/PE, $h=0.02m$, $h_{AU}=0.7h$, $h_{GP}=0.12h$, $h_{PE}=0.03h$, $a=b=30h$, $H_1=h$, $W_{GPL}^*=0.5\%$, $V_0=500V$, $\xi=0$, $\Delta T=100K$, $(m,n)=(1,1)$, $u_2=0.1$, $K_1=10 \text{ MN/m}^3$, $K_2=0.1 \text{ MN/m}$)

φ	u_1			
	1.0	1.5	2.0	5.0
5°	1801.42	1854.86	1881.75	1929.24

φ	l_1			
	1.0	1.5	2.0	5.0
15°	1740.77	1820.00	1857.09	1922.15
35°	1505.20	1698.73	1775.58	1921.09
45°	1299.74	1603.64	1714.19	1943.96
60°	854.97	1400.27	1585.32	2122.27

3.5. Kết luận Chương 3

Một số nhận xét quan trọng sau

- Các thông số hình học của lõi Auxetic ảnh hưởng đáng kể đến tần số dao động riêng, biên độ dao động và đáp ứng mất ổn định động của panel.

- Việc phân bố các lỗ rỗng theo các quy luật khác nhau cũng làm thay đổi đáng kể đến tần số dao động riêng của panel.

- Việc tăng tốc độ đặt tải đã làm tăng tải tới hạn động của panel trong cả hai trường hợp tải nén dọc trục và tải nhiệt đều.

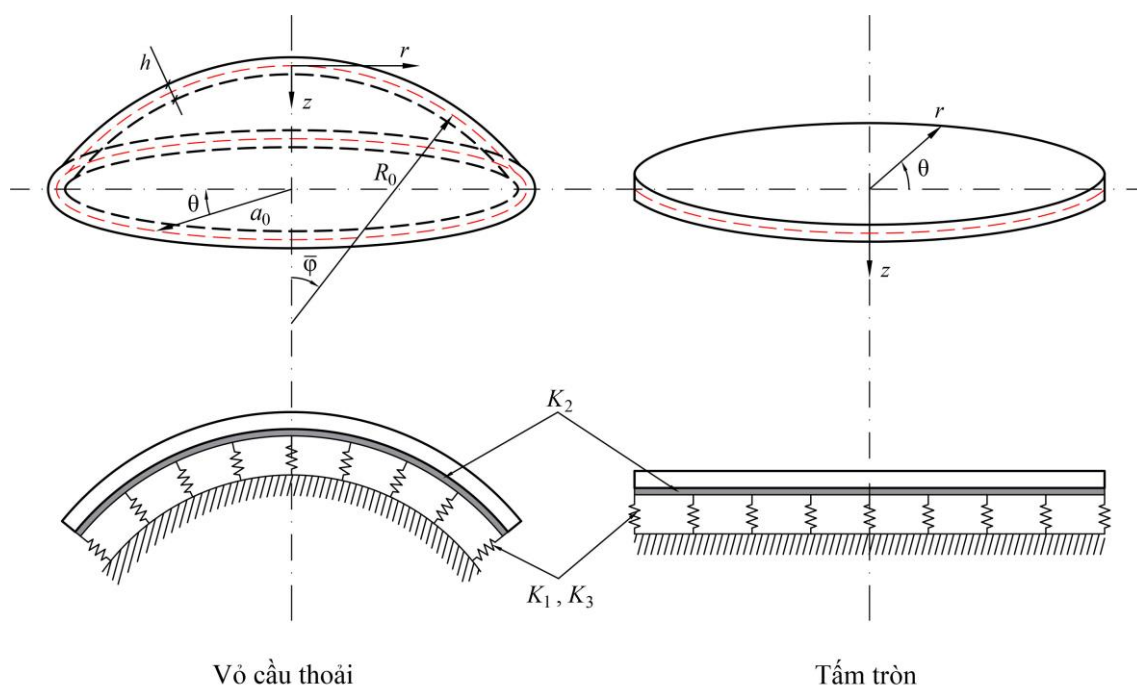
- Các xu hướng hoàn toàn khác nhau của đáp ứng động lực của panel với các điều kiện biên khác nhau được khảo sát trong các ví dụ số.

CHƯƠNG 4: ĐỘNG LỰC HỌC PHI TUYẾN CỦA TẤM TRÒN VÀ VỎ CẦU THOẢI FG-GPLRC, FG-GPLRC RỖNG, FG-GPLRC LỖ RỖNG

Trong chương này, luận án xem xét kết cấu công trình có dạng tấm tròn và vỏ cầu thoải được làm từ vật liệu FG-GPLRC kết hợp với các loại vật liệu khác. Thông qua việc sử dụng TSDT kết hợp với tính phi tuyến hình học von Kármán để thiết lập các phương trình cơ bản. Phương trình Euler-Lagrange và hàm tiêu tán Rayleigh được sử dụng để thu được các phương trình chuyển động phi tuyến của kết cấu.

4.1. Mô hình kết cấu

Xét các kết cấu tấm tròn và vỏ cầu thoải với bán kính cong R_0 , bán kính đáy a_0 , và bề dày h , như được minh họa trong Hình 4.1. Chuyển vị của các kết cấu được giả định là đối xứng trục và được đặt trên nền đàn hồi phi tuyến, chịu tác động của tải áp lực ngoài q và tải nhiệt đều ΔT biến đổi theo thời gian.



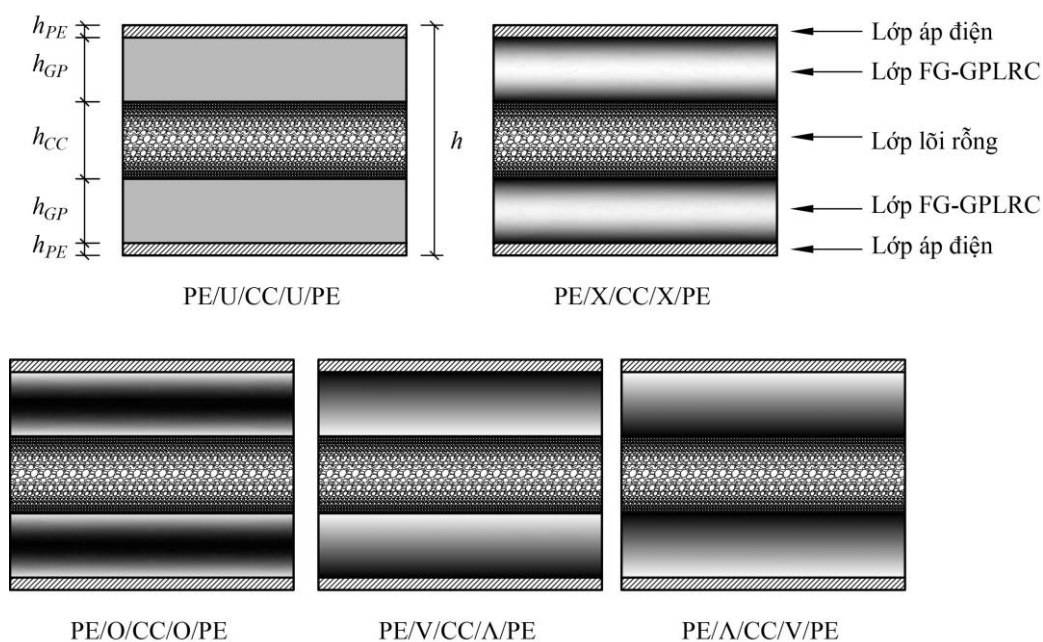
Hình 4.1. Thông số hình học và hệ tọa độ của tấm tròn và vỏ cầu thoải

4.2. Mô hình kết cấu

4.2.1. FG-GPLRC

Trong phần này, các kết cấu tấm tròn và vỏ cầu thoải được cấu tạo từ vật liệu FG-GPLRC, như minh họa trong Hình 4.2. Năm dạng hàm quy luật phân bố GPL được sử dụng, tương ứng với các phương trình (2.3a), (2.4a), (2.5a), (2.6a), và (2.7a).

4.2.2. FG-GPLRC lõi rỗng có lớp áp điện



Hình 4.3. Thông số hình học và tính chất vật liệu của lớp áp điện, lớp FG-GPLRC và lớp lõi rỗng

Mô hình vật liệu này được thiết kế tương tự như trong mục 3.2.2, nhưng phần lõi được thay thế bằng lõi rỗng thay vì lõi Auxetic (xem Hình 4.3).

Các đặc trưng như mô đun đàn hồi, hệ số giãn nở nhiệt, và khối lượng riêng của lõi rỗng được xác định theo các công thức sau [100]:

$$\begin{cases} E_{cc} = E_m [1 - e_0 \cos(\pi z / h_{cc})] \\ \alpha_{cc} = \alpha_m \\ \rho_{cc} = \rho_m [1 - (1 - \sqrt{1 - e_0}) \cos(\pi z / h_{cc})] \end{cases}, \quad -\frac{h_{cc}}{2} < z < \frac{h_{cc}}{2}, \quad (4.3)$$

4.2.3. FG-GPLRC rỗng

Trong phần này, vật liệu FG-GPLRC rỗng được cấu tạo tương tự như lớp mặt đã trình bày trong mục 3.2.3, nhưng được thiết kế để bao phủ toàn bộ bề dày h của kết cấu. Do đó, các biểu thức xác định các thông số đặc trưng của vật liệu được điều chỉnh lại để phù hợp với thiết kế này.

4.3. Các công thức cơ bản

Các nội lực và mô men bao gồm lực giãn và lực cắt, mô men và mô men bậc cao cũng như lực cắt bậc cao của tấm tròn và vỏ cầu thoải đối xứng trục được xác định bằng cách tích phân theo định luật Hooke, như sau

$$\begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ M_r \\ M_\theta \\ P_r \\ P_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A'_{11} & A'_{12} & B'_{11} & B'_{12} & C'_{11} & C'_{12} \\ A'_{12} & A'_{22} & B'_{12} & B'_{22} & C'_{12} & C'_{22} \\ B'_{11} & B'_{12} & D'_{11} & D'_{12} & F'_{11} & F'_{12} \\ B'_{12} & B'_{22} & D'_{12} & D'_{22} & F'_{12} & F'_{22} \\ C'_{11} & C'_{12} & F'_{11} & F'_{12} & G'_{11} & G'_{12} \\ C'_{12} & C'_{22} & F'_{12} & F'_{22} & G'_{12} & G'_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \phi_{,r} \\ \phi \\ r \\ -\lambda(\phi_{,r} + w_{,rr}) \\ -\lambda\left(\frac{\phi}{r} + \frac{1}{r}w_{,r}\right) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Phi_{1r}^T \Delta T + \Phi_{1r}^{PE} V_0 \\ \Phi_{1\theta}^T \Delta T + \Phi_{1\theta}^{PE} V_0 \\ \Phi_{2r}^T \Delta T + \Phi_{2r}^{PE} V_0 \\ \Phi_{2\theta}^T \Delta T + \Phi_{2\theta}^{PE} V_0 \\ \Phi_{3r}^T \Delta T + \Phi_{3r}^{PE} V_0 \\ \Phi_{3\theta}^T \Delta T + \Phi_{3\theta}^{PE} V_0 \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} Q_r \\ R_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H'_{44} & H'_{45} \\ H'_{45} & H'_{55} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rz}^0 \\ -\lambda(\phi + w_{,r}) \end{Bmatrix}, \quad (4.17)$$

Xét tương tác nền của kết cấu là nền phi tuyến, giả sử rằng các thành phần động năng của góc xoay và trong mặt phẳng là rất nhỏ nên có thể bỏ

qua. Thế năng biến dạng đàn hồi, công do tải trọng ngoài tác dụng và động năng của tấm và vỏ được thể hiện lần lượt như sau

$$U_{\text{int}} = \pi \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{a_0} \left[\sigma_r \varepsilon_r + \sigma_\theta \varepsilon_\theta + \sigma_{rz} \varepsilon_{rz} - \alpha(z) \Delta T (\sigma_r + \sigma_\theta) \right. \\ \left. - V_0 \left(\frac{\sigma_r d_{PE}^{31}}{h_{PE}} + \frac{\sigma_\theta d_{PE}^{32}}{h_{PE}} \right) \right] r dr dz, \quad (4.18)$$

$$U_{\text{ext}} = 2\pi \int_0^{a_0} q w r dr - \pi \int_0^{a_0} \left\{ \left[K_1 w + \frac{1}{2} K_3 w^3 \right. \right. \\ \left. \left. - K_2 \left(w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} \right) \right] w \right\} r dr, \quad (4.19)$$

$$U_T = \pi \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{a_0} \rho(z) \bar{w}^2 r dr dz, \quad (4.20)$$

Từ các phương trình (4.18), (4.19) và (4.20), ta thu được biểu thức của năng lượng toàn phần của kết cấu là

$$U_{\text{Total}} = U_T - U_{\text{int}} + U_{\text{ext}}. \quad (4.21)$$

4.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Theo điều kiện biên (4.22a, 4.22b), các nghiệm đa thức được chọn [99, 126]

$$u = U(t) \frac{r(a_0 - r)}{a_0^2}, \quad \phi = \Phi(t) \frac{r(a_0^2 - r^2)}{a_0^3}, \\ w = W(t) \frac{(a_0^2 - r^2)^2}{a_0^4}, \quad w^* = \xi h \frac{(a_0^2 - r^2)^2}{a_0^4}, \quad (4.23)$$

Hệ phương trình Euler–Lagrange được sử dụng để thu được các phương trình chuyển động của tấm tròn và vỏ cầu thoả kết hợp với hàm tiêu tán Rayleigh [147], có dạng như sau

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial \dot{W}} \right) - \frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial W} + \frac{\partial d_1}{\partial \dot{W}} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial \dot{U}} \right) - \frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial U} = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \frac{\partial U_{\text{Total}}}{\partial \Phi} = 0, \quad (4.24)$$

trong đó hàm thế năng cản $d_1 = \pi \int_0^{a_0} c w_t^2 r dr$.

Thế phương trình (4.23) vào biểu thức năng lượng toàn phần (4.21), sau đó thế vào biểu thức (4.24), hệ phương trình chuyển động của tấm tròn và vỏ cầu thoả là

$$a_{11}U + a_{12}\Phi + a_{13}W + a_{14}W(W + 2\xi h) = 0, \quad (4.25)$$

$$a_{12}U + a_{22}\Phi + a_{23}W + a_{24}W(W + 2\xi h) = 0, \quad (4.26)$$

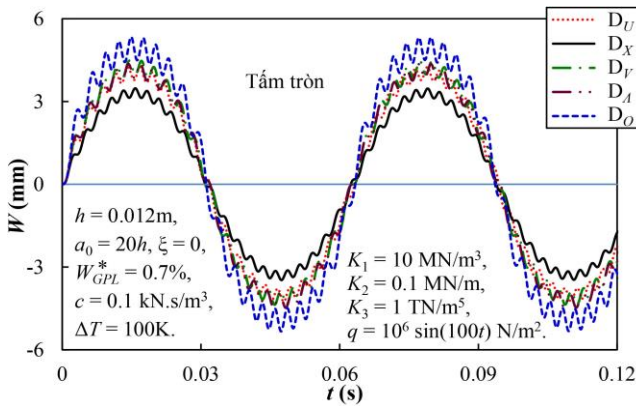
$$\begin{aligned} & a_{31}U + a_{32}\Phi + a_{33}U(W + \xi h) + a_{34}\Phi(W + \xi h) + a_{35}W(W + 4\xi h/3) \\ & + a_{36}W(W + \xi h)(W + 2\xi h) + a_{37}W^3K_3 + a_{38}W + a_{39}\Delta T(W + \xi h) \quad (4.27) \\ & + a_{310}\Delta T + a_{312}V_0(W + \xi h) + a_{313}V_0 + a_{311}q - \frac{\pi}{5}a_0^2(c\dot{W} + a_{314}\ddot{W}) = 0, \end{aligned}$$

Các biên độ U và Φ có thể được xác định bằng cách giải hệ phương trình (4.25) và (4.26), sau đó thế kết quả vào phương trình (4.27), từ đó dẫn đến

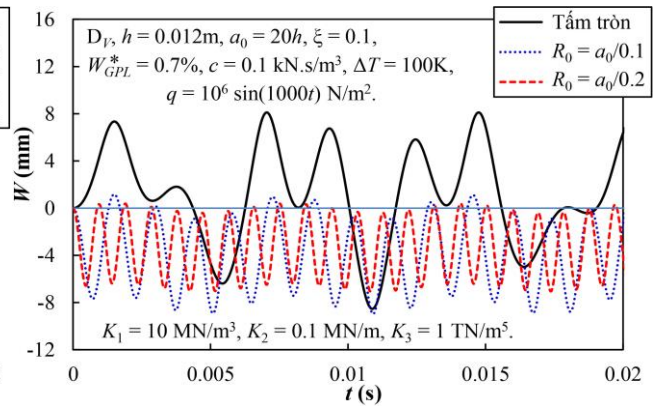
$$\begin{aligned} & (a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{38})W + (a_{33}b_{11} + a_{34}b_{21})W(h\xi + W) \\ & + a_{35}W(W + 4\xi h/3) + (a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22})W(2\xi h + W) \\ & + \Delta T[a_{39}(h\xi + W) + a_{310}] + V_0[a_{312}(h\xi + W) + a_{313}] \quad (4.28) \\ & + (a_{33}b_{12} + a_{34}b_{22} + a_{36})W(2\xi h + W)(\xi h + W) \\ & + a_{37}W^3K_3 + a_{311}q - \frac{\pi}{5}a_0^2(c\dot{W} + a_{314}\ddot{W}) = 0 \end{aligned}$$

Phương pháp Runge-Kutta được áp dụng để giải phương trình (4.28). Các hàm $q = q_0 t$ và $\Delta T = \Delta_0 t$ được chọn cho áp lực ngoài và tải nhiệt đều.

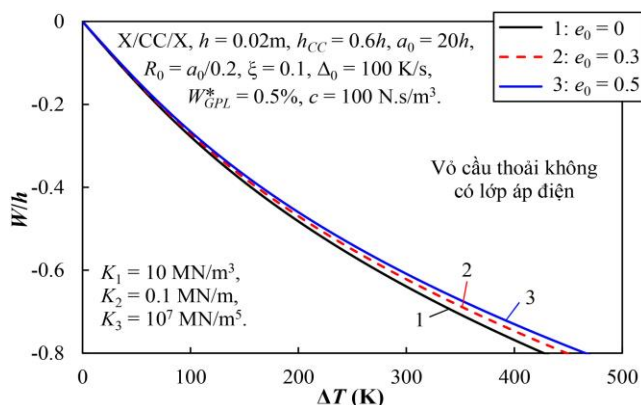
4.5. Kết quả số và thảo luận



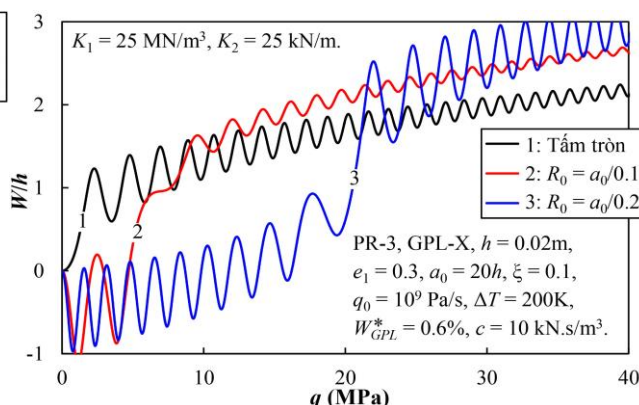
Hình 4.5. Ảnh hưởng của các dạng quy luật phân bố GPL đến đường cong thời gian – độ võng



Hình 4.7. Ảnh hưởng của kích thước bán kính cong đến đường cong thời gian – độ võng



Hình 4.32. Ảnh hưởng của hệ số rỗng đến đường cong sau mất ổn định động chịu tải nhiệt đều



Hình 4.39. Ảnh hưởng của bán kính cong đến đường cong sau mất ổn định động chịu tải áp lực ngoài

4.6. Kết luận chương 4

Một số nhận xét nổi bật có thể đạt được như sau

- 1) Lấy trường hợp hệ số nền phi tuyến bằng 0 làm tham chiếu, hệ số nền phi tuyến dương làm giảm mạnh biên độ dao động, trong khi hệ số nền phi tuyến âm làm tăng đáng kể biên độ dao động.
- 2) Vùng mất ổn định động có thể quan sát được đối với tấm tròn và ngược lại đối với vỏ cầu thoải khi các kết cấu này chịu tải nhiệt đều.
- 3) Tải tới hạn tĩnh và động chỉ xác định được đối với tấm tròn hoàn hảo, không áp dụng cho vỏ cầu thoải dưới tác dụng của tải nhiệt đều; đồng thời, chỉ một độ cong thoải cũng đủ làm giảm đáng kể biên độ dao động của kết cấu.

KẾT LUẬN

Luận án đã thu được một số kết quả mới sau đây:

1. Dựa trên TSDT, tính phi tuyến hình học theo mô hình von Kármán và cải tiến kỹ thuật san đều tác dụng sườn của Lekhnitskii, các phương trình chủ đạo đã được thiết lập cho bài toán ổn định động phi tuyến và dao động phi tuyến của nhiều dạng kết cấu tấm và vỏ, bao gồm cả các trường hợp có hoặc không có sườn tăng cứng. Các dạng kết cấu được nghiên cứu bao gồm panel trụ, panel parabol, panel hình sin, tấm tròn và vỏ cầu thoải, với nhiều mô hình vật liệu khác nhau được áp dụng cho các kết cấu này.

2. Hàm ứng suất đối với panel parabol và panel hình sin được xác định xấp xỉ bằng phương pháp Galerkin, kết hợp với việc sử dụng hàm Lagrange, phương trình Euler-Lagrange và hàm tiêu tán Rayleigh để thiết

lập các phương trình chuyển động phi tuyến của kết cấu. Các đáp ứng động và tải tới hạn động tương ứng được phân tích bằng phương pháp Runge-Kutta và tiêu chuẩn Budiansky-Roth.

3. Luận án đã phân tích động lực của các kết cấu tấm và vỏ có hình dạng phức tạp như: panel trụ, panel parabol, panel hình sin, tấm tròn và vỏ cầu thoải. Trong đó, các bài toán có tính phức tạp khi xem xét tới nhiều yếu tố như: sườn tăng cứng, nền đàn hồi tuyến tính và phi tuyến, độ hoàn hảo của kết cấu, các dạng mô hình vật liệu FG-GPLRC khác nhau và các dạng tải trọng khác nhau.

4. Đã xây dựng mô hình tính toán và khảo sát bằng số một cách chi tiết các ảnh hưởng của sườn tăng cứng, nền đàn hồi tuyến tính và phi tuyến, độ không hoàn hảo, tính chất vật liệu, kích thước hình học, các cách sắp xếp bố trí sườn tới ứng xử động lực của kết cấu. Từ đó rút ra các nhận xét có ý nghĩa cho các nhà thiết kế xem xét sử dụng trong thực tế kỹ thuật.

5. Các kết quả của luận án không chỉ đóng góp về mặt học thuật mà còn có tiềm năng ứng dụng cao trong thiết kế và phân tích các kết cấu công nghiệp chịu tải nhiệt, dao động cưỡng bức và tải trọng phức tạp. Mô hình đề xuất có thể hỗ trợ đánh giá ổn định, giảm thiểu dao động và tối ưu thiết kế cho các kết cấu tấm, vỏ trong các công trình như bồn chứa, mái vòm, kết cấu dạng vỏ trong nhà máy, trạm phát điện và công trình hàng không – vũ trụ.

KIẾN NGHỊ VỀ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

1. Nghiên cứu động lực học phi tuyến của các kết cấu tấm tròn và vỏ cầu thoải với các mô hình vật liệu FG-GPLRC khác nhau có sườn tăng cứng chịu các cơ - nhiệt - điện kết hợp.

2. Nghiên cứu động lực học phi tuyến của các kết cấu có hình dạng phức tạp như vỏ nón, nón cụt, vỏ cầu nhẵn, panel nón, panel cầu nhẵn, vỏ tròn xoay làm bằng FG-GPLRC có sườn tăng cứng.

3. Nghiên cứu động lực học phi tuyến các loại vỏ có hình dạng phức tạp, điều kiện biên rời rạc... làm bằng vật liệu FG- GPLRC có sườn tăng cứng.

4. Nghiên cứu xây dựng các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu dạng tấm vỏ FG-GPLRC cho các công trình xây dựng.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

Luận án đã công bố 7 bài báo, trong đó 6 bài báo quốc tế ISI (SCIE):

1. N.T. Phuong, **V.M. Duc**, N.T. Giang, L.N. Ly, N.T.T. Xuan, V.H. Nam, Nonlinear Vibration and Dynamic Buckling of Complex Curved Functionally Graded Graphene Panels Reinforced with Inclined Stiffeners, *Int. J. Struct. Stab. Dyn.* 2024;24(19):2450223. (SCIE, Q1)
2. V.H. Nam, V.T. Hung, P.N. Nam, **V.M. Duc**, N.T. Phuong. Nonlinear electro-thermo-mechanical dynamic behavior of complexly curved GPL-reinforced panels with auxetic core. *Mech. Adv. Mater. Struct.* 2024. <https://doi.org/10.1080/15376494.2024.2425364>. (SCIE, Q1)
3. Semi-analytical approach for nonlinear dynamic response of three-dimensional graphene foams reinforced sandwich panels with complex curvature and auxetic core in thermal environment (*đã chấp nhận đăng*)
4. B.T. Tu, **V.M. Duc**, P.N. Nam, C.V. Doan, V.H. Nam. Nonlinear thermo-mechanical dynamic buckling and vibration of FG-GPLRC circular plates and shallow spherical shells resting on the nonlinear viscoelastic foundation. *Arch. Appl. Mech.* 2024;94: 3715–3729. (SCIE, Q2)
5. V.H. Nam, P.N. Nam, B.T. Tu, **V.M. Duc**, N.T. Phuong. A new semi-analytical approach for nonlinear electro-thermo mechanical dynamic responses of FG-GPLRC shallow spherical caps and circular plates with porous core. *J. Thermoplast. Compos. Mater.* 2025;38(3):911-932. (SCIE, Q1)
6. V.H. Nam, B.T. Tu, C.V. Doan, P.N. Nam, **V.M. Duc**. A new semi-analytical approach for nonlinear dynamic responses of functionally graded porous graphene platelet-reinforced circular plates and spherical shells. *Proc. Inst. Mech. Eng. C: J. Mech. Eng. Sci.* 2025;239(3):730-742. (SCIE, Q2)
7. N.T. Phuong, **V.M. Duc**, V.H. Nam. Nonlinear dynamic thermal buckling behavior of FG-GPLRC spherical shells and circular plates with porous core. *J. Sci. Transp. Technol.* 2024;4(4): 43-54. (Tạp chí điện tử Khoa học và Công nghệ Giao thông)