

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ XÂY DỰNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GIAO THÔNG VẬN TẢI

ĐỖ THỊ KIỀU MY

ÔN ĐỊNH PHI TUYẾN CẤU KIỆN CỦA KẾT CẤU CÔNG
TRÌNH DẠNG TẤM VÀ VỎ NANOCOMPOSITE
SANDWICH LỖI GẤP NÉP

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2025

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ XÂY DỰNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ GIAO THÔNG VẬN TẢI

ĐỖ THỊ KIỀU MY

**ÔN ĐỊNH PHI TUYẾN CẤU KIỆN CỦA KẾT CẤU CÔNG
TRÌNH DẠNG TẤM VÀ VỎ NANOCOMPOSITE
SANDWICH LỖI GẤP NẾP**

NGÀNH: KỸ THUẬT XÂY DỰNG CÔNG TRÌNH ĐẶC BIỆT
MÃ SỐ: 9580206

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

- 1. PGS. TS Vũ Hoài Nam**
- 2. PGS.TS Đặng Thùy Đông**

HÀ NỘI - 2025

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi.

Các số liệu, kết quả nêu trong luận án là trung thực, đáng tin cậy và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tác giả

Đỗ Thị Kiều My

LỜI CẢM ƠN

Trong suốt quá trình thực hiện và hoàn thành luận án này, tác giả đã nhận được sự hướng dẫn tận tình, sự hỗ trợ quý báu và nguồn động viên to lớn từ các thầy cô, đồng nghiệp, bạn bè và gia đình.

Trước hết, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến PGS. TS. Vũ Hoài Nam và PGS. TS. Đặng Thùy Đông đã tận tình hướng dẫn, đóng góp ý kiến quý báu và tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình thực hiện nghiên cứu. Sự chỉ dạy tận tình cùng những định hướng khoa học sâu sắc của thầy cô là nền tảng vững chắc giúp tác giả đạt được những kết quả quan trọng và ý nghĩa trong nghiên cứu này.

Tác giả cũng trân trọng cảm ơn tập thể nhóm nghiên cứu Cơ học Vật liệu và Kết cấu tiên tiến tại Trường Đại học Công nghệ Giao thông Vận tải. Sự hợp tác, trao đổi chuyên môn và những hỗ trợ từ các thành viên trong nhóm đã giúp tác giả mở rộng hiểu biết và tiếp cận những phương pháp nghiên cứu hiện đại, góp phần nâng cao chất lượng luận án.

Bên cạnh đó, tác giả xin gửi lời cảm ơn đến các thầy cô giáo tại Viện Công nghệ Giao thông Vận tải và phòng Sau đại học, trường Đại học Công nghệ Giao thông Vận tải. Sự quan tâm, giúp đỡ của quý thầy cô đã tạo điều kiện thuận lợi để tác giả có thể tập trung nghiên cứu trong suốt thời gian học tập tại trường.

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè và đồng nghiệp, những người đã luôn đồng hành, động viên và khích lệ tác giả trên chặng đường đầy thử thách này. Sự hỗ trợ về tinh thần của họ chính là động lực quan trọng giúp tác giả hoàn thành luận án.

MỤC LỤC

MỤC LỤC	iii
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT	vi
DANH MỤC CÁC BẢNG.....	viii
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	xi
MỞ ĐẦU.....	1
CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU	6
1.1. Giới thiệu về kết cấu sandwich	6
1.2. Các loại vật liệu cơ tính biến thiên.....	7
1.2.1. Vật liệu cơ tính biến thiên FGM (Functionally graded material)	7
1.2.2. Vật liệu composite cơ tính biến thiên gia cường carbon nanotube	8
1.2.3. Vật liệu composite cơ tính biến thiên gia cường graphene	12
1.2.4. Tiềm năng ứng dụng vật liệu nanocomposite và kết cấu tấm vỏ nanocomposite trong xây dựng công trình	17
1.3. Các nghiên cứu về ứng xử cơ học của kết cấu tấm vỏ cơ tính biến thiên và cơ tính biến thiên sandwich.....	20
1.3.1. Kết cấu tấm vỏ FGM và FGM sandwich.....	20
1.3.2. Kết cấu tấm vỏ FG-CNTRC và FG-CNTRC sandwich.....	21
1.3.3. Kết cấu tấm vỏ FG-GRC và FG-GRC sandwich.....	24
1.3.4. Kết cấu gấp nếp và sandwich lõi gấp nếp.....	25
1.4. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế	27
1.5. Kết luận Chương 1 và những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu	28
CHƯƠNG 2. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ VÀ VỎ TRỐNG FG-CNTRC VÀ FG-GRC SANDWICH LỖI GẤP NẾP CHỊU KÉO, NÉN DỌC TRỤC VÀ ÁP LỰC HƯỚNG TÂM	29
2.1. Mô hình kết cấu và vật liệu	30
2.1.1. Mô hình kết cấu	30
2.1.2. Mô hình vật liệu.....	32
2.1.2.1. Vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp.....	32
2.1.2.2. Vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp.....	33
2.2. Các phương trình cơ bản và phương pháp giải	34

2.2.1. Các phương trình cơ bản.....	34
2.2.2. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz	38
2.3. Kết quả số và thảo luận	43
2.3.1. Kết quả so sánh.....	43
2.3.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục	46
2.3.3. Bài toán 2: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp chịu áp lực hướng tâm	53
2.3.4. Bài toán 3: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục	60
2.3.5. Bài toán 4: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu áp lực hướng tâm.....	67
2.4. Kết luận Chương 2	73
CHƯƠNG 3. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ VÀ VỎ TRỐNG FG-CNTRC VÀ FG-GRC SANDWICH LỖI GẤP NẾP CHỊU XOẮN.....	75
3.1. Mô hình kết cấu và vật liệu	75
3.2. Các phương trình cơ bản và phương pháp giải	76
3.2.1. Các phương trình cơ bản.....	76
3.2.2. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz	76
3.3. Kết quả số và thảo luận	81
3.3.1. Kết quả so sánh	81
3.3.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn.....	82
3.3.3. Bài toán 2: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn.....	88
3.4. Kết luận Chương 3	94
CHƯƠNG 4. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA PANEL TRỤ VÀ TẮM CHỮ NHẬT FG-CNTRC SANDWICH LỖI NHIỀU LỚP GẤP NẾP FG-CNTRC CHỊU NÉN DỌC TRỤC VÀ ÁP LỰC HƯỚNG TÂM.....	96
4.1. Mô hình panel trụ và tấm FG-CNTRC sandwich có lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC.....	96

4.2. Các phương trình chủ đạo	98
4.3. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz	101
4.4. Kết quả số và thảo luận	104
4.4.1. Kết quả so sánh	104
4.4.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm	105
4.4.3. Bài toán 2: Ổn định phi tuyến của tấm FG-CNTRC sandwich có lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm	111
4.5. Kết luận Chương 4	117
KẾT LUẬN	119
KIẾN NGHỊ VỀ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO	121
DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN	122
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	124

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT

FGM	Functionally graded material - Vật liệu cơ tính biến thiên.
FG-CNTRC	Functionally graded carbon nanotube reinforced composite - Composite cơ tính biến thiên gia cường carbon nanotube
FG-GRC	Functionally graded graphene reinforced composite - Composite cơ tính biến thiên gia cường Graphene
CNT	Ống nano carbon - Carbon nanotube
SWCNT	Ống nano carbon đơn vách - Single-Walled Carbon Nanotube
MWCNT	Ống nano carbon đa vách - Multi-Walled Carbon Nanotube
MD	Mô phỏng động lực phân tử - Molecular Dynamics
PMMA	Poly (methyl methacrylate)
HSDT	Lý thuyết biến dạng trượt bậc cao (Higher-order shear deformation theory)
FSDT	Lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (First-order shear deformation theory)
UD, FG-X, FG-O, FG-V và FG-A	Các quy luật phân bố ống nano carbon hoặc graphene trong nền đẳng hướng.
u, v, w	Các thành phần chuyển vị của điểm bất kì thuộc tấm, vỏ.
ε, γ	Biến dạng pháp và biến dạng trượt của điểm bất kì thuộc tấm, vỏ.
σ	Ứng suất của điểm bất kì thuộc tấm, vỏ.
m	Số nửa sóng theo phương dọc trục.
n	Số sóng theo phương vòng của vỏ.
λ	Tan của góc giữa đường cong có độ võng bằng không và chiều cao dọc trục của vỏ
E, G	Mô đun đàn hồi và mô đun trượt tương ứng.
ρ	Khối lượng riêng.
ν	Hệ số Poisson.
α	Hệ số giãn nở nhiệt.
μ_1, μ_2, μ_3	Các tham số hiệu quả của CNT.

h_f	Chiều dày của một lớp mặt.
h_c	Chiều dày của lớp lõi.
ou, in	Chỉ số dưới thể hiện mặt trong và mặt ngoài của lớp mặt tương ứng.
T	Nhiệt độ môi trường (K)
q_0	Áp lực hướng tâm phân bố đều trên bề mặt tấm, vỏ.
p_0	Tải nén dọc trục của tấm, vỏ trên một đơn vị diện tích.
τ	Tải xoắn trên một đơn vị diện tích cạnh của vỏ.
K_1, K_2, K_3	Các tham số độ cứng của nền đàn hồi phi tuyến

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1. Các tham số hiệu dụng của graphene [124].....	16
Bảng 2.1. So sánh giá trị tải nén tới hạn (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC (không có lõi gấp nếp) chịu nén dọc trục.....	44
Bảng 2.2. So sánh giá trị áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ trụ FG-GRC với các kích thước hình học khác nhau.....	45
Bảng 2.3. Ảnh hưởng của các hướng CNT và hướng gấp nếp khác nhau đến tải tới hạn nén và kéo của vỏ trống lõi và vỏ lõm (MPa)	46
Bảng 2.4. Tải nén và tải kéo tới hạn của vỏ trống lõi có lõi gấp nếp hình thang và lõi đặc (MPa)	47
Bảng 2.5. Tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng trong các môi trường nhiệt độ khác nhau (MPa)	49
Bảng 2.6. Tải nén và kéo tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng với bán kính dọc khác nhau (MPa).....	50
Bảng 2.7. Ảnh hưởng của hướng CNT và hướng gấp nếp đến áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ lõi và vỏ lõm	53
Bảng 2.8. Ảnh hưởng của hướng CNT, quy luật phân bố CNT, tỷ phần thể tích CNT và lõi gấp nếp của vỏ lõi và vỏ lõm đến áp lực hướng tâm tới hạn (MPa)	55
Bảng 2.9. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ đến áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ lõi và vỏ lõm	56
Bảng 2.10. Áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ lõi với các thông số hình học lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng khác nhau.....	56
Bảng 2.11. Tải kéo tới hạn của vỏ trống FG-GRC với các hướng gấp nếp khác nhau (MPa).....	60
Bảng 2.12. Tải nén tới hạn của vỏ trống FG-GRC với các hướng gấp nếp khác nhau (MPa).....	60
Bảng 2.13. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ và quy luật phân bố graphene đến tải kéo và nén tới hạn (MPa) của vỏ (0/90/0/90/0)S có lõi gấp nếp.....	61
Bảng 2.14. Ảnh hưởng của lõi gấp nếp đến tải kéo, nén tới hạn (MPa) của vỏ trống có lõi gấp nếp hình thang so với vỏ có lõi đặc	62

Bảng 2.15. Ảnh hưởng của lỗi gấp nếp đến tải kéo, nén tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-GRC có lỗi gấp nếp lượn sóng so với vỏ có lỗi đặc	63
Bảng 2.16. Ảnh hưởng của bán kính dọc đến tải nén, kéo tới hạn (MPa) của vỏ trống (0/90/0/90/0)S có lỗi gấp nếp	64
Bảng 2.17. Ảnh hưởng của hướng gấp nếp đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trống (MPa)	67
Bảng 2.18. Ảnh hưởng của các quy luật phân bố GRC, loại lỗi và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lồi có lỗi gấp nếp hình thang (MPa)	68
Bảng 2.19. Ảnh hưởng của các quy luật phân bố GRC, loại lỗi và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lồi có lỗi gấp nếp lượn sóng (MPa)	69
Bảng 2.20. Ảnh hưởng của quy luật phân bố GRC, loại lỗi gấp nếp và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lồi và vỏ lõm FG-GRC lỗi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng (MPa).....	70
Bảng 2.21. Ảnh hưởng của chiều dày lỗi đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lồi có lỗi gấp nếp lượn sóng (MPa)	71
Bảng 3.1. So sánh tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trụ FGM.....	81
Bảng 3.2. So sánh momen xoắn tới hạn (kN.m) của vỏ trụ FG-GRC với công trình của Shen và Xiang [128]	82
Bảng 3.3. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich với các hướng khác nhau của CNT trong lớp mặt và hướng của gấp nếp	83
Bảng 3.4. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lỗi gấp nếp hình thang với các quy luật phân bố CNT và các hướng CNT khác nhau.....	84
Bảng 3.5. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lỗi gấp nếp với sự thay đổi của nhiệt độ	85
Bảng 3.6. Ví dụ về các tham số hiệu quả graphene của FG-GRC [124]	89
Bảng 3.7. Ảnh hưởng của hướng gấp nếp đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-GRC sandwich (MPa).....	90
Bảng 3.8. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn tới hạn (MPa)	90

Bảng 3.9. Ảnh hưởng của gấp nếp lượn sóng đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-GRC (MPa).....	91
Bảng 3.10. Tải xoắn tới hạn của vỏ lõi (MPa) với ảnh hưởng của chiều dày lõi gấp nếp	92
Bảng 4.1. So sánh tải nén tới hạn (kN) của các tấm FG-CNTRC.	104
Bảng 4.2. So sánh tải nén tới hạn của các panel trụ FG-CNTRC hoàn hảo dưới tác động của tải nén dọc trục (MPa).....	105
Bảng 4.3. Ảnh hưởng của lõi nhiều lớp gấp nếp đến tải nén tới hạn của các panel FG-CNTRC (MPa).....	106
Bảng 4.4. Ảnh hưởng của hướng CNT trong lớp mặt và hướng gấp nếp của lõi gấp nếp đến tải nén tới hạn của panel trụ (MPa).....	107
Bảng 4.5. Ảnh hưởng của hướng CNT trong lớp mặt và trong lõi gấp nếp đến tải nén tới hạn của các tấm có lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC (MPa)	112
Bảng 4.6. Ảnh hưởng của lõi nhiều lớp gấp nếp và lõi không gấp nếp tương đương đến tải nén tới hạn của các tấm sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC (MPa)	113

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

Hình 1.1. Một số kết cấu sandwich phổ biến.....	7
Hình 1.2. Ống nano carbon đơn vách (a) và đa vách (b).....	9
Hình 1.3. Các dạng phân bố của CNTs.....	9
Hình 1.4. Cấu trúc graphene	12
Hình 1.5. Các hình thái của graphene.....	13
Hình 1.6. Các dạng phân bố của graphene	14
Hình 1.7. Ứng dụng vật liệu sandwich nanocomposite trong công trình xây dựng dân dụng	19
Hình 1.8. Ứng dụng vật liệu sandwich nanocomposite trong công trình cầu.....	20
Hình 2.1. Hệ tọa độ và hình dạng của vỏ trụ và vỏ trống sandwich.....	31
Hình 2.2. Các kích thước hình học của lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng	31
Hình 2.3. Các dạng phân bố CNT trong các lớp mặt của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp.....	32
Hình 2.4. Các dạng phân bố graphene trong các lớp mặt của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp.....	33
Hình 2.5. So sánh đường cong postbuckling của vỏ lõi FG-CNTRC của kết quả hiện tại với kết quả của Phạm Thanh Hiếu và Hoàng Văn Tùng [42]	44
Hình 2.6. Ảnh hưởng của loại lõi, dạng phân bố CNT và tỷ phần thể tích CNT đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich.....	51
Hình 2.7. Ảnh hưởng của nhiệt độ và độ cứng nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich	52
Hình 2.8. Ảnh hưởng của các tham số hình học đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich	53
Hình 2.9. Ảnh hưởng của loại lõi gấp nếp và quy luật phân bố CNT đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich.....	57
Hình 2.10. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT, nhiệt độ và các tham số nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich	58
Hình 2.11. Ảnh hưởng của bán kính dọc và các thông số hình học của nếp gấp đến các đường cong postbuckling của vỏ trống	59

Hình 2.12. Ảnh hưởng của loại lõi đến các đường cong postbuckling của vỏ FG-GRC	65
Hình 2.13. Ảnh hưởng của quy luật phân bố graphene và sự thay đổi nhiệt độ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp	65
Hình 2.14. Ảnh hưởng của các tham số hình học của lõi gấp nếp và vỏ, các tham số nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC lõi gấp nếp .	66
Hình 2.15. Ảnh hưởng của các tham số hình học lõi gấp nếp và nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich.	71
Hình 2.16. Ảnh hưởng của lõi gấp nếp và sự thay đổi nhiệt độ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich.....	72
Hình 2.17. Ảnh hưởng của các thông số hình học của vỏ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich.....	73
Hình 3.1. Hệ tọa độ và hình dạng của vỏ trụ và vỏ trống chịu tải xoắn	76
Hình 3.2. So sánh đường cong tải xoắn mất ổn định của vỏ trống FG-CNTRC với kết quả trước đó	82
Hình 3.3. Ảnh hưởng của nếp gấp, quy luật phân bố và tỷ phần thể tích của CNT đến đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich	86
Hình 3.4. các đường cong postbuckling của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich với ảnh hưởng của nhiệt độ, nền đàn hồi, bán kính dọc và các thông số hình học của lõi gấp nếp	88
Hình 3.5. Các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC lõi gấp nếp và lõi đặc	92
Hình 3.6. Ảnh hưởng của các dạng phân bố graphene và nhiệt độ môi trường đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich	93
Hình 3.7. Ảnh hưởng của bán kính dọc và các tham số nền đàn hồi đến đường cong postbuckling của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich	94
Hình 4.1. Hệ tọa độ và hình dạng của tấm chữ nhật và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp	97
Hình 4.2. Ứng xử sau mất ổn định của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm	109

Hình 4.3. Ứng xử sau mất ổn định của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC hình thang và lượn sóng chịu áp lực hướng tâm và nén dọc trục	110
Hình 4.4. Ứng xử sau mất ổn định do áp lực hướng tâm và tải nén của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC với các tham số nền khác nhau	111
Hình 4.5. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến các đường cong postbuckling của các tấm sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC	114
Hình 4.6. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ môi trường và của tải nén ban đầu đến các đường cong postbuckling của tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC	114
Hình 4.7. Ảnh hưởng của các thông số hình học của lõi gấp nếp đến đường cong postbuckling của tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC .	115
Hình 4.8. Ảnh hưởng của tỷ số a/h đến đường cong sau mất ổn định của các tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC	115
Hình 4.9. Độ cứng nền tuyến tính K_1, K_2 có ảnh hưởng đến các đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC với lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC.....	116
Hình 4.10. Độ cứng nền phi tuyến K_3 có ảnh hưởng đến các đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC	117

MỞ ĐẦU

Nghiên cứu về dao động và ổn định phi tuyến đóng vai trò thiết yếu trong cơ học kết cấu khi xét đến các kết cấu hiện đại với yêu cầu ngày càng cao về tính thẩm mỹ và khả năng chịu tải. Đối với các kết cấu công trình dạng tấm và vỏ làm từ vật liệu composite tiên tiến - vốn có khả năng chịu biến dạng lớn - việc phân tích các ứng xử phi tuyến không chỉ đóng vai trò hỗ trợ trong tối ưu hoá thiết kế kết cấu, mà còn góp phần nâng cao độ chính xác trong việc dự báo trạng thái làm việc thực tế, đặc biệt trong các điều kiện tải trọng và môi trường khắc nghiệt.

Các nghiên cứu chuyên sâu về ứng xử cơ học của các cấu kiện dạng tấm và vỏ nanocomposite sandwich cơ tính biến thiên đang trở thành một trong những hướng tiếp cận tiên tiến và tiềm năng của lĩnh vực cơ học kết cấu hiện đại. Loại kết cấu này thường có cấu trúc ba lớp, bao gồm hai lớp mặt chịu lực làm từ vật liệu nanocomposite cơ tính biến thiên có nhiều tính chất cơ lý vượt trội, độ bền cơ học cao và một lớp lõi nhẹ ở giữa. Các kết cấu sandwich này có ưu điểm: nhẹ, khả năng hấp thụ năng lượng, khả năng cách âm, cách nhiệt và khả năng chống va đập tốt. Nhờ vậy, các kết cấu này đáp ứng tốt các yêu cầu kỹ thuật khắt khe trong các lĩnh vực giao thông vận tải (cầu, phương tiện đường sắt, hàng không và hàng hải) cũng như trong các kết cấu xây dựng dân dụng (kết cấu vòm không gian, nhà cao tầng, tấm chắn chịu tải). Với đặc tính cơ học vượt trội cùng khả năng thích ứng với điều kiện thi công phức tạp, vật liệu và kết cấu nanocomposite sandwich được xem là đối tượng nghiên cứu tiềm năng thay thế các vật liệu và kết cấu truyền thống trong bối cảnh yêu cầu về tối ưu hóa khối lượng, tính linh hoạt thiết kế và hiệu quả kinh tế ngày càng tăng.

Các nghiên cứu gần đây chỉ ra rằng cần kết hợp mô hình phi tuyến hình học với lý thuyết tấm vỏ để mô tả chính xác ứng xử phi tuyến của kết cấu nanocomposite sandwich. Ngoài ra, việc vận dụng các phương pháp, kỹ thuật như: phần tử hữu hạn (FEM), năng lượng Ritz, hay giải tích dựa trên nguyên lý biến phân là rất cần thiết. Khi xem xét các yếu tố thực tế như sự thay đổi nhiệt độ, loại tải trọng (tải trọng tĩnh hay tải trọng động) vào mô hình, việc phân tích đáp ứng cơ học của kết cấu tuy phức tạp hơn nhưng lại phản ánh chính xác điều kiện làm việc của kết cấu trong thực tế.

Từ góc độ thiết kế và ứng dụng, việc phân tích ổn định cục bộ, ổn định tổng thể và dao động riêng của kết cấu là rất quan trọng để đảm bảo công trình được thi

công an toàn và cho phép thiết kế ở quy mô lớn, đa dạng hơn. Các nghiên cứu toàn diện theo hướng này không chỉ góp phần làm sâu sắc thêm hiểu biết về cơ học, kết cấu và vật liệu mà còn tạo nền tảng khoa học cho việc xây dựng các tiêu chuẩn kỹ thuật mới trong thiết kế và thi công. Cách tiếp cận này có tiềm năng ứng dụng rộng rãi, không chỉ trong lĩnh vực xây dựng và giao thông mà còn mở rộng sang lĩnh vực quốc phòng, công trình biển và năng lượng tái tạo - những lĩnh vực đòi hỏi kết cấu có độ bền cao, trọng lượng nhẹ và hiệu năng vượt trội.

Trên cơ sở các phân tích đã trình bày, đề tài nghiên cứu được lựa chọn cho luận án là *“Ổn định phi tuyến cấu kiện của kết cấu công trình dạng tấm và vỏ nanocomposite sandwich lõi gấp nếp”*.

Mục tiêu của luận án

1. Cải tiến kỹ thuật đồng nhất hóa kết cấu gấp nếp hiện có cho trường hợp lõi gấp nếp làm bằng vật liệu đẳng hướng khi lõi gấp nếp nhiều lớp làm bằng FG-CNTRC với các hướng gấp nếp khác nhau của các lớp lõi gấp nếp, xét thêm các thành phần biến dạng nhiệt.

2. Xây dựng lời giải giải tích cho bài toán ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich và FG-GRC có lõi gấp nếp dạng hình thang và lượn sóng, dưới tác dụng của áp lực hướng tâm, tải nén, tải kéo dọc trục và tải xoắn trong môi trường nhiệt.

3. Xây dựng lời giải giải tích cho bài toán ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ FG-CNTRC sandwich với lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC trên nền đàn hồi phi tuyến dưới tác dụng của tải cơ đặt trong môi trường nhiệt độ.

4. Trên cơ sở các lời giải đã xây dựng, luận án thực hiện các khảo sát số ứng với từng tham số vật liệu và hình học đặc trưng của kết cấu. Quá trình phân tích nhằm đưa ra các đánh giá và nhận xét chi tiết về ảnh hưởng của từng yếu tố đến ứng xử ổn định của kết cấu, từ đó rút ra các kết luận có giá trị thực tiễn cho việc thiết kế kỹ thuật, góp phần cung cấp cơ sở khoa học ban đầu cho việc xây dựng tiêu chuẩn thiết kế đối với một số kết cấu nanocomposite sandwich trong xây dựng công trình.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Đối tượng: Các kết cấu dạng vỏ trụ tròn, vỏ trống, tấm chữ nhật, panel trụ làm từ một số loại vật liệu nanocomposite sandwich, cụ thể là FG-CNTRC sandwich và FG-GRC sandwich.

Phạm vi nghiên cứu: Các bài toán ổn định tĩnh phi tuyến.

Phương pháp nghiên cứu

Luận án được triển khai theo hướng nghiên cứu lý thuyết, trong đó dựa trên các giả thiết cơ bản như vật liệu đàn hồi, sự liên kết các lớp (lõi, mặt) là hoàn hảo,... kết hợp với các cơ sở toán học và một số lý thuyết kết cấu nhằm phát triển, cải tiến các phương pháp phân tích sẵn có, đồng thời xây dựng lời giải cho một số bài toán mới chưa được nghiên cứu đầy đủ.

Cụ thể, luận án áp dụng phương pháp năng lượng Ritz kết hợp với phi tuyến hình học kiểu von Kármán dựa trên lý thuyết vỏ Donnell để mô hình hóa và phân tích kết cấu. Tùy thuộc vào từng dạng bài toán cụ thể, luận án lựa chọn tiếp cận theo hướng hàm ứng suất hoặc theo chuyển vị, nhằm đảm bảo độ chính xác và hiệu quả trong quá trình tính toán.

Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Ý nghĩa khoa học:

- Luận án đã xây dựng các thuật toán xác định ứng xử ổn định tĩnh của một số kết cấu vỏ và tấm nanocomposite sandwich chịu một số loại tải trọng khác nhau như tải cơ và nhiệt. Các phương pháp này góp phần làm rõ cơ sở lý thuyết về cơ học kết cấu tiên tiến, đồng thời mở rộng hướng tiếp cận cho những nghiên cứu tiếp theo.

- Kết quả khảo sát ứng xử cơ học của những kết cấu dạng tấm và vỏ nanocomposite trong công trình xây dựng dưới điều kiện biên khác nhau đã cung cấp cơ sở dữ liệu để kiểm định phương pháp tiếp cận số hiện tại, qua đó nâng cao độ tin cậy của mô hình phân tích.

- Việc thực hiện các thí nghiệm hoặc thử nghiệm số (nếu cần) để xác nhận tính đúng đắn của những tiếp cận mới được đề xuất trong luận án, từ đó khẳng định giá trị khoa học và khả năng ứng dụng thực tiễn của các kết quả nghiên cứu.

Ý nghĩa thực tiễn:

- Một số dạng kết cấu mà luận án tập trung nghiên cứu như vỏ trụ, vỏ trống, tấm chữ nhật, panel trụ - những cấu kiện có dạng hình học phổ biến và được ứng dụng

rộng rãi trong xây dựng và giao thông. Trong đó, kết cấu sandwich với lõi gấp nếp được lựa chọn nhờ khả năng kết hợp hiệu quả giữa các ưu điểm: độ cứng cao và trọng lượng nhẹ, giúp cải thiện đáng kể khả năng chịu lực của kết cấu mà gần như không làm tăng thêm khối lượng vật liệu, phù hợp với xu hướng thiết kế nhẹ và tối ưu trong kỹ thuật hiện đại. Kết quả nghiên cứu giúp cho các kỹ sư và cán bộ kỹ thuật có cơ sở khoa học đáng tin cậy để lựa chọn giải pháp kết cấu hợp lý, tối ưu hóa khối lượng và chi phí vật liệu, đồng thời cung cấp dữ liệu tham chiếu nhằm nâng cao chất lượng công tác thiết kế, kiểm định và triển khai các công trình xây dựng, giao thông trong thực tiễn.

- Một số vật liệu nanocomposite tiên tiến, cụ thể là FG-CNTRC và FG-GRC được xem xét trong luận án sở hữu các đặc tính cơ – nhiệt ưu việt, vật liệu này mang lại lợi thế đáng kể so với vật liệu thông thường. Nhờ có tiềm năng mang tính ứng dụng cao trong lĩnh vực xây dựng, đặc biệt là ở các cấu kiện chịu tải đặc biệt hoặc yêu cầu khắt khe, những vật liệu này hứa hẹn sẽ trở thành lựa chọn chủ đạo trong tương lai khi chi phí sản xuất được tối ưu hóa.

- Toàn bộ các lời giải trong luận án được trình bày dưới dạng giải tích và bán giải tích, qua đó tạo thuận lợi cho việc phân tích ứng xử cơ học của kết cấu cũng như ứng dụng trong thực tiễn thiết kế kỹ thuật, đặc biệt ở giai đoạn tính toán và đánh giá sơ bộ.

- Những kết quả đạt được trong luận án đóng vai trò nền tảng khoa học quan trọng cho việc định hướng xây dựng các quy chuẩn thiết kế mới, phù hợp với sự phát triển của vật liệu và công nghệ chế tạo kết cấu nanocomposite sandwich.

Tổng thể, luận án góp phần xây dựng phương pháp giải và kết quả tính toán có giá trị thực tiễn cao, kèm với các phân tích, nhận định chuyên sâu, nhằm nâng cao hiệu quả thiết kế và ứng dụng các kết cấu nanocomposite sandwich trong công trình xây dựng hiện đại.

Bố cục của luận án

Bố cục của luận án gồm phần tổng quan và ba chương nội dung chính. Mỗi chương tập trung nghiên cứu một dạng kết cấu cụ thể, đồng thời phát triển các lời giải và phương pháp phân tích phù hợp với từng trường hợp riêng biệt. Cụ thể bao gồm:

- Chương 1: Tổng quan về kết cấu sandwich, vật liệu cơ tính biến thiên (FGM) và các vật liệu nanocomposite cơ tính biến thiên, tiềm năng và ứng dụng trong xây dựng công trình, các nghiên cứu ứng xử cơ học của kết cấu trong và ngoài nước, từ đó xác định các vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu.

- Chương 2: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu nén, kéo dọc trục và áp lực hướng tâm.

- Chương 3: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn.

- Chương 4: Ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC.

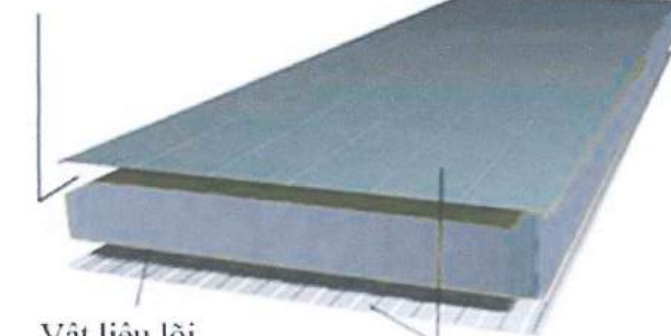
Dưới đây là phần trình bày chi tiết nội dung của từng chương trong luận án

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Giới thiệu về kết cấu sandwich

Kết cấu sandwich là một dạng kết cấu được ứng dụng phổ biến trong lĩnh vực kỹ thuật, đặc biệt trong xây dựng công trình. Các kết cấu này có ưu điểm là khối lượng nhẹ nhưng lại có khả năng chịu lực cao nên thường phù hợp sử dụng trong điều kiện chịu tải khắc nghiệt hoặc trong các kết cấu có yêu cầu khẩu độ lớn. Ngoài ra khối lượng nhẹ còn tạo thuận lợi cho quá trình vận chuyển, thi công, sửa chữa cũng như giảm quy mô và chi phí cho hệ thống nền móng công trình. Thông thường, kết cấu này gồm ba lớp, trong đó hai lớp mặt được chế tạo từ vật liệu có độ bền hay độ cứng cao, có chức năng chịu hầu như toàn bộ tải trọng tác dụng vào kết cấu. Lớp lõi thường được làm bằng các loại vật liệu (kết cấu) nhẹ, nhằm tăng khoảng cách lệch tâm giữa hai lớp mặt, qua đó nâng cao độ cứng tổng thể của toàn kết cấu (Hình 1.1)

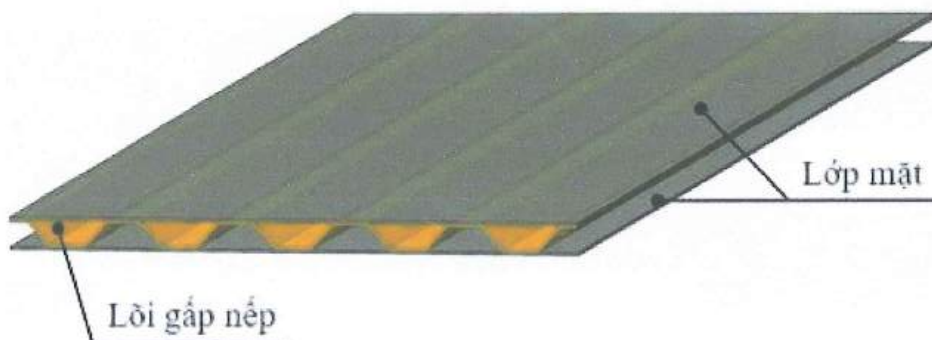
Chất kết dính



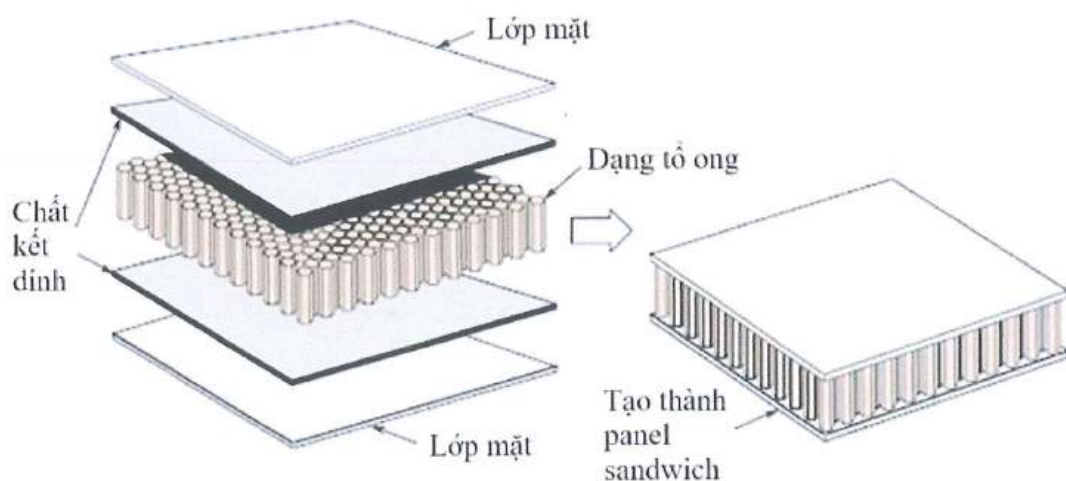
Vật liệu lõi
Tấm Polystyrene

Tấm kim loại

a) Kết cấu sandwich lõi bằng vật liệu đặc, nhẹ



b) Kết cấu sandwich lõi gập nếp



c) Kết cấu sandwich lõi tổ ong

Hình 1.1. Một số kết cấu sandwich phổ biến

Các loại vật liệu được dùng để chế tạo kết cấu sandwich là rất đa dạng và ngày càng được cải tiến. Trong những thập niên gần đây, rất nhiều các loại vật liệu composite đã được nghiên cứu và chế tạo. Các loại vật liệu composite cổ điển thường được thiết kế có hai pha, pha nền và pha cốt, trong đó pha nền thường làm bằng các loại vật liệu mềm, dẻo, pha cốt thường làm bằng các vật liệu có độ cứng và cường độ chịu lực cao. Phương của cốt thường được bố trí theo chức năng (hay theo điều kiện chịu lực) nhằm tận dụng tối đa khả năng làm việc của cốt [25].

1.2. Các loại vật liệu cơ tính biến thiên

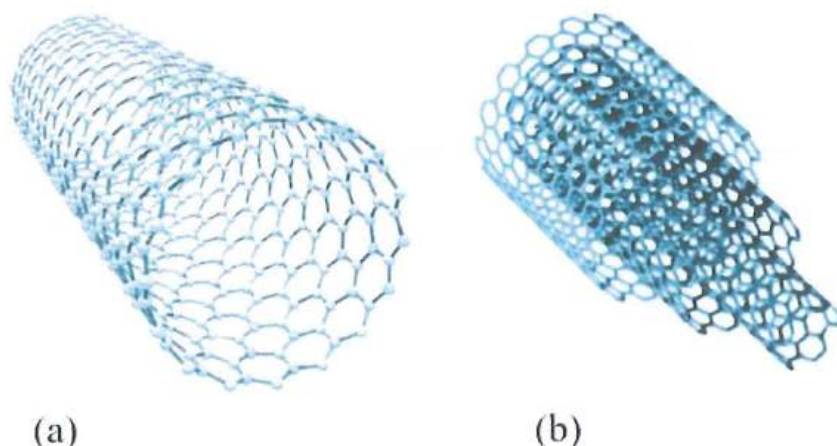
1.2.1. Vật liệu cơ tính biến thiên FGM (Functionally graded material)

Khởi đầu cho các loại composite thế hệ mới có thể kể đến là vật liệu cơ tính biến thiên do các nhà khoa học Nhật Bản [59, 79] đề xuất có tên quốc tế là Functionally Graded Material (FGM) và tên tiếng Việt là Vật liệu Cơ tính biến thiên. FGM là một vật liệu tổng hợp, bao gồm hai hoặc nhiều thành phần, được chế tạo sao cho tỷ lệ thể tích của thành phần cấu tạo vật liệu thay đổi một cách trơn và liên tục theo một hay nhiều phương nhất định. Yêu cầu trơn và liên tục của hàm lượng thể tích các vật liệu cấu thành nhằm loại bỏ hiện tượng tập trung ứng suất tại các mặt tiếp xúc giữa các vật liệu khác nhau, qua đó giảm thiểu hiện tượng phá hoại khi kết cấu chịu tải trọng. Ngoài ra, thiết kế này còn tận dụng tối đa ưu điểm của mỗi vật liệu cấu thành. Nhờ những đặc tính nổi trội này, FGM đã và đang được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực, đặc biệt là các bộ phận chịu tải chính trong các kết cấu tên lửa,

kỹ thuật hàng không, vỏ lò phản ứng hạt nhân, ống truyền nhiệt, thiết bị dụng cụ thí nghiệm, ...

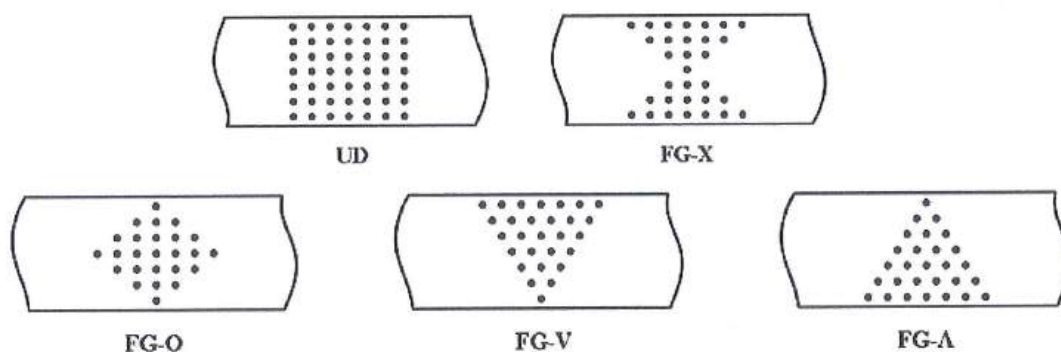
1.2.2. Vật liệu composite cơ tính biến thiên gia cường carbon nanotube

Trong những năm cuối thế kỷ 20, Iijima [49, 50] đã công bố những nghiên cứu đầu tiên về một loại vật liệu có kích thước nano mét có nhiều tính chất vượt trội so với các loại vật liệu đã từng biết trước đây [33], đó là Carbon Nanotubes (CNTs). Những nghiên cứu có tính bước ngoặt này của Iijima đã thu hút sự quan tâm của cộng đồng khoa học trong nhiều lĩnh vực. Từ các kết quả công bố của các nhà khoa học vật lý và vật liệu [18, 37, 27, 104, 141, 143, 144], có thể thấy, CNTs có đường kính trong khoảng từ 1 đến 100 nm và có chiều dài lên đến cm. Điều này cho thấy tỷ lệ kích thước chiều dài trên đường kính ống của CNTs là cực kỳ lớn mà gần như chưa từng có loại vật liệu nào trước đây có thể tồn tại dưới dạng kích thước này. Ngoài ra, so với nhiều vật liệu truyền thống, khối lượng riêng của CNTs thấp đáng kể, chỉ khoảng 1300 kg/m³ (trong khi khối lượng riêng của chì, sắt, nhôm, kẽm và đồng lần lượt là 11300, 7800, 2700, 7000 và 8900 kg/m³) nhưng lại sở hữu mô đun đàn hồi ở mức rất lớn. Theo các kết quả nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm [18, 143, 144], CNTs có mô đun đàn hồi lớn hơn 1 TPa (trong khi mô đun đàn hồi của kim cương là 1.2 TPa và thép xấp xỉ 0.21 Tpa). CNTs có cường độ chịu kéo vượt trội, đạt tới 63 GPa (gấp 10-100 lần thép cường độ cao nhất) trong khi khối lượng chỉ bằng 1/6 thép ($\approx 0,61$ GPa). Bên cạnh các tính chất cơ học xuất sắc, CNTs cũng có các đặc tính nhiệt và điện vượt trội hơn cả các vật liệu thông thường: đặc biệt là độ bền nhiệt lên đến 2800°C trong chân không, độ dẫn nhiệt cao gấp đôi kim cương và có thể dẫn dòng điện gấp khoảng 1000 lần so với dây đồng [143, 144]. CNTs được chia thành hai loại chính: ống nano carbon đơn vách (SWCNT) và ống nano carbon đa vách (MWCNT) [141]. SWCNT có cấu trúc giống như một tấm graphene được cuộn lại tạo thành một ống có dạng hình trụ, với đường kính vào khoảng vài nm đến vài chục nm, chiều dài có thể lên đến vài cm (Hình 1.2a). MWCNT được cấu tạo từ nhiều tấm graphene lồng vào nhau và cuộn lại thành nhiều ống dạng hình trụ, cách nhau khoảng 0.35 nm. Đường kính của MWCNT thường nằm trong khoảng từ 2.0 đến 100.0 nm, trong khi chiều dài có thể đạt đến vài chục μm (micro-mét) (Hình 1.2b).



Hình 1.2. Ống nano carbon đơn vách (a) và đa vách (b)

Do sở hữu các tính chất cơ, nhiệt, điện ưu việt một cách lạ thường, CNTs thường được xem như vật liệu gia cường ưu tiên cho nền polymer đẳng hướng. Shen [110] đã phát triển một loại composite thể hệ mới, lấy ý tưởng từ vật liệu composite có cơ tính biến thiên (FGM), đó là composite gia cường bằng ống nano cacbon có cơ tính biến thiên (functionally graded carbon nanotube-reinforced composite), gọi tắt là FG-CNTRC. Đối với loại vật liệu này, CNTs được sắp xếp song song theo một phương nhất định trong nền polymer, đồng thời tỷ phần thể tích của chúng thay đổi theo chiều dày kết cấu với quy luật hàm tuyến tính. Trên cơ sở đó, CNTs được phân bố vào trong pha nền một cách tối ưu nhằm đạt được ứng xử cơ học mong muốn của FG-CNTRC. Tùy theo thiết kế, CNTs có thể được phân bố đồng đều theo chiều dày (Uniform Distribution – UD), hoặc theo các quy luật hàm đặc trưng dạng chữ Λ (FG- Λ), chữ V (FG-V), chữ O (FG-O) và chữ X (FG-X) (Hình 1.3). Các kiểu phân bố này mô tả sự thay đổi hàm theo chiều dày của tỷ lệ thể tích CNTs, theo quy tắc functionally graded (FG) để điều chỉnh tính chất cơ học của vật liệu một cách hợp lý.



Hình 1.3. Các dạng phân bố của CNTs

Sử dụng quy tắc hỗn hợp mở rộng được hiệu chỉnh bằng mô phỏng động lực phân tử (MD), các mô đun đàn hồi E_1^f , E_2^f và G_{12}^f của vật liệu composite cơ tính biến thiên gia cường ống nano carbon đơn vách (SWCNT) được dự đoán thông qua các mô đun đàn hồi của vật liệu nền E_m và của CNT E_1^{CNT} , E_2^{CNT} , G_{12}^{CNT} với các tỷ phần thể tích của vật liệu nền V_m và của CNT V_{CNT} và thỏa mãn điều kiện $V_{CNT} + V_m = 1$, như sau [114, 115, 118]

$$\begin{aligned} E_1^f &= V_m E_m + \mu_1 V_{CNT} E_1^{CNT}, \\ E_2^f &= \frac{\mu_2 E_m E_2^{CNT}}{V_{CNT} E_m + V_m E_2^{CNT}}, \\ G_{12}^f &= \frac{\mu_3 G_m G_{12}^{CNT}}{G_m V_{CNT} + V_m G_{12}^{CNT}}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

trong đó các tham số hiệu dụng của CNT ký hiệu là μ_1 , μ_2 , μ_3 được tính toán bằng cách so sánh kết quả tính toán E_1^f , E_2^f với kết quả MD [114, 115, 118].

Trong mỗi lớp vật liệu FG-CNTRC, V_{CNT} tương ứng với các dạng phân bố khác nhau thay đổi theo các hàm tuyến tính của chiều dày được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \text{UD:} \quad V_{CNT} &= V_{CNT}^*, \\ \text{FG-O:} \quad V_{CNT} &= \left(2 - \frac{4|z|}{h} \right) V_{CNT}^*, \\ \text{FG-X:} \quad V_{CNT} &= \left(\frac{4|z|}{h} \right) V_{CNT}^*, \\ \text{FG-A:} \quad V_{CNT} &= \left(\frac{2z}{h} + 1 \right) V_{CNT}^*, \\ \text{FG-V:} \quad V_{CNT} &= \left(-\frac{2z}{h} + 1 \right) V_{CNT}^*, \end{aligned} \quad (1.2)$$

trong đó V_{CNT}^* là tỷ phần thể tích tổng của CNTs được lấy theo kết quả của Shen [114, 115, 118]. Đối với FG-CNTRC cấu thành từ hỗn hợp nền PMMA và SWCNT (10,10) kiểu armchair, các tham số μ_1 , μ_2 và μ_3 tương ứng với $V_{CNT}^* = 0.12$, $V_{CNT}^* = 0.17$ và $V_{CNT}^* = 0.28$ là $(\mu_1, \mu_2) = (0.137, 1.022)$, $(\mu_1, \mu_2) = (0.142, 1.626)$ và

$(\mu_1, \mu_2) = (0.141, 1.585)$. Trong khi đó, tham số μ_3 được xác định theo tỷ số $\frac{\mu_3}{\mu_2} = \frac{0.7}{1.0}$

cho các giá trị V_{CNT}^* .

Hệ số Poisson ν_{12}^f và khối lượng riêng ρ_f của vật liệu FG-CNTRC được xác định như sau:

$$\nu_{12}^f = \nu_{12}^{CNT} V_{CNT}^* + \nu_m V_m, \quad \rho^f = \rho_m V_m + \rho_{CNT} V_{CNT}, \quad (1.3)$$

trong đó ν_{12}^{CNT} , ρ_{CNT} và ν_m, ρ_m là hệ số Poisson và khối lượng riêng lần lượt của CNTs và của vật liệu nền.

Vật liệu FG-CNTRC với các hệ số giãn nở nhiệt theo phương dọc α_1^f và phương ngang α_2^f được tính toán theo công thức sau [110]:

$$\begin{aligned} \alpha_1^f &= \alpha_m V_m + \alpha_1^{CNT} V_{CNT}, \\ \alpha_2^f &= \alpha_m V_m (1 + \nu_m) - \alpha_1^f \nu_{12}^f + \alpha_2^{CNT} V_{CNT} (1 + \nu_{12}^{CNT}), \end{aligned} \quad (1.4)$$

trong đó các hệ số giãn nở nhiệt của vật liệu nền và của CNT được ký hiệu lần lượt là $\alpha_m, \alpha_1^{CNT}, \alpha_2^{CNT}$.

Các tính chất vật liệu của CNTs thay đổi theo nhiệt độ và được xác định bằng các công thức có tính đến sự phụ thuộc nhiệt độ như sau [123]:

$$\begin{aligned} E_1^{CNT} &= (6.18387 - 0.00286T + 4.22867 \times 10^{-6} T^2 - 2.2724 \times 10^{-9} T^3) \text{ TPa}, \\ E_2^{CNT} &= (7.75348 - 0.00358T + 5.30057 \times 10^{-6} T^2 - 2.84868 \times 10^{-9} T^3) \text{ TPa}, \\ G_{12}^{CNT} &= (1.80126 + 7.7845 \times 10^{-4} T - 1.1279 \times 10^{-6} T^2 + 4.93484 \times 10^{-10} T^3) \text{ TPa}, \\ \alpha_1^{CNT} &= (-1.12148 + 0.02289T - 2.88155 \times 10^{-5} T^2 + 1.13253 \times 10^{-8} T^3) \times 10^{-6} / K, \\ \alpha_2^{CNT} &= (5.43874 - 9.95498 \times 10^{-4} T + 3.13525 \times 10^{-7} T^2 - 3.56332 \times 10^{-12} T^3) \times 10^{-6} / K, \\ \nu_{12}^{CNT} &= 0.175, \quad \rho_{CNT} = 1400 \text{ kg/m}^3, \end{aligned} \quad (1.5)$$

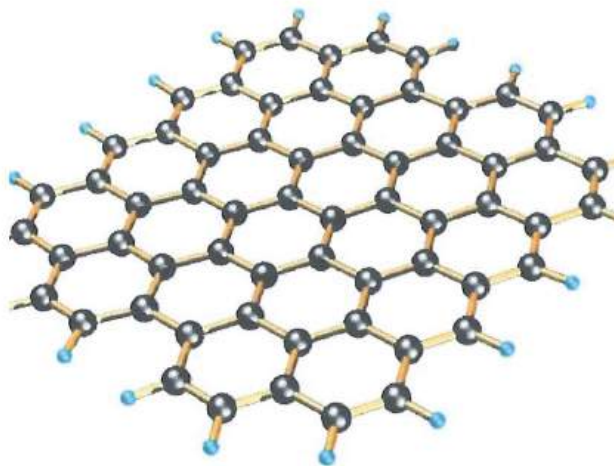
trong đó $T = \Delta T + T_0$ (K), $T_0 = 300$ K (nhiệt độ phòng) còn ΔT là biến thiên nhiệt độ của môi trường chứa kết cấu so với giá trị ban đầu mà ở đó kết cấu không có biến dạng nhiệt. Poly methyl methacrylate (PMMA) [37] làm bằng nhựa nhiệt dẻo là vật liệu đẳng hướng được chọn làm vật liệu nền. Các tính chất đặc trưng của vật liệu nền PMMA được giả thiết là: mô đun đàn hồi $E_m = (3.52 - 0.0034T)$ GPa và mô đun

trượt $G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$, hệ số Poisson $\nu_m = 0.34$, hệ số giãn nở nhiệt khối lượng riêng

$$\rho_m^* = 1150 \text{ kg/m}^3, \alpha_m = 45(1 + 0.0005\Delta T) \times 10^{-6} / K.$$

1.2.3. Vật liệu composite cơ tính biến thiên gia cường graphene

Năm 2004 với việc bóc tách thành công những “dải” graphene [26] (Graphene sheet) đầu tiên từ bột graphite, đến năm 2010 giải thưởng Nobel về vật lý đã được trao cho hai nhà khoa học Konstantin S. Novoselov và Andre K. Geim thuộc trường đại học Manchester nước Anh. Sự kiện này đánh dấu mốc quan trọng trong sự phát triển của khoa học vật liệu. Từ khi được bóc tách và cô lập thành công, graphene đã xuất hiện trong rất nhiều các công trình nghiên cứu trong hầu hết các lĩnh vực.

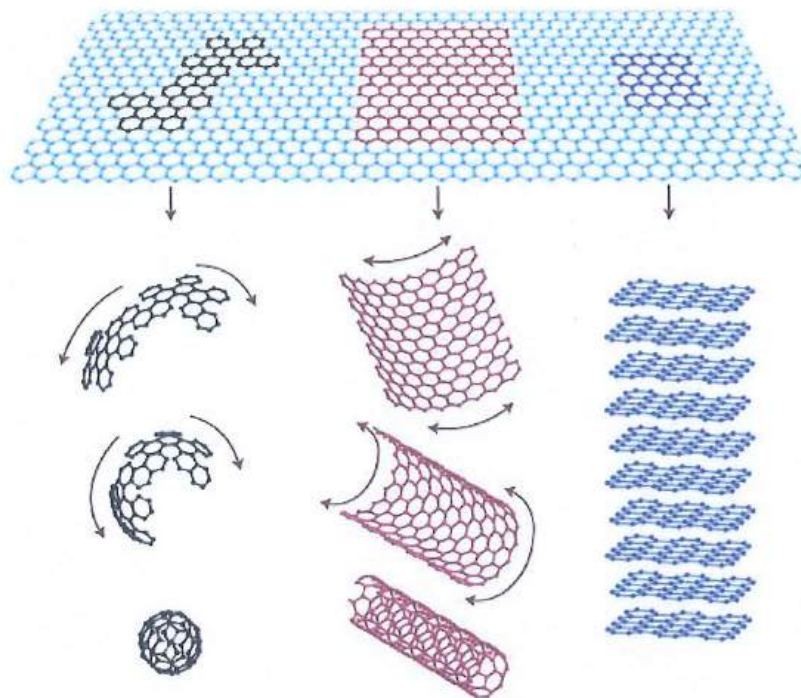


Hình 1.4. Cấu trúc Graphene

Graphene có cấu trúc đơn lớp nguyên tử, dạng tấm bao gồm các nguyên tử carbon ở trạng thái lai hóa sp^2 trong cấu trúc tổ ong. Khoảng cách giữa hai nguyên tử carbon kế cận là 0.142 nm, khoảng cách giữa hai lớp graphene là 3- 4Å, chiều dày mỗi tấm graphene là 0.35 - 1.0 nm. Graphene được xem như là vật liệu mỏng nhất trong vũ trụ

Graphene là một vật liệu mới, có những tính chất cơ học và vật lý đặc biệt như khả năng dẫn điện tốt, với độ dẫn nhiệt $= 5300 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ (gấp 10 lần của đồng), độ bền cao $= 42\text{N/m}$ (gấp 100 lần thép), mềm dẻo, tỉ trọng nhẹ $= 0,77 \text{ mg/ m}^2$, gần như trong suốt (hấp thụ chỉ 2.3% ánh sáng truyền qua) [17, 26, 45, 75, 88, 90, 91, 105]. Dạng vật liệu này đã và đang thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà khoa học, nhiều nhóm nghiên cứu trên thế giới thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau. Những nghiên cứu về

graphene mới được công bố, khẳng định loại vật liệu mới này có độ cứng còn hơn cả kim cương và là loại vật liệu mỏng nhất trong tất cả các loại vật liệu mà loài người đã từng tạo ra. Ngoài ra, tính dẫn điện của graphene cũng rất lý tưởng.

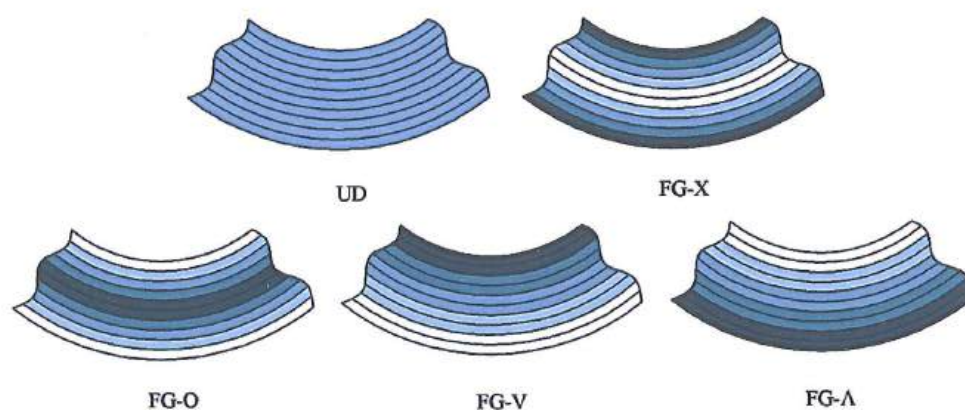


Hình 1.5. Các hình thái của graphene

Do sở hữu các đặc tính cơ học ưu việt, vượt trội so với vật liệu truyền thống, graphene được xem là vật liệu tiềm năng để gia cường cho composites [45]. Khi hàm lượng graphene trong vật liệu gia cường ở mức thấp, việc áp dụng phân bố theo kiểu cơ tính biến thiên (FG) là một giải pháp hiệu quả để thu được những đặc tính cơ học tốt hơn. Nhiều nghiên cứu đã chứng minh rằng việc phân bố graphene trong nền polymer có hiệu quả đáng kể trong việc cải thiện các đặc tính cơ học, chẳng hạn mô đun đàn hồi tăng 98.7% và độ cứng tăng 240.4% [66, 165].

Các loại vật liệu composite gia cường bằng graphene đã trở thành một chủ đề được quan tâm rộng rãi trong những năm gần đây, nhờ vào các tính năng vượt trội của chúng. FG-GRC là một dạng đặc biệt của vật liệu này, sự hình thành của nó dựa trên việc sắp xếp các tấm graphene trong nền polymer theo các hướng cụ thể như zigzag hoặc armchair. Khi cạnh zigzag của tấm graphene nằm theo hướng dọc của vỏ, góc lớp (góc giữa hướng của cạnh zigzag của tấm graphene và hướng dọc của vỏ) được ký hiệu là 0. Nếu cạnh zigzag của tấm graphene nằm theo hướng chu vi, góc lớp được ký hiệu là 90. Vỏ được cấu tạo từ 10 lớp GRC (5 lớp cho mỗi mặt) và có ba

trường hợp sắp xếp được xem xét là $(0/90)_{ST}$, $(0/90/0/90/0)_S$ và $(0)_{10}$. Tùy theo thiết kế, hàm lượng graphene có thể thay đổi qua các lớp khác nhau theo chiều dày của vật liệu, tạo nên một dạng composite vừa mang đặc điểm của composite nhiều lớp truyền thống vừa mang đặc điểm giống vật liệu FGM. Sự kết hợp này, cùng với hiệu ứng ở cấp độ nano của graphene, giúp cho ứng xử cơ học của các kết cấu dạng tấm/vỏ chế tạo từ FG-GRC trở nên đặc biệt. Tuy nhiên, điều này cũng khiến cho việc tính toán và phân tích cơ học trở nên phức tạp hơn so với vật liệu composite thông thường. Về cấu trúc, nhiều lớp GRC thường được sử dụng để chế tạo tấm/vỏ FG-GRC, trong đó, tỷ lệ graphene trong mỗi cách sắp xếp được điều chỉnh theo các dạng phân bố khác nhau như FG-O, FG-X, FG- Λ , FG-V và phân bố đồng đều UD (Hình 1.6).



Hình 1.6. Một số kiểu phân bố graphene

Trong thực tế, các thành phần vật liệu cấu tạo nên composite có tính chất phụ thuộc và biến đổi theo nhiệt độ. Khi làm việc trong môi trường nhiệt độ cao, xu hướng tăng được ghi nhận đối với hệ số dẫn nhiệt và giãn nở nhiệt, trong khi mô đun đàn hồi của vật liệu lại có xu hướng giảm. Do đó, ảnh hưởng của nhiệt độ đến tính chất vật liệu thành phần cần phải được xem xét trong quá trình phân tích. Các tính chất cơ học, nhiệt và điện của tấm graphene - một vật liệu có tính dị hướng, đều suy giảm đáng kể khi nhiệt độ tăng đã được chứng minh trong nhiều nghiên cứu trước đây [34, 88, 105, 131].

Theo mô hình Halpin-Tsai cải tiến, các lớp GRC có mô đun trượt và mô đun đàn hồi có thể tính thông qua các công thức [126]

$$\begin{aligned}
G_{12}^f &= \eta_3 \frac{G_m}{1 - V_{GRC} \gamma_{12}^{GRC}}, \\
E_1^f &= \eta_1 \frac{1 + 2V_{GRC} \gamma_1^{GRC} E_m (a_{GRC} / h_{GRC})}{(1 - \gamma_1^{GRC} V_{GRC})}, \\
E_2^f &= \eta_2 \frac{1 + 2V_{GRC} \gamma_2^{GRC} E_m (b_{GRC} / h_{GRC})}{(1 - \gamma_2^{GRC} V_{GRC})}.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
\gamma_1^{GRC} &= -\frac{1 - E_1^{GRC} / E_m}{E_1^{GRC} / E_m + 2a_{GRC} / h_{GRC}}, \\
\gamma_2^{GRC} &= -\frac{1 - E_2^{GRC} / E_m}{E_2^{GRC} / E_m + 2b_{GRC} / h_{GRC}}, \\
\gamma_{12}^{GRC} &= -\frac{1 - G_{12}^{GRC} / G_m}{G_{12}^{GRC} / G_m},
\end{aligned} \tag{1.7}$$

với h_{GRC} , a_{GRC} , b_{GRC} , lần lượt là chiều dày, chiều dài, chiều rộng của tấm graphene.

G_{12}^{GRC} là mô đun trượt và các mô đun đàn hồi của tấm graphene lần lượt là E_1^{GRC} , E_2^{GRC} , V_{GRC} là tỷ phần thể tích graphene và các tham số hiệu dụng của graphene được ký hiệu là η_1 , η_2 , η_3 (Bảng 1.1). E_m là mô đun đàn hồi và G_m là mô đun trượt của vật liệu nền đẳng hướng và thuần nhất.

Vật liệu FG-GRC thường được thiết kế với chiều dày gồm 10 lớp trực hướng, trong đó tỷ phần thể tích graphene ở từng lớp thay đổi theo năm quy luật sau:

- Quy luật UD: V_{GRC} ở tất cả các lớp là bằng nhau và bằng [0.07/0.07/0.07/0.07/0.07].
- Quy luật FG-X và FG-O: năm lớp trên cùng có V_{GRC} được phân bố đối xứng với năm lớp bên dưới lần lượt là [0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_s và [0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_s.
- Quy luật FG-A và FG-V: năm lớp trên cùng có V_{GRC} được phân bố đối xứng với năm lớp bên dưới lần lượt là [0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_s và [0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_s.

Bảng 1.1. Các tham số hiệu dụng của graphene [124]

V_{GRC}	η_1	η_2	η_3
$T = 300(K)$			
0.03	2.929	2.855	11.842
0.05	3.068	2.962	15.944
0.07	3.013	2.966	23.575
0.09	2.647	2.609	32.816
0.11	2.311	2.260	33.125
$T = 400(K)$			
0.03	2.977	2.896	0.831
0.05	3.128	3.023	0.848
0.07	3.060	3.027	0.867
0.09	2.701	2.603	0.886
0.11	2.405	2.337	0.906
$T = 500(K)$			
0.03	9.424	9.424	9.424
0.05	14.72	14.72	14.72
0.07	20.21	20.21	20.21
0.09	25.90	25.90	25.90
0.11	31.82	31.82	31.82

Các lớp GRC có hệ số Poisson ν_{12}^f , hệ số giãn nở nhiệt α_1^f , α_2^f được xác định theo công thức sau

$$\begin{aligned}
 \nu_{12}^f &= V_{GRC} \nu_{12}^{GRC} + V_m \nu_m, \\
 \alpha_1^f &= \frac{V_{GRC} E_1^{GRC} \alpha_1^{GRC} + V_m E_m \alpha_m}{V_{CNT} E_1^{CNT} + V_m E_m}, \\
 \alpha_2^f &= (1 + \nu_{12}^{GRC}) V_{GRC} \alpha_2^{GRC} + (1 + \nu_m) V_m \alpha_m - \nu_{12}^f \alpha_1^f.
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

trong đó ν_m là hệ số Poisson của nền polymer; α_m^* và α_1^{GRC} , α_2^{GRC} lần lượt là hệ số giãn nở nhiệt của nền polymer và graphene; V_m biểu thị tỷ phần thể tích của nền polymer, đồng thời $V_{GRC} + V_m = 1.0$.

Các mô đun đàn hồi trục hướng E_1^{GRC} , E_2^{GRC} , mô đun cắt G_{12}^{GRC} , hệ số giãn nở nhiệt α_1^{GRC} , α_2^{GRC} được tính toán như sau [72]

$$\begin{aligned} E_1^{GRC} &= (2.16637 - 0.00193T + 2.93701 \times 10^{-6}T^2 - 1.51775 \times 10^{-9}T^3) \times 10^{12} \text{ Pa} \\ E_2^{GRC} &= (2.16868 - 0.00193T + 2.85954 \times 10^{-6}T^2 - 1.45145 \times 10^{-9}T^3) \times 10^{12} \text{ Pa} \\ G_{12}^{GRC} &= (0.53514 + 8.24436 \times 10^{-4}T - 1.2932 \times 10^{-6}T^2 + 5.78507 \times 10^{-10}T^3) \times 10^{12} \text{ Pa} \\ \alpha_1^{GRC} &= (-3.83788 + 0.01416T - 1.63355 \times 10^{-5}T^2 + 6.33589 \times 10^{-9}T^3) \times 10^{-6} / \text{K} \\ \alpha_2^{GRC} &= (-3.73997 + 0.01296T - 1.35033 \times 10^{-5}T^2 + 4.60392 \times 10^{-9}T^3) \times 10^{-6} / \text{K} \\ \nu_{12}^{GRC} &= 0.177, \end{aligned} \quad (1.9)$$

trong đó $T = \Delta T + T_0$ (K); sự biến thiên nhiệt độ của môi trường chứa kết cấu so với giá trị ban đầu mà ở đó kết cấu không có biến dạng nhiệt được ký hiệu là ΔT và $T_0 = 300$ (K) là nhiệt độ trong phòng, ν_{12}^{GRC} là hệ số Poisson của graphene.

1.2.4. Tiềm năng ứng dụng vật liệu nanocomposite và kết cấu tấm vỏ nanocomposite trong xây dựng công trình

Gần đây, vật liệu nanocomposite bắt đầu được nghiên cứu, sử dụng trong ngành xây dựng và thu hút sự quan tâm rộng rãi bởi tiềm năng ứng dụng thực tế (Hình 1.7 và 1.8). Chúng đã mang lại cơ hội lớn trong xây dựng bền vững, công trình xanh nhờ tính hiệu quả và khả năng bảo vệ môi trường. Hiện nay, nanocomposite bắt đầu được sử dụng để sản xuất các loại bê tông và xi măng có độ bền cao. Ví dụ, bê tông chứa các hạt nano có thể tăng cường độ bền và tuổi thọ của các công trình như cầu, tòa nhà cao tầng. Điều này giúp giảm chi phí bảo trì và sửa chữa, đồng thời tăng cường độ an toàn và bền vững của các công trình. Việc ứng dụng vật liệu nano nhằm cải tiến các vật liệu truyền thống đang nhận được sự quan tâm đặc biệt trong lĩnh vực khoa học vật liệu. Đồng thời, các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu hiện đại ngày càng khắt khe, đặt ra nhiều yêu cầu mới đối với tính năng và hiệu suất của vật liệu xây dựng. Tấm sàn, trần làm từ vật liệu nanocomposite có khả năng chịu lực tốt hơn và độ bền

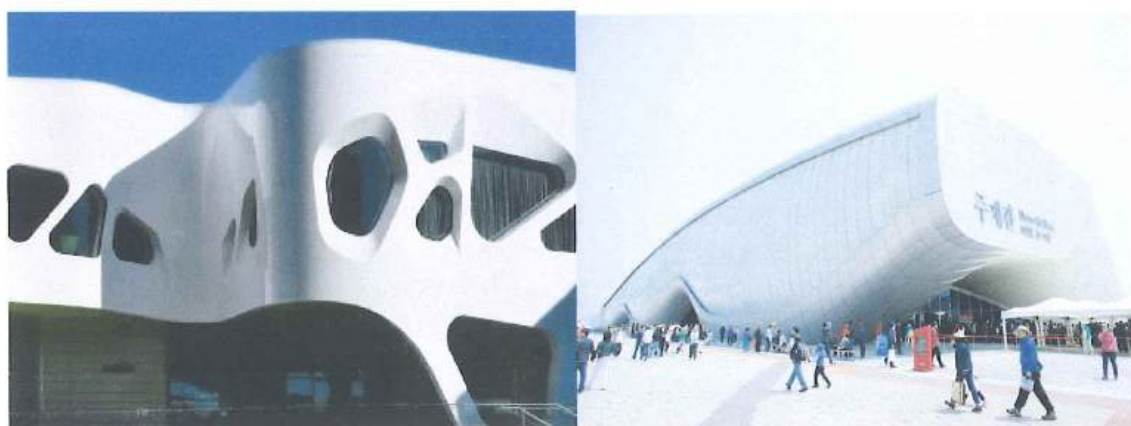
cao hơn so với các vật liệu truyền thống. Nhờ có trọng lượng nhẹ và độ bền vượt trội, việc sử dụng các tấm này giúp giảm khối lượng tổng thể của công trình, từ đó giảm chi phí vận chuyển và lắp đặt. Bên cạnh đó, vật liệu nanocomposite còn có khả năng chống mài mòn và chống ăn mòn, giúp kéo dài tuổi thọ sử dụng. Đối với các kết cấu vỏ làm bằng nanocomposite có thể chịu được điều kiện thời tiết khắc nghiệt như nắng nóng, mưa to hoặc gió mạnh. Nhờ đặc tính bền và cứng, các kết cấu vỏ giúp bảo vệ công trình khỏi các tác động từ môi trường bên ngoài. Khả năng chống ăn mòn của vật liệu cũng giúp giảm thiểu chi phí bảo trì và sửa chữa trong suốt quá trình sử dụng. Ngoài ra, CNT còn có khả năng cải thiện tính cơ học của bê tông và thép. Chúng làm tăng độ cứng, chống nứt và khả năng chịu kéo. Bê tông chứa CNT được định hướng ứng dụng cho các kết cấu công trình như cầu, tòa nhà và cơ sở hạ tầng. Thép chứa CNT thường được sử dụng trong các kết cấu như cầu, tòa nhà cao tầng và nhà máy sản xuất. Ngoài ra, CNT còn giúp tạo ra sơn tự làm sạch bề mặt. Màng phim nano là một ứng dụng khác của CNT, có khả năng chống thấm nước, chống tia UV và cải thiện tính cơ học của các kết cấu xây dựng. Cảm biến tích hợp CNT giúp giám sát tải trọng, nhiệt độ và độ ẩm trong các công trình xây dựng.

Bên cạnh CNT, thì các đặc tính vượt trội của graphene cũng được khai thác để cải thiện các vật liệu xây dựng như bê tông và thép. Việc tích hợp graphene tăng cường độ bền kéo, giảm trọng lượng và cung cấp khả năng chống ăn mòn tốt hơn. Hơn nữa, lớp phủ chứa graphene có thể sử dụng cho bề mặt các kết cấu chống thấm nước và chống tia UV. Graphene có thể được sử dụng để cải thiện hiệu suất của nhiều loại vật liệu, bao gồm bê tông, thép và nhựa đường [106]. Ví dụ, graphene có thể được thêm vào bê tông để cải thiện độ bền, khả năng chống cháy và kháng nước. Nó cũng có thể được thêm vào thép để tăng cường độ cứng và kháng ăn mòn. Ngoài ra, nó còn có thể được thêm vào nhựa đường để cải thiện độ bền, khả năng chống nước. Graphene cũng hoạt động trong quá trình lọc nước. Ngoài việc cải thiện hiệu suất của các vật liệu hiện có, graphene còn được sử dụng để tạo ra các loại vật liệu xây dựng mới với tính chất độc đáo. Ví dụ, graphene có thể được sử dụng để sản xuất bê tông tự phục hồi có khả năng tự sửa chữa sau khi bị hỏng. Graphene cũng có thể được sử dụng để tạo ra các composite nhẹ và độ cứng cao có thể được sử dụng trong nhiều ứng dụng khác nhau.

Cùng với sự phát triển vượt bậc của công nghệ vật liệu, phần lớn các vật liệu nanocomposite đã được đưa vào sản xuất công nghiệp với giá thành ngày một rẻ và chất lượng ngày càng cao. Điều này giúp cho việc đưa các vật liệu này vào công tác thiết kế và thi công các công trình giao thông, xây dựng ngày càng phổ biến và trở thành lựa chọn hàng đầu. Vật liệu nanocomposite hiện đã được nghiên cứu và tiếp tục phát triển tương đối toàn diện, với nhiều dạng, ngoài ra tầm ảnh hưởng của nó trên thị trường ngày càng lớn. Việc đẩy mạnh chiến lược phát triển bền vững, cùng với sự mở rộng không ngừng của lĩnh vực xây dựng, các vật liệu tiên tiến mới như nanocomposite chắc chắn sẽ mang lại nhiều lợi ích đặc biệt.



a) Sân bay quốc tế Malpensa (thị trấn Ferno, tỉnh Varese, Ý). b) Tòa nhà cơ sở tiền lâm sàng - Viện khoa học và Công nghệ Áo (thị trấn Klosterneuburg, huyện Tulln, Áo).



c) Viện thể thao Tây Úc (thành phố Perth, bang Tây Úc, Úc) d) Trung tâm thời trang Dongdaemun (thành phố Seoul, Hàn Quốc)

Hình 1.7. Ứng dụng vật liệu nanocomposite sandwich trong công trình xây dựng dân dụng



a) Cầu công nghệ composite (thành phố Bristol, Anh)



b) Giải pháp sàn FRP được cung cấp cho cầu có nhịp dài



c) Cầu tưởng niệm John Lewis (thành phố Seattle, Washington, Hoa Kỳ)



d) Cầu đi bộ làm từ vật liệu composite (làng Sedlescombe, quận Rother, Anh)

Hình 1.8. Ứng dụng vật liệu nanocomposite sandwich trong công trình cầu

1.3. Các nghiên cứu về ứng xử cơ học của kết cấu tấm vỏ cơ tính biến thiên và cơ tính biến thiên sandwich

1.3.1. Kết cấu tấm vỏ FGM và FGM sandwich

Một số dạng kết cấu như vỏ thoải hai độ cong, panel trụ và tấm FGM đã thu hút sự chú ý đặc biệt của nhiều nhà nghiên cứu. Bằng cách sử dụng lý thuyết tấm cổ điển với phi tuyến hình học von Kármán, phương pháp Galerkin và tiếp cận hàm ứng suất, Singh và Harha [134] đã phân tích động lực học phi tuyến của tấm FGM sandwich trên nền đàn hồi đặt trong môi trường nhiệt. Lý thuyết biến dạng trượt bậc cao (HSDT) đã được Sobhy [135] sử dụng để phân tích đáp ứng dao động và ổn định của tấm dày FGM sandwich đặt trong môi trường nhiệt ẩm. Zenkour và Sobhy [162]

đã khảo sát ổn định nhiệt tuyến tính của tấm FGM sandwich với các điều kiện biên khác nhau theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (FSDT). Tiếp theo, Đỗ Nguyễn Văn Vương và Lee [152] đã sử dụng phương pháp không lưới cải tiến dựa trên HSDT để phân tích ổn định nhiệt của tấm FGM sandwich. Phương pháp Galerkin kết hợp với lý thuyết tấm cổ điển, Nguyễn Đình Đức và Phạm Hồng Công [24] đã nghiên cứu bài toán ổn định phi tuyến của tấm Sigmoid-FGM được bao quanh bởi nền đàn hồi, trong đó xem xét các thành phần biến dạng trượt ngang theo HSDT của Reddy và nền đàn hồi sử dụng mô hình của Pasternak. Cùng hướng tiếp cận này, ổn định phi tuyến của tấm và panel trụ FGM cũng đã được Nguyễn Đình Đức và Hoàng Văn Tùng [23, 151] phân tích dưới tác dụng đồng thời của tải trọng cơ và nhiệt. Trong nghiên cứu [117], Shen và Wang đã khảo sát dao động phi tuyến của panel trụ FGM đặt trên nền đàn hồi, sử dụng HSDT của Reddy kết hợp với phương pháp nhiễu hai bước.

Bên cạnh những kết cấu trên, kết cấu FGM có dạng vỏ trụ và vỏ trống cũng là những kết cấu đặc biệt đáng chú ý trong lĩnh vực kỹ thuật và thường được ứng dụng trong thực tế. Ứng xử mất ổn định của vỏ trụ FGM, có hoặc không có nền đàn hồi bao quanh đã được nghiên cứu trong một số công trình, xét đến tác động đồng thời của tải cơ và nhiệt [12, 15]. Bagherizadeh và cộng sự [11] đã áp dụng HSDT cùng với phương pháp cân bằng lân cận để nghiên cứu về ổn định cơ học của vỏ trụ FGM, có nền đàn hồi bao quanh. Shen và cộng sự [108, 109, 111, 115] đã tập trung vào ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGM trong môi trường nhiệt, với sự tác động đồng thời của áp lực hướng tâm và tải trọng xoắn, bao quanh bởi nền đàn hồi. Các nghiên cứu được thực hiện dựa trên FSDT, lý thuyết vỏ Donnell, phi tuyến hình học kiểu von Kármán và phương pháp năng lượng Ritz. Phân tích mất ổn định nhiệt và sau mất ổn định của vỏ trụ FGM, dưới tác dụng của tải trọng tĩnh và động đã được nhóm tác giả Babaei và cộng sự [8], nhóm tác giả Esmaeili và cộng sự [29] xem xét và thảo luận. Ổn định động và tĩnh của vỏ trụ FGM với các điều kiện biên khác nhau dựa trên các lý thuyết biến dạng trượt khác nhau đã được trình bày bởi Sofiyev và Hui [138], Sofiyev và Fantuzzi [139]. Vỏ trụ sandwich biến dạng trượt với lõi FGM, chịu tác dụng của tải trọng nhiệt và nén dọc trục, đã được Phạm Minh Vương và Nguyễn Đình Đức [153] nghiên cứu về ổn định phi tuyến. Bằng cách sử dụng phương pháp Galerkin và lý thuyết vỏ Donnell. Dao động xoắn và ổn định động của vỏ trụ FGM và vỏ trụ có lớp

phủ FGM đã được xem xét trong các công trình [82, 136, 137]. Với lý thuyết tương tự của các công trình [82, 136, 137] và áp dụng phương pháp năng lượng Ritz, Huang và Han đã nghiên cứu ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGM chịu xoắn trong môi trường nhiệt [46]. Ngoài ra, Nguyễn Thị Phương và cộng sự [97], Vũ Hoài Nam và cộng sự [84] đã khảo sát vỏ trụ sandwich FGM, gia cường các gân xoắn ốc bằng cách sử dụng kỹ thuật san gân theo Lekhnitskii.

1.3.2. Kết cấu tấm vỏ FG-CNTRC và FG-CNTRC sandwich

Trong những năm gần đây, các nhà khoa học đã thể hiện sự quan tâm lớn đối với ống nano carbon (CNT), nhiều công trình nghiên cứu đã tập trung phân tích ứng xử phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong, panel và tấm FG-CNTRC và FG-CNTRC sandwich, đặc biệt trong điều kiện nhiệt và đặt trên nền đàn hồi. Ổn định tuyến tính của các tấm FG-CNTRC dưới tải trọng cơ học đã được xem xét trong các công trình [61, 154] sử dụng phương pháp số học và phương pháp bán giải tích tương ứng. Trong nghiên cứu về ứng xử mất ổn định và sau mất ổn định của kết cấu composite gia cường CNT dưới tác động của môi trường nhiệt và tải trọng cơ-nhiệt, Shen và cộng sự đã có nhiều nghiên cứu quan trọng và liên tục. Nhóm tác giả đã phân tích ổn định nhiệt của tấm FG-CNTRC trong điều kiện nhiệt độ đồng đều và nhiệt độ thay đổi trong mặt phẳng [112, 113], đồng thời khảo sát các panel trụ FG-CNTRC chịu nén dọc trục [119]. Các nghiên cứu tiếp theo mở rộng đến bài toán uốn phi tuyến của panel trụ trên nền đàn hồi trong môi trường nhiệt [120], trường hợp chịu tải cơ-nhiệt kết hợp [122], cũng như khảo sát sau mất ổn định khi kết cấu chịu thêm áp lực hướng tâm [121, 123]. Cùng hướng tiếp cận này, Liew và cộng sự [70] cũng đã nghiên cứu ổn định của panel trụ FG-CNTRC chịu nén dọc trục, góp phần khẳng định vai trò của mô hình hóa phi tuyến trong đánh giá khả năng chịu tải của kết cấu composite tiên tiến. Ngoài ra, các tác giả trong công trình [147, 149] đã tập trung khảo sát ổn định nhiệt đàn hồi và ứng xử phi tuyến cơ-nhiệt của các panel trụ FG-CNTRC có biên liên kết đàn hồi, đặt trên nền đàn hồi và điều kiện ràng buộc tiếp tuyến, dưới ảnh hưởng của nhiệt độ phân bố không đều. Babaei [9] nghiên cứu hiện tượng snap-buckling do tác động cơ-nhiệt của các panel trụ dài trên nền đàn hồi phi tuyến. Trong khi đó, Macías và cộng sự [74] mở rộng phạm vi nghiên cứu sang các panel trụ cong

composite cơ tính biến thiên, chịu đồng thời tải cắt tải và nén dọc trục, góp phần làm rõ hơn hiện tượng mất ổn định trong điều kiện làm việc phức tạp.

Bên cạnh các nghiên cứu về các vấn đề liên quan đến dao động, ổn định động và tĩnh của các kết cấu FG-CNTRC và FG-CNTRC sandwich cũng thu hút sự quan tâm đáng kể. Mirzaei và Kiani [77] đã khảo sát dao động tự do phi tuyến của tấm FG-CNTRC. Mohammadimehr và Mostafavifar [81] đã phân tích tần số dao động tự do tuyến tính của tấm FG-CNTRC sandwich chịu tác dụng của từ trường. Shen và cộng sự [125] đã khảo sát dao động của tấm FG-CNTRC sandwich mất ổn định nhiệt trên nền đàn hồi theo HSDT và kỹ thuật nhiễu hai bước. Di Sciuva và Sorrenti [19] đã nghiên cứu ổn định tuyến tính và dao động tự do của tấm FG-CNTRC sandwich theo lý thuyết Zigzag mở rộng. Các tác giả Wang và Shen [155] đã khảo sát dao động của các tấm FG-CNTRC có biên độ lớn, có xét đến yếu tố nhiệt độ, đặt trên nền đàn hồi. Nhóm của Lei và cộng sự [62] đã sử dụng xấp xỉ đầu tiên của Bolotin để xác định các vùng mất ổn định khi phân tích ổn định động của panel trụ FG-CNTRC. Mirzaei và Kiani [76] đã khảo sát dao động tự do của panel trụ FG-CNTRC và chỉ ra rằng các yếu tố như chiều dày, tỷ lệ CNT phân bố và điều kiện biên có ảnh hưởng lớn đến tần số dao động. Kiani [54] cũng đã nghiên cứu bài toán panel trụ chịu tải trọng động, giúp đánh giá được phản ứng dao động trong điều kiện tải động không đều theo thời gian. Foroutan và cộng sự [31, 32] đã nghiên cứu chi tiết về vấn đề ổn định nhiệt âm, tĩnh và động của panel trụ FG-CNTRC đặt trên nền đàn nhớt phi tuyến. Bhagat và cộng sự [13] đã khảo sát ứng xử mất ổn định và dao động riêng của panel trụ FG-CNTRC phụ thuộc nhiệt độ chịu tải nhiệt.

Các bài toán về ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC và FG-CNTRC sandwich đã được nhiều tác giả nghiên cứu dưới nhiều loại tải trọng khác nhau. Trong đó, các công trình [40, 41] đã xem xét hiện tượng mất ổn định biến dạng trượt của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC trong môi trường nhiệt chịu tác dụng của tải cơ bằng phương pháp Galerkin. Ngoài ra, các tác giả [41, 43] cũng đã khảo sát ứng xử ổn định cơ-nhiệt của vỏ trụ composite CNT chịu áp lực hướng tâm, với ràng buộc cạnh tiếp tuyến, có hoặc không có nền đàn hồi trong điều kiện nhiệt độ khác nhau. Golmakani và cộng sự [35] đã khảo sát độ võng lớn của vỏ trụ FG-CNTRC khi chịu đồng thời sự phân bố nhiệt độ không đều và áp lực bên trong. Vỏ trụ FG-CNTRC trục hướng

chịu xoắn trong môi trường nhiệt đã được nghiên cứu bởi Vũ Hoài Nam và cộng sự [85] về ứng xử sau mất ổn định phi tuyến. Kỹ thuật san gân theo Lekhnitskii cũng được cải tiến cho các gân gia cường FG-CNTRC trên cơ sở của lý thuyết dầm dị hướng để xem xét cho các vỏ trụ FG-CNTRC có gân gia cường [21, 145] về ứng xử mất ổn định phi tuyến. Nhóm tác giả trong công trình [148] đã nghiên cứu bài toán đối với vỏ trống FG-CNTRC trong điều kiện ràng buộc cạnh và nền đàn hồi bao quanh, trong giai đoạn sau mất ổn định nhiệt-xoắn đối. Ngoài ra, FG-CNTRC còn được kết hợp với lõi auxetic để tạo thành vật liệu sandwich với các hiệu ứng dị hướng phức tạp [22, 146]. Vỏ trụ sandwich FG-CNTRC với lõi auxetic trong bài toán ổn định phi tuyến đã được Lê Ngọc Lý và cộng sự nghiên cứu [73].

Đáp ứng động của vỏ trụ FG-CNTRC với hiệu ứng đàn nhót, nhiệt độ và độ ẩm [36] và với các hiệu ứng đàn nhót trong điều kiện môi trường nhiệt ẩm [44] đã được các tác giả nghiên cứu bằng phương pháp năng lượng Ritz và hàm số Hankel. Shen và cộng sự [130] khảo sát dao động biên độ lớn của vỏ trụ nhiều lớp FG-CNTRC có hệ số Poisson âm. Phân tích dao động phi tuyến và mất ổn định của vỏ trụ FG-CNTRC với nền đàn hồi trục hướng và truyền chất lỏng nhớt cũng đã được đề cập [14]. Nhóm tác giả trong công trình [140] đã phân tích đáp ứng dao động của vỏ trụ composite gia cường CNT cơ tính biến thiên bằng nguyên lý Hamilton và HSDT. Vỏ trụ nghiêng FG-CNTRC trong bài toán về đáp ứng dao động tự do đã được nghiên cứu bằng đa thức Chebyshev-Ritz theo FSDT [55] và phương pháp cầu phương vi phân [38].

1.3.3. Kết cấu tấm vỏ FG-GRC và FG-GRC sandwich

Đối với các tấm FG-GRC và FG-GRC sandwich, phương pháp nhiễu được sử dụng để khảo sát mất ổn định của các vỏ trụ FG-GRC chịu tác dụng của tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm với HSDT [124, 126-128]. Trong công trình [160], hiện tượng sau mất ổn định của tấm sandwich với lớp mặt composite gia cường graphene trong môi trường nhiệt đã được Yu và cộng sự phân tích. Tiếp theo, Shen và cộng sự [129] tiếp tục mở rộng hướng nghiên cứu này trên các panel trụ nhiều lớp FG-GRC với tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ, tập trung vào đánh giá trạng thái kết cấu sau mất ổn định nhiệt. Một đóng góp quan trọng khác từ Vũ Hoài Nam và cộng sự [87] đã phát triển một phương pháp giải tích mới để giải quyết các bài toán về ổn định phi

tuyến của panel FG-GRC nhiều lớp với ba dạng hình học đặc trưng: panel hình trụ, parabol và nửa hình sin.

Về dao động, Fan và cộng sự [30] đã khảo sát phản ứng va chạm chậm của các tấm FG-GRC nhiều lớp đặt trên nền đàn nhớt. Đáp ứng dao động tự do phi tuyến của tấm FG-GRC sandwich trong môi trường nhiệt đã được Wang và Shen [156] phân tích. Phương pháp đẳng hình học dựa trên B-spline không đồng nhất đã được áp dụng để nghiên cứu ứng xử ổn định nhiệt và dao động tự do của các tấm FG-GRC dựa trên FSDT và HSDT [56, 57, 78]. Các tấm composite nhiều lớp gia cường bằng graphene có khuyết tật đã được Zevejdeji và cộng sự [163] phân tích trong giai đoạn mất ổn định và sau mất ổn định đa thang. Các phân tích cơ nhiệt và dao động của panel trụ xấp FG-GRC được thực hiện bằng cách sử dụng HSDT và FSDT [164, 89]. Vỏ trụ FG-GRC cũng được khảo sát sử dụng lý thuyết vỏ Donnel và phương pháp Galerkin xem xét đến tương tác giữa vỏ và nền [99]. Vỏ trụ FG-GRC trong các nghiên cứu về ổn định đã được xem xét đối với trường hợp có gân gia cường [86, 98, 100] hoặc kết hợp lõi auxetic [101, 102]. Các trạng thái sau mất ổn định và va chạm tốc độ thấp của vỏ trụ sandwich và tấm sandwich có lớp phủ mặt FG-GRC và lõi auxetic 3D cũng đã được khảo sát trong nhiều nghiên cứu [63, 64].

Tương tự như FGM và FG-CNTRC, các kết cấu tấm vỏ làm từ FG-GRC đã được nghiên cứu và chứng minh rằng có hiệu quả vượt trội trong việc cải thiện khả năng chịu tải của kết cấu. Những kết quả này là cơ sở quan trọng để mở rộng ứng dụng FG-GRC vào lớp mặt hoặc lõi của kết cấu sandwich nhằm nâng cao chất lượng của kết cấu.

1.3.4. Kết cấu gấp nếp và sandwich lõi gấp nếp

Kết cấu sandwich có lõi gấp nếp là kết cấu trong đó lớp lõi có hình dạng đặc biệt, với các nếp gấp có kích thước nhỏ hơn nhiều so với kích thước tổng thể và được lặp lại liên tục theo một hướng nhất định. Đặc điểm cấu tạo này làm cho độ cứng của các gấp nếp thay đổi rất nhiều theo các hướng khác nhau. Do đặc điểm hình học đặc biệt, kết cấu gấp nếp trở nên dị hướng mạnh về mặt cơ học, điều này là đặc trưng quan trọng của lõi gấp nếp, giúp kết cấu có khả năng chịu tải trọng tốt theo hướng thiết kế ưu tiên, trong khi vẫn duy trì được khối lượng nhẹ và giảm tập trung ứng suất, từ đó nâng cao độ bền và độ ổn định tổng thể.

Nhờ những ưu điểm trên, kết cấu tấm và vỏ sandwich có lõi gấp nếp đã được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật như hàng không vũ trụ, giao thông vận tải và xây dựng. Trong các ứng dụng này, lõi gấp nếp được thiết kế như một giải pháp phù hợp cho kết cấu sandwich giúp nâng cao đáng kể sức chịu tải, tăng độ ổn định, đồng thời giảm khối lượng và chi phí sản xuất của kết cấu tổng thể. Mặc dù nhiều nghiên cứu tập trung vào đặc tính cơ học của tấm gấp nếp độc lập, nhưng các kết quả này hoàn toàn có thể được sử dụng để làm rõ ứng xử cơ học của lớp lõi trong kết cấu sandwich có lõi gấp nếp.

Vũ Thọ Hưng và cộng sự [47, 48] đã đề xuất một phương pháp giải tích mới về phân tích ứng xử mất ổn định toàn cục phi tuyến của vỏ trụ FGM và FG-CNTRC gấp nếp có dạng xoắn ốc dưới tác dụng của áp lực hướng tâm và có nền đàn hồi bao quanh. Bằng cách áp dụng kỹ thuật đồng nhất hóa cho kết cấu gấp nếp của Xia và cộng sự [159], nhóm tác giả Liew và cộng sự [68, 94] đã xem xét đến ứng xử phi tuyến của các tấm gấp nếp sử dụng FSDT và phương pháp không lưới. Kumar [60] đã nghiên cứu ứng xử độ võng lớn của kết cấu gấp nếp, trong đó có xét đến ảnh hưởng của phi tuyến hình học cũng như dao động nhiệt–đàn hồi phi tuyến. Pathirana và Qiao [92, 93] đã phân tích hiện tượng mất ổn định cục bộ đàn hồi của các panel composite có gấp nếp hình sin chịu nén dọc trục và chịu tải cắt.

Xia và cộng sự [157, 158] đã phân tích hiện tượng uốn dọc của các panel sandwich có lõi gấp nếp với nhiều dạng hình học khác nhau. Đáp ứng nhiệt của các panel sandwich lõi gấp nếp bằng vật liệu composite trong quá trình bị xói mòn đã được Shi và cộng sự mô phỏng trong công trình [132]. Kavermann và Bhattacharyya [51] đã thực hiện các thí nghiệm về ứng xử tĩnh của kết cấu sandwich có lõi gấp nếp bằng ván ép. Các thí nghiệm được thực hiện với các hướng gấp nếp khác nhau trong trường hợp lõi gấp nếp một lớp và hai lớp, làm cơ sở để xác định tính chất toàn cục của kết cấu sandwich với lõi có hình dạng khác nhau. Shaban và Alibeigloo [107] đã sử dụng phương pháp năng lượng để phân tích bài toán đàn hồi ba chiều của panel sandwich có lõi gấp nếp. Nhóm tác giả Shu và cộng sự [133] đã nghiên cứu quá trình phá hủy của panel sandwich có hai lớp lõi gấp nếp khi bị nghiền.

Về phân tích dao động và đáp ứng động của các tấm và vỏ gấp nếp trong nhiều điều kiện tải khác nhau, Li và cộng sự [65] đã phân tích dao động của tấm sandwich

có lõi gấp nếp kiểu mới bằng cách sử dụng FSDT cho tấm và vỏ. Zamanifar và cộng sự [161] khảo sát ứng xử tĩnh và động của tấm sandwich lõi gấp nếp bằng phương pháp dải hữu hạn. Nhóm tác giả Liew và cộng sự [69] đã phân tích dao động của tấm Reissner-Mindlin có gấp nếp sử dụng phương pháp không lưới nhằm nâng cao độ chính xác trong mô phỏng hình học phức tạp. Mohammadivà cộng sự [80] đã áp dụng mô hình vỏ mỏng Kirchhoff-Love kết hợp với phương pháp đẳng hình học để phân tích dao động tự do và cưỡng bức của các panel composite FG-CNTRC có gấp nếp hình sin, qua đó làm rõ ảnh hưởng của biến thiên vật liệu và hình học gấp nếp đến đáp ứng động của kết cấu.

Ngoài ra, nhiều nhóm tác giả Việt Nam đã có nghiên cứu từ sớm như nhóm của Phạm Thanh Hiếu [39] đã xem xét bài toán ổn định đàn hồi của ống kim loại gấp nếp hình thang chịu áp lực hướng tâm. Các công trình của Đặng Thùy Đông và Vũ Hoài Nam [20], Nguyễn Minh Khoa và cộng sự [52, 53], Vũ Hoài Nam và Nguyễn Thị Phương [83], cũng như nhóm của Nguyễn Thị Phương [95, 96] đã khảo sát các panel trụ FGM và vỏ trống lõi gấp nếp trong bài toán ổn định phi tuyến, bằng phương pháp Galerkin và lý thuyết vỏ Donnell.

1.4. Những kết quả đã đạt được trong nước và quốc tế

Việc kết hợp các dạng kết cấu sandwich với các loại vật liệu composite tạo thành một kết cấu mới mang các ưu điểm của cả hai loại này. Hiện nay, với sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ vật liệu, nhiều loại nanocomposite sandwich đã được ứng dụng từng bước vào các kết cấu công trình.

Trong khoảng hai thập kỷ gần đây, những nghiên cứu về ứng xử cơ học của các kết cấu tấm vỏ sandwich làm bằng vật liệu FGM, FG-CNTRC và FG-GRC là một hướng nghiên cứu rất sôi động với các kết quả chính thu được như sau:

Đã có các công trình khoa học về ổn định phi tuyến của **vỏ trống và vỏ trụ nanocomposite sandwich** không lõi, có lõi mềm, lõi đặc hoặc lõi auxetic dưới tác dụng của tải trọng cơ, nhiệt, cơ-nhiệt kết hợp bằng phương pháp số hoặc phương pháp Galerkin. Chưa có các nghiên cứu khoa học về ổn định phi tuyến của **vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC** lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục, áp lực hướng tâm và chịu xoắn, sử dụng phương pháp năng lượng Ritz.

Đã nghiên cứu các bài toán về ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của **tấm và panel trụ nanocomposite sandwich** không lõi, có lõi mềm, lõi đặc hoặc lõi gấp nếp bằng vật liệu đẳng hướng. Chưa có các phân tích về ổn định phi tuyến của **panel trụ và tấm chữ nhật FG-CNTRC** có lõi gấp nếp nhiều lớp làm bằng vật liệu FG-CNTRC.

Đặc biệt, chưa có các kỹ thuật đồng nhất hóa kết cấu gấp nếp trong đó có xét tới thành phần biến dạng nhiệt của kết cấu, các kỹ thuật đồng nhất hóa cho các kết cấu gấp nếp nhiều lớp cũng chưa được đề cập, điều này dẫn đến nhiều hạn chế khi phân tích các kết cấu gấp nếp và lõi gấp nếp chịu tải nhiệt hoặc trong môi trường nhiệt.

1.5. Kết luận Chương 1 và những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu

Chương 1 đã tìm hiểu về các loại vật liệu cơ tính biến thiên, kết cấu sandwich và tiềm năng ứng dụng, các nghiên cứu về ứng xử cơ học của kết cấu tấm vỏ cơ tính biến thiên và cơ tính biến thiên sandwich, qua đó đã rút ra được những kết quả đã đạt được trong và ngoài nước.

Trên cơ sở các vấn đề đã được trình bày trong phần tổng quan, NCS nhận thấy vẫn còn một số nội dung cần tiếp tục nghiên cứu trong luận án, gồm:

- 1- Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich có lõi gấp nếp dưới tác dụng của tải kéo, nén dọc trục và áp lực hướng tâm, trong điều kiện nhiệt, sử dụng phương pháp năng lượng Ritz.
- 2- Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich có lõi gấp nếp chịu xoắn, trong điều kiện nhiệt, sử dụng phương pháp năng lượng Ritz.
- 3- Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ và tấm chữ nhật FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC dưới tác dụng của tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm, áp dụng phương pháp năng lượng Ritz và lý thuyết vỏ Donnell, đặt bài toán theo hàm ứng suất với điều kiện biên khác nhau.

CHƯƠNG 2. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ VÀ VỎ TRỐNG FG-CNTRC VÀ FG-GRC SANDWICH LỖI GẤP NẾP CHỊU KÉO, NÉN DỌC TRỤC VÀ ÁP LỰC HƯỚNG TÂM

Các kết cấu sandwich cơ tính biến thiên được ứng dụng ngày càng nhiều trong các công trình xây dựng, hàng không vũ trụ và công nghiệp vận tải nhờ đặc tính nhẹ nhưng vẫn đảm bảo độ cứng và độ bền vượt trội. Lớp lõi có khả năng phân bố tải trọng đồng đều, làm tăng độ bền uốn và độ bền nén, đồng thời giảm đáng kể trọng lượng toàn cục, còn lớp mặt được làm từ vật liệu có cơ tính biến thiên, cho phép điều chỉnh tính chất cơ học theo chiều dày, giúp kết cấu thích nghi tốt với môi trường làm việc khắc nghiệt. Tuy nhiên, do thiết kế đặc biệt này làm tăng tính dị hướng gây khó khăn cho việc phân tích ứng xử cơ học của các kết cấu có lõi gấp nếp.

Trong chương này, luận án tập trung phân tích các kết cấu công trình có dạng vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp, vốn đang được quan tâm rộng rãi trong lĩnh vực xây dựng. Các kết cấu này có khả năng chịu lực tốt hơn nhờ vào sự phân bố hợp lý của CNT hoặc graphene trong nền polyme, cũng như sự kết hợp với lõi gấp nếp giúp cải thiện độ cứng và nâng cao tính ổn định tổng thể của kết cấu. Do đó, các kết cấu vỏ FG-CNTRC hoặc FG-GRC sandwich lõi gấp nếp đã trở thành đối tượng quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu. Mặc dù đã có một số công trình nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về ổn định tuyến tính của các kết cấu loại này, song các phân tích về ổn định phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC và FG-GRC lõi gấp nếp vẫn còn hạn chế, đặc biệt là trong điều kiện vỏ đặt trong môi trường nhiệt và chịu tác dụng của tải kéo, tải nén dọc trục hoặc áp lực hướng tâm.

Chương này luận án cải tiến kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159] bằng cách bổ sung thành phần nội lực nhiệt vào mô hình kết cấu, qua đó xem xét được ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến ứng xử cơ học của kết cấu sandwich lõi gấp nếp. Cách tiếp cận này không những khắc phục được hạn chế của các mô hình trước đây, mà còn thể hiện rõ tính mới và tính độc đáo trong nghiên cứu. Bên cạnh đó, luận án cũng đã xây dựng một mô hình phân tích ổn định phi tuyến cho vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp, xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ và các đặc trưng vật liệu cơ tính biến thiên. Các phương trình chủ đạo phân tích ứng xử mất ổn định và sau mất ổn định được thiết lập bằng phương pháp năng lượng

Ritz kết hợp với lý thuyết vỏ Donnell, trong đó sự thay đổi của các biến dạng lớn được thể hiện thông qua yếu tố phi tuyến hình học kiểu von Kármán. Ngoài ra, các khảo sát số được thực hiện để nghiên cứu ảnh hưởng của các yếu tố hình học của lõi gấp nếp (như dạng gấp nếp, chiều cao gấp nếp, bước sóng gấp nếp), các quy luật phân bố CNT hoặc graphene, sự thay đổi của nhiệt độ môi trường và các thông số của nền đàn hồi. Các kết quả thu được đã chỉ ra vai trò quan trọng của lõi gấp nếp trong việc nâng cao khả năng chịu tải của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich.

Phần cuối của chương đưa ra các kết luận và đề xuất liên quan đến việc thiết kế và tính toán các kết cấu vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp. Từ đó, nhấn mạnh tính ưu việt của kết cấu này khi áp dụng trong thực tế kỹ thuật, đồng thời làm cơ sở cho những nghiên cứu tiếp theo nhằm phát triển thêm mô hình phân tích chính xác và hướng ứng dụng mới cho loại kết cấu này.

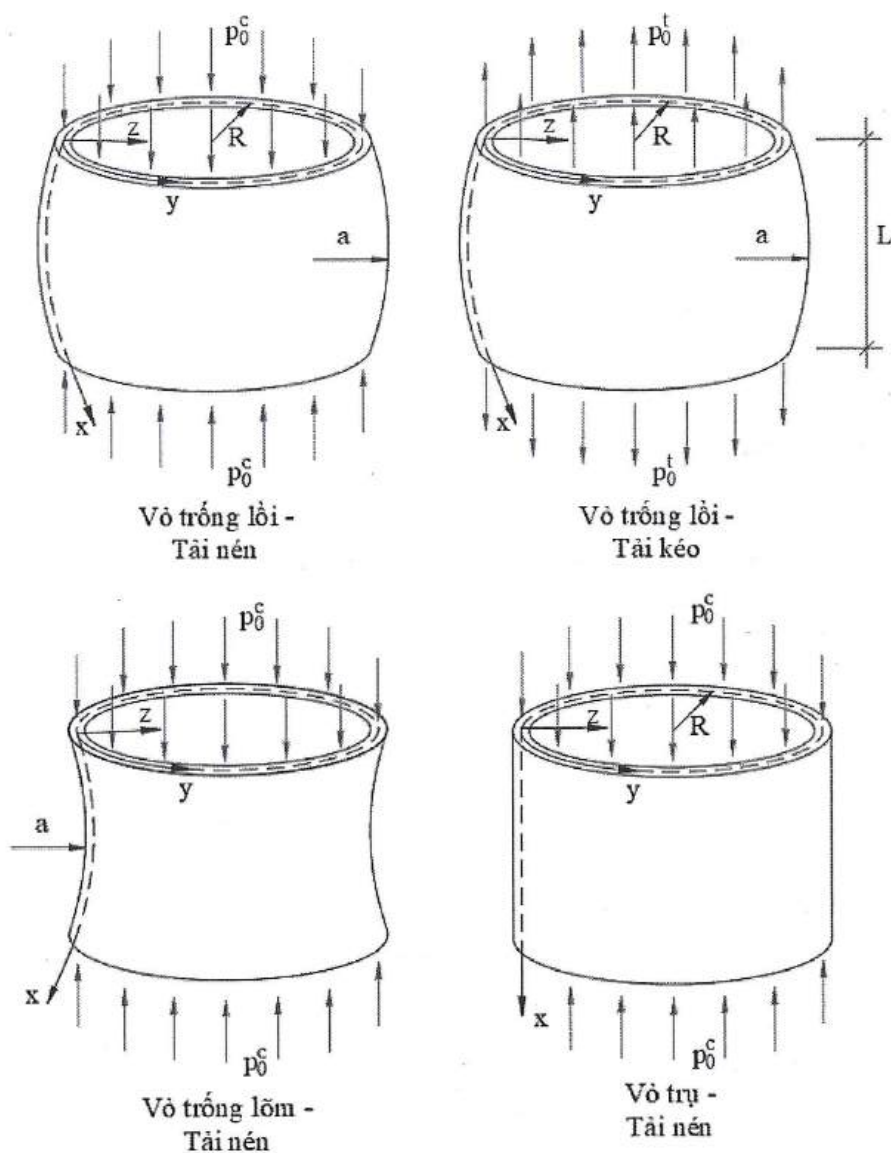
Nội dung được trình bày trong chương này đã được công bố trong 04 bài báo trên các tạp chí quốc tế ISI (SCIE) và 01 bài báo trên Tuyển tập công trình hội nghị Cơ học toàn quốc, tương ứng với các Bài báo số 1, 2, 3, 4 và 8 trong danh mục các công trình của tác giả liên quan đến luận án.

2.1. Mô hình kết cấu và vật liệu

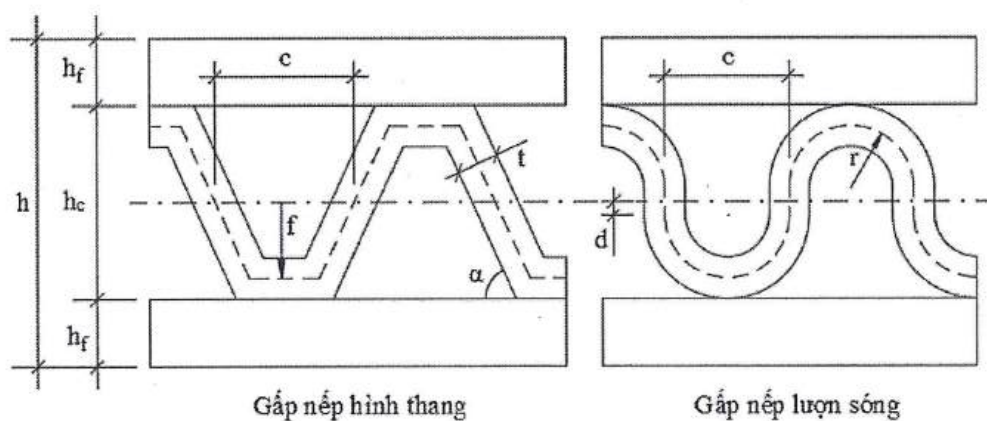
2.1.1. Mô hình kết cấu

Vỏ trụ và vỏ trống có lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục phân bố đều p_0 và áp lực hướng tâm q_0 trong môi trường nhiệt T với các thông số đặc trưng cho lõi gấp nếp, vỏ và lớp mặt được thể hiện trong Hình 2.1 và 2.2. Giá trị dương của p_0 được áp dụng cho tải nén ($p_c = p_0$) và giá trị âm của p_0 áp dụng cho tải kéo ($p_t = -p_0$). Bán kính dọc và bán kính cong của vỏ lần lượt được ký hiệu là a và R . Trong đó, a mang giá trị dương với vỏ lõm và giá trị âm đối với vỏ lồi, khi $a \rightarrow \infty$, vỏ trống trở thành vỏ trụ. h_c và h lần lượt là chiều dày của lõi gấp nếp và tổng chiều dày của vỏ, h_f là chiều dày của lớp mặt, c và t lần lượt là chiều dài nửa gấp nếp và chiều dày thành gấp nếp. Đối với các gấp nếp lượn sóng, r là bán kính của nửa gấp nếp lượn sóng và d là nửa chiều dài của đường nối giữa hai nửa gấp nếp lượn sóng. Đối với các gấp nếp hình thang, α là góc nghiêng của thành gấp nếp và f là chiều cao

của các gấp nếp. Vật liệu lõi phải được thiết kế giống với vật liệu nền để bảo đảm các lớp vật liệu có khả năng liên kết với nhau.



Hình 2.1. Hệ tọa độ và hình dạng của vỏ trụ và vỏ trống sandwich



Hình 2.2. Các kích thước hình học của lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng

2.1.2. Mô hình vật liệu

2.1.2.1. Vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp

Các dạng phân bố CNT được thể hiện trong Hình 2.3. Lớp mặt ngoài có tỷ phần thể tích CNT phân bố theo chiều dày của vỏ $\left(-\frac{h}{2} \leq z \leq -\frac{h_c}{2}\right)$ được xác định theo các biểu thức sau:

- Dạng UD: $V_{CNT} = V_{CNT}^*$, (2.1)

- Dạng FG-X: $V_{CNT} = 2 \left(\frac{h_c + 2z}{h_c - h} \right) V_{CNT}^*$, (2.2)

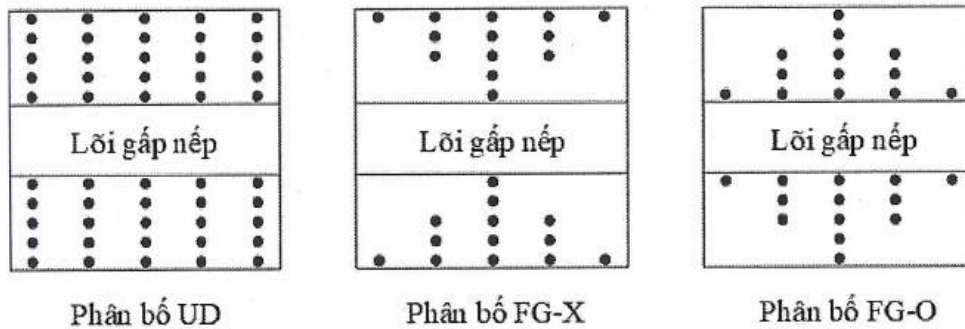
- Dạng FG-O: $V_{CNT} = 2 \left(\frac{h + 2z}{h - h_c} \right) V_{CNT}^*$, (2.3)

Và cho lớp mặt trong $\left(\frac{h_c}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}\right)$:

- Dạng UD: $V_{CNT} = V_{CNT}^*$, (2.4)

- Dạng FG-X: $V_{CNT} = 2 \left(\frac{h_c - 2z}{h_c - h} \right) V_{CNT}^*$, (2.5)

- Dạng FG-O: $V_{CNT} = 2 \left(\frac{h - 2z}{h - h_c} \right) V_{CNT}^*$. (2.6)



Hình 2.3. Các dạng phân bố CNT trong các lớp mặt của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp

Do số lượng lớn CNT được đặt cách xa mặt trung bình của vỏ nên có thể dự đoán rằng độ cứng của dạng FG-X là lớn nhất và độ cứng của dạng FG-O là nhỏ nhất. Vì vậy, dạng FG-X là dạng phân bố được kỳ vọng sẽ mang lại khả năng chịu tải tốt

nhất cho vỏ trụ và vỏ tròn, dạng UD có ưu điểm là chế tạo đơn giản, còn dạng FG-O được dự đoán là dạng tham chiếu để đánh giá ảnh hưởng của hai dạng trên.

Bằng cách sử dụng quy tắc hỗn hợp mở rộng được hiệu chỉnh bằng mô phỏng động lực học phân tử MD, hệ số Poisson ν_{12}^f , hệ số giãn nở nhiệt α_1^f, α_2^f và các mô đun đàn hồi E_1^f, E_2^f, G_{12}^f của lớp mặt tính thông qua các mô đun đàn hồi của CNT $E_1^{CNT}, E_2^{CNT}, G_{12}^{CNT}$ và của vật liệu nền E_m và với các tỷ phần thể tích của vật liệu nền V_m và của CNT V_{CNT} dưới dạng như đã trình bày trong Chương 1 tương ứng với các phương trình (1.1), (1.3) và (1.4).

2.1.2.2. Vỏ trụ và vỏ tròn FG-GRC sandwich lõi gấp nếp

Ba dạng phân bố của graphene được thiết kế như trong Hình 2.4. V_{GRC} của lớp mặt được phân bố lần lượt theo từng lớp từ bên ngoài cho đến bên trong như sau

- Dạng UD: năm lớp trên cùng có V_{GRC} được phân bố đối xứng với năm lớp bên dưới qua lõi gấp nếp và V_{GRC} ở tất cả các lớp là bằng nhau và bằng [0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]

- Dạng FG-X và FG-O: năm lớp trên cùng có V_{GRC} được phân bố đối xứng với năm lớp bên dưới qua lõi gấp nếp lần lượt là [0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_s và [0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_s.



Hình 2.4. Các dạng phân bố graphene trong các lớp mặt của vỏ trụ và vỏ tròn FG-GRC sandwich lõi gấp nếp

Khi cạnh zigzag của tấm graphene nằm theo hướng dọc của vỏ, góc lớp (góc giữa hướng của cạnh zigzag của tấm graphene và hướng dọc của vỏ) được ký hiệu là 0. Nếu cạnh zigzag của tấm graphene nằm theo hướng chu vi, góc lớp được ký hiệu

là 90. Vỏ được cấu tạo từ 10 lớp GRC (5 lớp cho mỗi mặt) và có ba trường hợp sắp xếp được xem xét là $(0/90)_{5T}$, $(0/90/0/90/0)_S$ và $(0)_{10}$.

Bằng cách sử dụng quy tắc hỗn hợp, mô hình Halpin-Tsai được mở rộng bằng cách thêm các tham số hiệu dụng GRC η_1 , η_2 , η_3 sau khi xác định với mô phỏng động lực học phân tử MD cũng đã được đề cập trong Chương 1 tương ứng với các phương trình (1.6) - (1.8).

2.2. Các phương trình cơ bản và phương pháp giải

2.2.1. Các phương trình cơ bản

Hệ phương trình cơ bản về ứng xử ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống sandwich lõi gấp nếp được thiết lập có xét đến yếu tố phi tuyến hình học kiểu von Kármán kết hợp với lý thuyết vỏ Donnell. Các thành phần biến dạng ε_x , ε_y , γ_{xy} cách mặt giữa một khoảng z của vỏ được viết dưới dạng sau

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 - z(w_{,xx}), \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 - z(w_{,yy}), \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 - 2z(w_{,xy}), \quad (2.7)$$

Mối quan hệ phi tuyến giữa biến dạng tại mặt trung bình ε_x^0 , ε_y^0 và γ_{xy}^0 và các thành phần chuyển vị u , v và w có thể được trình bày dưới dạng [42]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= u_{,x} + \frac{w_{,x}^2}{2} - \frac{w}{a} \\ \varepsilon_y^0 &= v_{,y} + \frac{w_{,y}^2}{2} - \frac{w}{R} \\ \gamma_{xy}^0 &= u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Theo giả thiết về vật liệu đàn hồi tuyến tính, các thành phần ứng suất σ_x , σ_y , σ_{xy} xác định nhờ định luật Hooke áp dụng cho các lớp trục hướng được trình bày như sau

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T \right), \quad (2.9)$$

trong đó

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{12} = \frac{E_1\nu_{21}}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{66} = G_{12}.$$

và ΔT là chênh lệch giữa nhiệt độ hiện tại và nhiệt độ ban đầu mà tại đó ứng suất nhiệt bằng không.

Lỗi gấp nếp trong luận án được thiết kế với các giả thiết cơ bản như trong nghiên cứu của Xia và cộng sự [159]. Cụ thể kích thước gấp nếp được giả thiết là nhỏ hơn nhiều so với kích thước tổng thể của kết cấu, các bước sóng gấp nếp có cùng một kích thước được đặt đối xứng qua mặt trung bình của kết cấu. Tương tự như các lớp mặt, lỗi gấp nếp cũng được coi là vật liệu đàn hồi tuyến tính với các tính chất của vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ. Lỗi gấp nếp được coi là luôn tiếp xúc hoàn hảo và gắn chặt với các lớp mặt trong quá trình chịu tải.

Các thành phần nội lực và mô men của vỏ trụ và vỏ trống sandwich lỗi gấp nếp được xác định như sau

$$\begin{pmatrix} N_x, N_y, N_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy} \end{pmatrix} dz, \quad \begin{pmatrix} M_x, M_y, M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy} \end{pmatrix} z dz, \quad (2.10)$$

Sau khi thay thế phương trình (2.7) vào phương trình (2.9), các tích phân trong phương trình (2.10) trở thành

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_{1x}^T \\ \phi_{1y}^T \\ 0 \\ \phi_{2x}^T \\ \phi_{2y}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

Trong đó A_{ij} và D_{ij} ($B_{ij} = 0$) là các thành phần của ma trận độ cứng của vỏ FG-CNTRC, được xác định bởi

$$\begin{pmatrix} A_{ij}, D_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{ij}^c, D_{ij}^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{ij}^{in}, D_{ij}^{in} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

với lớp mặt ngoài và mặt trong FG-CNTRC có các thành phần độ cứng A_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou} và A_{ij}^{in}, D_{ij}^{in} được biểu diễn dưới dạng

$$(A_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h_c}{2}} Q_{ij}^{ou}(1, z^2) dz; (A_{ij}^{in}, D_{ij}^{in}) = \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^{in}(1, z^2) dz. \quad (2.13)$$

Trong khi đó, ma trận độ cứng của vỏ FG-GRC có các thành phần A_{ij} , B_{ij} và D_{ij} được xác định bởi

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = (A_{ij}^{ou}, B_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou}) + (A_{ij}^c, 0, D_{ij}^c) + (A_{ij}^{in}, B_{ij}^{in}, D_{ij}^{in}), \quad (2.14)$$

với lớp mặt ngoài và mặt trong FG-GRC có các thành phần độ cứng $A_{ij}^{ou}, B_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou}$ và $A_{ij}^{in}, B_{ij}^{in}, D_{ij}^{in}$ được biểu diễn dưới dạng

$$(A_{ij}^{ou}, B_{ij}^{ou}, D_{ij}^{ou}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h_c}{2}} Q_{ij}^{ou}(1, z, z^2) dz; (A_{ij}^{in}, B_{ij}^{in}, D_{ij}^{in}) = \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^{in}(1, z, z^2) dz. \quad (2.15)$$

Áp dụng kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159], độ cứng của lõi gấp nếp A_{ij}^c và D_{ij}^c được tính toán như sau

$$A_{11}^c = \frac{2c}{\frac{I_1}{\bar{A}_{11}} + \frac{I_2}{\bar{D}_{11}}}, A_{12}^c = \frac{A_{11}^c \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{11}}, A_{22}^c = \frac{l}{c} \frac{\bar{A}_{11} \bar{A}_{22} - \bar{A}_{12}^2}{\bar{A}_{11}} + \frac{A_{12}^c \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{11}}, A_{66}^c = \frac{c}{l} \bar{A}_{66},$$

$$D_{11}^c = \frac{c}{l} \bar{D}_{11}, D_{12}^c = \frac{\bar{D}_{12}}{\bar{D}_{11}} D_{11}^c, D_{22}^c = \frac{1}{2c} (I_2 \bar{A}_{22} + I_1 \bar{D}_{22}), D_{66}^c = \frac{l}{c} \bar{D}_{66},$$

với

$$(\bar{A}_{ij}, \bar{D}_{ij}) = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Q_m(1, \zeta^2) d\zeta, \quad (i, j = 1, 2, 6), \quad (2.16)$$

trong đó các thông số của gấp nếp hình thang được xác định là

$$c = c_t, l = c + 2f \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} \right),$$

$$I_1 = -\frac{8f \cos \alpha}{3 \sin \alpha} + 2c, I_2 = 2f^2 \left(c - \frac{2f}{\tan \alpha} \right) + \frac{4f^3}{3 \sin \alpha},$$

và gấp nếp lượn sóng

$$c = c_r = 2r, \quad l = \pi r + 2d, \quad I_1 = \pi r, \quad I_2 = \pi r^3 + 8dr^2 + 2\pi d^2 r + \frac{4d^3}{3}.$$

Hệ số nhiệt của vỏ trụ và vỏ trống sandwich phụ thuộc vào hệ số nhiệt của lớp mặt và lõi gấp nếp được biểu diễn như sau

$$\phi_{1x}^T = \phi_{1x}^{ou} + \phi_{1x}^c + \phi_{1x}^{in}, \quad \phi_{1y}^T = \phi_{1y}^{ou} + \phi_{1y}^c + \phi_{1y}^{in}, \quad (2.17)$$

Hệ số nhiệt của lớp mặt ngoài và mặt trong được xác định bằng

$$\begin{aligned} \phi_{1x}^{ou} &= \Delta T \int_{\Omega} (Q_{11}^{ou} \alpha_1^{ou} + Q_{12}^{ou} \alpha_2^{ou}) dz, \quad \phi_{1x}^{in} = \Delta T \int_{\Pi} (Q_{11}^{in} \alpha_1^{in} + Q_{12}^{in} \alpha_2^{in}) dz, \\ \phi_{1y}^{ou} &= \Delta T \int_{\Omega} (Q_{12}^{ou} \alpha_1^{ou} + Q_{22}^{ou} \alpha_2^{ou}) dz, \quad \phi_{1y}^{in} = \Delta T \int_{\Pi} (Q_{12}^{in} \alpha_1^{in} + Q_{22}^{in} \alpha_2^{in}) dz, \end{aligned} \quad (2.18)$$

trong đó miền xác định tích phân của lớp mặt ngoài và mặt trong được lần lượt ký hiệu là Ω và Π .

Do kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159] không bao gồm hệ số nhiệt và hệ số giãn nở nhiệt không phụ thuộc vào dạng hình học của kết cấu mà chỉ phụ thuộc vào vật liệu, nên hệ số giãn nở nhiệt của lõi gấp nếp được lấy bằng α_m . Để khắc phục hạn chế đó, luận án đã bổ sung thành phần nội lực nhiệt vào mô hình đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159], đó cũng là điểm cải tiến quan trọng làm nổi bật tính mới và tính độc đáo của nghiên cứu. Hệ số nhiệt của lõi gấp nếp được thêm vào kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159] như sau

$$\phi_{1x}^c = \Delta T \alpha_m (A_{11}^c + A_{12}^c), \quad \phi_{1y}^c = \Delta T \alpha_m (A_{12}^c + A_{22}^c). \quad (2.19)$$

Bằng cách vận dụng phương trình (2.8), phương trình tương thích biến dạng cho vỏ trụ và vỏ trống có lõi gấp nếp được thiết lập như sau

$$\varepsilon_{x,yy}^0 + \varepsilon_{y,xx}^0 - \gamma_{xy,xy}^0 + \frac{w_{,xx}}{R} + \frac{w_{,yy}}{a} - w_{,xy}^2 + w_{,xx} w_{,yy} = 0. \quad (2.20)$$

Hàm ứng suất $\psi(x, y)$ được đưa vào phải thỏa mãn các điều kiện

$$N_x = \psi_{,yy}, \quad N_y = \psi_{,xx}, \quad N_{xy} = -\psi_{,xy}. \quad (2.21)$$

Từ các phương trình (2.8), (2.11) và (2.21), có thể viết lại phương trình tương thích biến dạng (2.20) như sau

$$\begin{aligned}
& (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*)\psi_{,xyxy} + A_{12}^*\psi_{,yyyy} + A_{21}^*\psi_{,xxxx} + B_{21}^*w_{,xxxx} \\
& + (B_{11}^* + B_{22}^* - B_{66}^*)w_{,xyxy} + B_{12}^*w_{,yyyy} + \frac{w_{,xx}}{R} + \frac{w_{,yy}}{a} - w_{,xy}^2 + w_{,xx}w_{,yy} = 0,
\end{aligned} \tag{2.22}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
\Delta &= A_{11}A_{22}A_{66} - A_{12}^2A_{66}, \\
A_{11}^* &= \frac{-A_{12}A_{66}}{\Delta}, A_{12}^* = \frac{A_{22}A_{66}}{\Delta}, A_{21}^* = \frac{A_{11}A_{66}}{\Delta}, A_{22}^* = \frac{-A_{12}A_{66}}{\Delta}, A_{66}^* = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{\Delta}, \\
B_{11}^* &= A_{66} \frac{A_{22}B_{11} - A_{12}B_{12}}{\Delta}, B_{12}^* = A_{66} \frac{A_{22}B_{12} - A_{12}B_{22}}{\Delta}, B_{21}^* = A_{66} \frac{A_{11}B_{12} - A_{12}B_{11}}{\Delta}, \\
B_{22}^* &= A_{66} \frac{A_{11}B_{22} - A_{12}B_{12}}{\Delta}, B_{66}^* = 2B_{66} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{\Delta}.
\end{aligned}$$

2.2.2. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz

Xét các vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục phân bố đều p_0 và áp lực hướng tâm q_0 được giả định với hai cạnh tựa đơn. Các điều kiện biên của vỏ được xác định như sau

$$N_x|_{x=0,L} = -p_0h, N_{xy}|_{x=0,L} = 0, M_x|_{x=0,L} = 0, w|_{x=0,L} = 0. \tag{2.23}$$

Độ võng xấp xỉ thỏa mãn điều kiện biên của vỏ có thể được giả thiết dưới dạng [42, 146]

$$w(x, y) = f_0 + f_1 \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) + f_2 \sin^2\left(\frac{m\pi}{L}x\right). \tag{2.24}$$

trong đó m là số nửa sóng theo phương dọc trục và n là số sóng theo phương vòng của vỏ; độ võng trước mất ổn định, sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến có biên độ được ký hiệu tương ứng là f_0, f_1 và f_2 .

Khi thay dạng độ võng trong phương trình (2.24) vào phương trình (2.22), ta thu được hàm ứng suất dưới dạng như sau

$$\begin{aligned}
\psi &= \psi_1 \cos \frac{2m\pi x}{L} + \psi_2 \cos \frac{2ny}{R} + \psi_3 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} \\
&+ \psi_4 \sin \frac{3m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} - \sigma_{0y} \frac{hx^2}{2} - p_0 \frac{hy^2}{2},
\end{aligned} \tag{2.25}$$

trong đó

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \frac{B_{21}^*}{A_{21}^*} f_2 - \frac{1}{8} \frac{L^2}{R m^2 \pi^2 A_{21}^*} f_2 + \frac{1}{32} f_1^2 \frac{L^2 n^2}{m^2 \pi^2 R^2 A_{21}^*}, \quad \psi_2 = \frac{1}{32} \frac{m^2 \pi^2 R^2}{L^2 n^2 A_{12}^*} f_1^2,$$

$$\psi_3 = \frac{H_1}{H_3} f_1 + \frac{H_2}{H_3} f_1 f_2, \quad \psi_4 = \frac{H_4}{H_5} f_1 f_2,$$

$$\begin{aligned} H_1 = & -\frac{\pi^8 m^8}{L^8} A_{21}^* B_{21}^* - \frac{n^8}{R^8} A_{12}^* B_{12}^* \\ & - \frac{m^6 \pi^6 n^2}{L^6 R^2} \left[A_{21}^* (B_{11}^* + B_{22}^* - B_{66}^*) + (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) B_{21}^* \right] \\ & - \frac{m^4 \pi^4 n^4}{L^4 R^4} \left[(A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) (B_{11}^* + B_{22}^* - B_{66}^*) + B_{21}^* A_{12}^* + B_{12}^* A_{21}^* \right] \\ & + \frac{m^4 \pi^4 n^2}{L^4 R^2 a} A_{21}^* + \frac{m^2 \pi^2 n^4}{a L^2 R^4} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{m^2 \pi^2 n^4}{L^2 R^5} A_{12}^* \\ & + \frac{\pi^6 m^6}{L^6 R} A_{21}^* + \frac{n^6}{a R^6} A_{12}^* + \frac{m^4 \pi^4 n^2}{L^4 R^3} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) \\ & - \frac{m^2 \pi^2 n^6}{L^2 R^6} \left[A_{12}^* (B_{11}^* + B_{22}^* - B_{66}^*) + (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) B_{12}^* \right], \end{aligned}$$

$$H_2 = -\frac{m^6 n^2 \pi^6}{L^6 R^2} A_{21}^* - \frac{m^4 \pi^4 n^4}{L^4 R^4} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) - \frac{m^2 \pi^2 n^6}{L^2 R^6} A_{12}^*,$$

$$H_3 = \left[\frac{\pi^4 m^4}{L^4} A_{21}^* + \frac{m^2 \pi^2 n^2}{L^2 R^2} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{n^4}{R^4} A_{12}^* \right]^2,$$

$$H_4 = 81 \frac{m^6 \pi^6 n^2}{L^6 R^2} A_{21}^* + 9 \frac{m^4 \pi^4 n^4}{L^4 R^4} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{m^2 \pi^2 n^6}{L^2 R^6} A_{12}^*,$$

$$H_5 = \left[81 \frac{m^4 \pi^4}{L^4} A_{21}^* + 9 \frac{m^2 \pi^2 n^2}{L^2 R^2} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{n^4}{R^4} A_{12}^* \right]^2.$$

Điều kiện chu vi kín của vỏ được tính như sau

$$\int_0^{2\pi R} \int_0^L v_{,y} dx dy = \int_0^{2\pi R} \int_0^L \left(\varepsilon_y^0 + \frac{w}{R} - \frac{1}{2} w_{,y}^2 \right) dx dy = 0. \quad (2.26)$$

Bằng cách liên hệ các phương trình (2.11), (2.21), (2.24) và (2.25), phương trình (2.26) có thể viết lại như sau

$$\sigma_{0y} = \frac{A_{22}^* \phi_{1x}^T}{h A_{21}^*} + \frac{\phi_{1y}^T}{h} + \frac{1}{A_{21}^*} \left(-p_0 A_{22}^* - \frac{1}{8} \frac{n^2}{R^2 h} f_1^2 + \frac{1}{R h} f_0 + \frac{1}{2 R h} f_2 \right). \quad (2.27)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của vỏ trụ và vỏ trống có lõi gấp nếp là

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi R} \int_0^L \left[\sigma_x (\varepsilon_x - \alpha_1 \Delta T) + \sigma_y (\varepsilon_y - \alpha_2 \Delta T) + \tau_{xy} \gamma_{xy} \right] dx dy dz. \quad (2.28)$$

Công của ngoại lực có xét đến nền đàn hồi được biểu diễn như sau

$$U_{\text{ext}} = \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left[q_0 w - \frac{K_1}{2} w^2 + \frac{K_2}{2} (w_{,xx} + w_{,yy}) w \right] dx dy - p_0 h \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left(\varepsilon_x^0 - \frac{1}{2} w_{,x}^2 + \frac{w}{a} \right) dx dy, \quad (2.29)$$

trong đó K_1 và K_2 là độ cứng nền đàn hồi Pasternak.

Từ phương trình (2.26) và (2.27), năng lượng toàn phần thu được là $U = U_{\text{int}} - U_{\text{ext}}$. Áp dụng phương pháp năng lượng Ritz, cụ thể là

$$\frac{\partial U}{\partial f_0} = \frac{\partial U}{\partial f_1} = \frac{\partial U}{\partial f_2} = 0, \quad (2.30)$$

dẫn tới

$$X_{11} f_0 + X_{12} f_1^2 + X_{13} f_2 + X_{14} p_0 + X_{15} J - 2q_0 = 0, \quad (2.31)$$

$$X_{21} f_0 + X_{22} f_1^2 + X_{23} f_2^2 + X_{24} f_2 + X_{25} p_0 + X_{26} + X_{27} J = 0, \quad (2.32)$$

$$X_{31} f_0 + X_{32} f_1^2 + X_{33} f_1^2 f_2 + X_{34} f_2 + X_{35} p_0 f_2 + X_{36} p_0 + X_{37} J - q_0 = 0, \quad (2.33)$$

trong đó

$$X_{11} = 2 \left(\frac{1}{R^2 A_{21}^*} + K_1 \right), X_{12} = -\frac{n^2}{4R^3 A_{21}^*}, X_{13} = \frac{1}{R^2 A_{21}^*} + K_1,$$

$$X_{14} = \frac{2h}{a} - \frac{h(A_{11}^* + A_{22}^*)}{RA_{21}^*}, X_{15} = \frac{1}{RA_{21}^*}, X_{21} = 2O_5, X_{22} = 2O_1,$$

$$X_{23} = 2O_2, X_{24} = 2O_3, X_{25} = 2O_6 - \frac{\pi^2 m^2 h}{L^2} + \frac{n^2 h}{R^2} \frac{A_{11}^*}{A_{21}^*},$$

$$X_{26} = 2O_4 + K_1 + \frac{\pi^2 K_2 m^2}{L^2} + \frac{K_2 n^2}{R^2}, X_{27} = -\frac{n^2}{2R^2 A_{21}^*},$$

$$X_{31} = P_4 + K_1, X_{32} = P_2, X_{33} = P_1, X_{34} = P_3 + \frac{3K_1}{4} + \frac{\pi^2 m^2 K_2}{L^2}, X_{35} = -\frac{\pi^2 m^2 h}{L^2},$$

$$\begin{aligned}
X_{36} &= P_5 - h \left(\frac{A_{11}^*}{RA_{21}^*} - \frac{1}{a} \right), X_{37} = \frac{1}{2RA_{21}^*}, J = 2A_{11}^* \phi_{1x}^T + 2A_{21}^* \phi_{1y}^T, \\
O_1 &= \frac{1}{32} \left(\frac{\pi^4 m^4}{L^4 A_{12}^*} + \frac{3n^4}{R^4 A_{21}^*} \right), O_2 = \frac{9}{2} \left(\frac{H_4^2}{H_5^2} \right) S_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{H_2^2}{H_3^2} + \right) S_1, \\
O_3 &= \left(\frac{H_1 H_2}{H_3^2} \right) S_1 + \frac{H_2 (S_5 + S_8)}{2H_3} + \frac{\pi^2 m^2 n^2 (\Gamma_{11} + B_{21}^*)}{4L^2 R^2 A_{21}^*} - \frac{3n^2}{8R^3 A_{21}^*}, \\
O_4 &= \frac{H_1^2 S_1}{2H_3^2} + \frac{H_1 (S_5 + S_8)}{2H_3} - \frac{\pi^2 m^2 n^2 (2\Upsilon_{66} + \Upsilon_{21} + \Upsilon_{12})}{2R^2 L^2} - \frac{\pi^4 m^4 \Upsilon_{11}}{2L^4} - \frac{n^4 \Upsilon_{22}}{2R^4}, \\
O_5 &= -\frac{n^2}{2R^3 A_{21}^*}, O_6 = -\frac{n^2 h (A_{11}^* - A_{22}^*)}{4R^2 A_{21}^*}, P_1 = \frac{9}{2} \left(\frac{H_4^2}{H_5^2} \right) S_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{H_2^2}{H_3^2} \right) S_1, \\
P_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{H_1 H_2}{H_3^2} \right) S_1 + \frac{H_2 (S_5 + S_8)}{4H_3} + \frac{\pi^2 m^2 n^2 (\Lambda_{11} + B_{21}^*)}{8R^2 L^2 A_{21}^*} - \frac{3}{16} \frac{n^2}{R^3 A_{21}^*}, \\
P_3 &= \frac{3}{4A_{21}^* R^2} - \frac{\pi^2 m^2 (B_{21}^* + \Gamma_{11})}{L^2 R A_{21}^*} + \frac{4\pi^4 m^4}{L^4} \left(\frac{\Gamma_{11} B_{21}^*}{A_{21}^*} - \Upsilon_{11} \right), P_4 = \frac{1}{R^2 A_{21}^*}, \\
P_5 &= \frac{h}{2RA_{21}^*} (A_{11}^* - A_{22}^*), S_1 = \frac{n^2 \pi^2 m^2}{L^2 R^2} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{n^4}{R^4} A_{12}^* + \frac{\pi^4 m^4}{L^4} A_{21}^*, \\
S_2 &= \frac{n^2 \pi^2 m^2}{L^2 R^2} (A_{11}^* + A_{22}^* + A_{66}^*) + \frac{n^4}{9R^4} A_{12}^* + \frac{9\pi^4 m^4}{L^4} A_{21}^*, \\
S_5 &= \frac{m^2 n^2 \pi^2 (B_{11}^* + B_{22}^* - B_{66}^* - \Gamma_{21} - \Gamma_{12} - 2\Gamma_{66})}{R^2 L^2}, \\
S_8 &= \frac{n^4 (B_{12}^* - \Gamma_{22})}{R^4} + \frac{m^4 \pi^4 (B_{21}^* - \Gamma_{11})}{L^4}, \\
\Gamma_{11} &= B_{11} A_{11}^* + B_{12} A_{21}^*, \Gamma_{12} = B_{11} A_{12}^* + B_{12} A_{22}^*, \Gamma_{21} = B_{12} A_{11}^* + B_{22} A_{21}^*, \\
\Gamma_{22} &= B_{12} A_{12}^* + B_{22} A_{22}^*, \Gamma_{66} = -B_{66} A_{66}^*, \\
\Upsilon_{11} &= B_{11} B_{11}^* + B_{12} B_{21}^* - D_{11}, \Upsilon_{12} = B_{11} B_{12}^* + B_{12} B_{22}^* - D_{12}, \\
\Upsilon_{21} &= B_{12} B_{11}^* + B_{22} B_{21}^* - D_{12}, \Upsilon_{22} = B_{12} B_{12}^* + B_{22} B_{22}^* - D_{22}, \Upsilon_{66} = B_{66} B_{66}^* - 2D_{66}.
\end{aligned}$$

Độ võng lớn nhất của vỏ được tính thông qua phương trình (2.26), như sau

$$\begin{aligned}
W_{\max} &= f_0 + f_1 + f_2 \\
&= f_2^2 Y_1 + f_2 Y_2 + p_0 Y_3 + Y_4 + q_0 + \left(f_2^2 Y_5 + f_2 Y_6 + p_0 Y_7 + Y_8 + q_0 \right)^{\frac{1}{2}} + f_2,
\end{aligned} \tag{2.34}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \frac{X_{12} X_{23}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \quad Y_2 = \frac{X_{12} X_{24} - X_{13} X_{22}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \quad Y_3 = \frac{X_{12} X_{25} - X_{14} X_{22}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \\
Y_4 &= \frac{X_{12} X_{26}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}} - \frac{X_{12} J n^2}{2R^2 A_{21}^* (X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21})} - \frac{J X_{22}}{R A_{21}^* (X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21})}, \\
Y_5 &= -\frac{X_{23} X_{11}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \quad Y_6 = -\frac{X_{11} X_{24} - X_{13} X_{21}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \quad Y_7 = -\frac{X_{11} X_{25} - X_{14} X_{21}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}}, \\
Y_8 &= -\frac{X_{11} X_{26}}{X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21}} + \frac{J (X_{11} n^2 + 2X_{21} R)}{2R^2 A_{21}^* (X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21})}.
\end{aligned}$$

Trường hợp vỏ chịu tải trọng dọc trục p_0 .

Từ phương trình (2.31) và (2.33), thay f_0 và f_2 vào phương trình (2.32), dẫn tới

$$p_0 = -\frac{Z_{11} f_2^3 + Z_{12} f_2^2 + Z_{13} f_2 + Z_{18}}{Z_{14} f_2 + Z_{16}}, \tag{2.35}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
Z_{10} &= \frac{1}{X_{22} X_{11} - X_{21} X_{12}}, \quad Z_{11} = -X_{33} X_{23} X_{11} Z_{10}, \\
Z_{12} &= [X_{33} (X_{13} X_{21} - X_{11} X_{24}) + (X_{31} X_{12} - X_{32} X_{11}) X_{23}] Z_{10}, \\
Z_{13} &= \left\{ (X_{21} X_{32} - X_{22} X_{31}) X_{13} + (X_{24} X_{31} - X_{21} X_{34}) X_{12} \right. \\
&\quad \left. + (X_{22} X_{34} - X_{24} X_{32} - X_{26} X_{33}) X_{11} + \frac{1}{2} \frac{X_{33} J (X_{11} n^2 + 2X_{21} R)}{R^2 A_{21}^*} \right\} Z_{10}, \\
Z_{14} &= [(X_{14} X_{33} - X_{12} X_{35}) X_{21} + (X_{22} X_{35} - X_{25} X_{33}) X_{11}] Z_{10}, \\
Z_{15} &= -2X_{33} X_{21} Z_{10}, \quad Z_{17} = [(X_{12} - 2X_{32}) X_{21} - X_{22} (X_{11} - 2X_{31})] Z_{10}, \\
Z_{16} &= [X_{14} (X_{21} X_{32} - X_{22} X_{31}) \\
&\quad + (X_{25} X_{31} - X_{21} X_{36}) X_{12} + (X_{22} X_{36} - X_{25} X_{32}) X_{11}] Z_{10},
\end{aligned}$$

$$Z_{18} = \left\{ X_{26} (X_{12} X_{31} - X_{11} X_{32}) + \frac{[(X_{11} X_{22} - X_{12} X_{21} + 2X_{21} X_{32} - 2X_{22} X_{31})R + n^2 (X_{11} X_{32} - X_{12} X_{31})]J}{2R^2 A_{21}^*} \right\} Z_{10}.$$

Bằng cách cho $f_2 \rightarrow 0$ trong phương trình (2.35), ta thu được tải nén, kéo tới hạn của vỏ như sau

$$p_0^{upper} = -\frac{Z_{18}}{Z_{16}}. \quad (2.36)$$

Tương tự, ta có liên hệ đối với trường hợp vỏ chịu áp lực hướng tâm q_0

$$q_0 = -\frac{Z_{11}f_2^3 + Z_{12}f_2^2 + Z_{13}f_2 + Z_{18}}{Z_{15}f_2 + Z_{17}}, \quad (2.37)$$

Từ mối quan hệ giữa $W_{\max}$ với f_2 và mối quan hệ giữa q_0 và f_2 , thu được các đường cong postbuckling $q_0 - W_{\max}/h$.

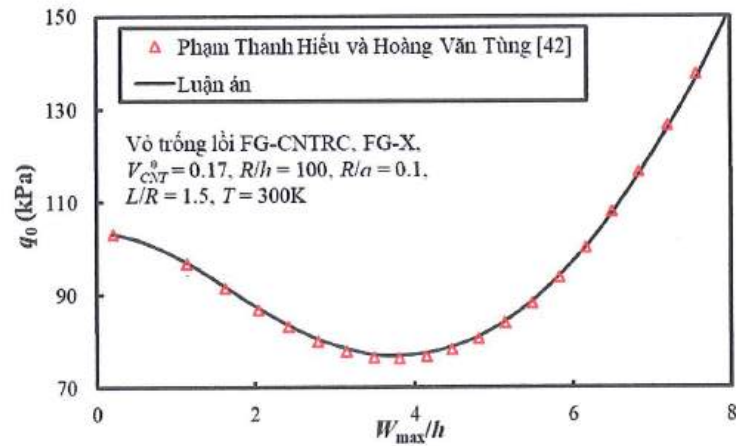
Bằng cách cho $f_2 \rightarrow 0$ trong phương trình (2.37), nhận được tải áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ, như sau

$$q_0^{upper} = -\frac{Z_{18}}{Z_{17}}. \quad (2.38)$$

2.3. Kết quả số và thảo luận

2.3.1. Kết quả so sánh

Theo các tài liệu tham khảo có sẵn, hiện không có kết quả thực nghiệm nào được công bố cho các vấn đề này. Do đó, các kết quả của vỏ trụ được gia cường bằng CNT được sử dụng để kiểm tra kết quả của phương pháp hiện tại. Đối với vỏ trụ FG-CNTRC, việc so sánh tải nén tới hạn $\bar{p}_0^{cr} = p_0^{cr}h$ được thực hiện với công trình của Shen [114] sử dụng kỹ thuật nhiễu đơn (Bảng 2.1). Việc so sánh kết quả áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trụ FG-GRC có các quy luật phân bố GRC và các thông số hình học khác nhau với kết quả của nhóm tác giả Shen và Xiang [127] sử dụng kỹ thuật nhiễu đơn kết hợp với phương pháp nhiễu hai bước, được thể hiện trong Bảng 2.2. Tiếp theo, việc so sánh đường cong postbuckling của vỏ lõi FG-CNTRC của kết quả hiện tại với kết quả của tác giả Phạm Thanh Hiếu và Hoàng Văn Tùng [42] sử dụng phương pháp Galerkin (Hình 2.5).



Hình 2.5. So sánh đường cong postbuckling của vỏ lõi FG-CNTRC của kết quả hiện tại với kết quả của Phạm Thanh Hiếu và Hoàng Văn Tùng [42]

Bảng 2.1. So sánh giá trị tải nén tới hạn $\bar{p}_0^{cr} = p_0^{cr} h$ (kN) của vỏ trụ FG-CNTRC (không có lõi gấp nếp) chịu nén dọc trục ($h = 1\text{mm}$, $R/h = 100$)

$L^2/(Rh)$		100			300		
V_{CNT}^*		0.12	0.17	0.28	0.12	0.17	0.28
UD	Shen [114]	18.75(1;7)*	30.43(1;7)	37.77(1;7)	19.35(2;7)	31.11(2;7)	39.60(2;7)
	Luận án	18.84(1;7)	30.54(1;7)	38.02(1;7)	19.49(2;7)	31.29(2;7)	39.96(1;6)
	Sai số	0.5%	0.4%	0.7%	0.7%	0.6%	0.9%
FG-X	Shen [114]	21.81(1;7)	35.53(1;7)	47.18(1;7)	22.06(1;6)	37.06(1;6)	46.5(1;6)
	Luận án	21.62 (1;7)	35.19(1;7)	47.10(1;7)	21.90(1;6)	36.80(1;6)	46.58(1;6)
	Sai số	0.9%	1.0%	0.2%	0.7%	0.7%	0.1%

* Mode mất ổn định ($m;n$)

Các tính chất đặc trưng của lớp mặt FG-GRC có thể được chọn tương tự như Shen và cộng sự [129]. Poly (metyl methacrylate) (PMMA) được chọn làm vật liệu nền cho lớp mặt FG-GRC và cho lõi gấp nếp. Các tính chất vật liệu nền PMMA là $E_m = (-T0.0034 + 3.52) \text{ GPa}$, $\alpha_m = 45(1 + \Delta T0.0005) \times 10^{-6}/K$, và $\nu_m = 0.34$. Tính chất vật liệu GRC được tính toán như sau [129]

$$\begin{aligned}
v_{12}^{GRC} &= 0.177, \\
\alpha_1^{GRC} &= (T^3 6.33589 \times 10^{-9} - T^2 1.63355 \times 10^{-5} + T 0.01416 - 3.83788) \times 10^{-6} / K, \\
\alpha_2^{GRC} &= (T^3 4.60392 \times 10^{-9} - T^2 1.35033 \times 10^{-5} + T 0.01296 - 3.73997) \times 10^{-6} / K, \\
E_1^{GRC} &= (-T^3 1.51775 \times 10^{-9} + T^2 2.93701 \times 10^{-6} - T 0.00193 + 2.16637) \times 10^3 \text{ GPa}, \\
E_2^{GRC} &= (-T^3 1.45145 \times 10^{-9} + T^2 2.85954 \times 10^{-6} - T 0.00193 + 2.16868) \times 10^3 \text{ GPa}, \\
G_{12}^{GRC} &= (T^3 5.78507 \times 10^{-10} - T^2 1.2932 \times 10^{-6} + T 8.24436 \times 10^{-4} + 0.53514) \times 10^3 \text{ GPa}.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Bảng 2.2. So sánh giá trị áp lực hướng tâm tới hạn q_0^{cr} (MPa) của vỏ trụ FG-GRC với các kích thước hình học khác nhau ($R/h = 20$, $h = 2\text{mm}$, $T = 400\text{K}$).

Kiểu sắp xếp		$L^2/(Rh)$	100	300	500
(0) ₁₀	Shen và	UD	18.040(1;4)	9.960(1;3)	8.524(1;3)
	Xiang [127]	FG-X	19.541(1;4)	10.729(1;3)	9.303(1;3)
	Luận án	UD	18.579(1;4)	10.116(1;3)	8.671(1;3)
		FG-X	20.381(1;4)	10.970(1;3)	9.528(1;3)
	Sai số	UD	2.9%	1.5%	1.7%
		FG-X	4.1%	2.2%	2.4%
(0/90) _{5T}	Shen và	UD	18.100(1;4)	9.994(1;3)	8.561(1;3)
	Xiang [127]	FG-X	19.711(1;4)	10.825(1;3)	9.410(1;3)
	Luận án	UD	18.644(1;4)	10.150(1;3)	8.709(1;3)
		FG-X	20.571(1;4)	11.073(1;3)	9.642(1;3)
	Sai số	UD	2.9%	1.5%	1.7%
		FG-X	4.2%	2.2%	2.4%
(0/90/0/90/0) _s	Shen và	UD	18.079(1;4)	9.982(1;3)	8.549(1;3)
	Xiang [127]	FG-X	19.677(1;4)	10.805(1;3)	9.391(1;3)
	Luận án	UD	18.622(1;4)	10.138(1;3)	8.696(1;3)
		FG-X	20.536(1;4)	11.052(1;3)	9.622(1;3)
	Sai số	UD	2.9%	1.5%	1.7%
		FG-X	4.2%	2.2%	2.4%

Các kết quả thu được phù hợp so với kết quả trước đó, xác nhận tính chính xác của phương pháp tiếp cận hiện tại.

2.3.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục

Bảng 2.3 trình bày các giá trị tới hạn của tải nén và kéo của vỏ trống lõi và vỏ lõm có các hướng CNT và hướng gấp nếp khác nhau. Đối với vỏ lõi, cả hai trường hợp chịu nén và kéo, tải tới hạn đều được quan sát, còn trường hợp vỏ lõm chỉ có tải nén tới hạn. Trong trường hợp chịu nén, giá trị tới hạn lớn nhất ở vỏ có CNT hướng x và lõi gấp nếp hướng y. Ngược lại, trong trường hợp chịu kéo, giá trị tới hạn lớn nhất thu được đối với vỏ có CNT hướng y và lõi gấp nếp hướng x. Do đó, chỉ xem xét đến vỏ có CNT hướng x với lõi gấp nếp hướng y chịu nén và các ví dụ xem xét vỏ có CNT hướng y với lõi gấp nếp hướng x chịu kéo trong các phân tích tiếp theo.

Bảng 2.3. Ảnh hưởng của các hướng CNT và hướng gấp nếp khác nhau đến tải tới hạn nén và kéo của vỏ trống lõi và vỏ lõm (MPa, FG-X, $V_{CNT}^* = 0.17$, $L = 1.5R$, $R/h = 80$, $T = 400K$, $K_1 = 10^6 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^4 \text{ N/m}$, $h = 7\text{mm}$, $h_f = 1\text{mm}$, $h_c = 5\text{mm}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$, $t = 1.2\text{mm}$).

		CNT hướng x		CNT hướng y	
		Lõi hướng x	Lõi hướng y	Lõi hướng x	Lõi hướng y
Tải nén					
Lõi gấp nếp hình thang	$a = 4R$	73.08 (2;3)	77.65 (2;4)	32.96 (7;5)	32.08 (7;5)
	$a = -4R$	13.24 (1;4)	13.27 (1;4)	27.63 (5;5)	27.07 (5;5)
Lõi gấp nếp lượn sóng	$a = 4R$	70.26 (2;3)	75.46 (2;4)	31.56 (6;5)	30.47 (7;5)
	$a = -4R$	13.24 (1;4)	13.27 (1;4)	26.54 (5;5)	25.81 (5;5)
Tải kéo ($a = 4R$)					
Lõi gấp nếp hình thang		61.74 (1;12)	63.37 (1;12)	411.13 (1;6)	405.84 (1;6)
Lõi gấp nếp lượn sóng		59.58 (1;12)	61.42 (1;11)	413.42 (1;6)	405.24 (1;6)

Bảng 2.4 thể hiện các giá trị tải tới hạn của vỏ trống sandwich lõi gấp nếp hình thang và lõi đặc với các hướng CNT khác nhau. Ngoài ra, các giá trị tới hạn của vỏ có lõi gấp nếp và lõi đặc cũng được so sánh. Kết quả cho thấy vỏ có CNT hướng x vượt trội hơn so với các vỏ có CNT hướng y trong trường hợp tải nén, ngược lại, trong trường hợp tải kéo, xu hướng ngược lại được quan sát.

Bảng 2.4. Tải nén và tải kéo tới hạn của vỏ trống lõi có lõi gấp nếp hình thang và lõi đặc (MPa, $L=1.5R$, $a=0.56m$, $T=400K$, $K_1=10^6 N/m^3$, $K_2=10^4 N/m$, $h=7mm$, $h_f=1mm$, $h_c=5mm$, $f=1.9mm$, $c=4f$, $\alpha=\pi/4$, $t=1.2mm$).

Loại lõi	V_{CNT}^*	UD	FG-X	FG-O
Tải nén ($a=4R$)				
Lõi gấp nếp	0.12	53.37(2;4)	55.38(2;4)	50.02(3;4)
hình thang	0.17	74.38(2;4)	77.65(2;4)	71.24(3;4)
(CNT hướng x)	0.28	93.34(2;3)	99.58(2;3)	91.50(2;3)
Lõi gấp nếp	0.12	22.17(8;6)	22.62(7;5)	21.69(7;6)
hình thang	0.17	32.06(6;5)	32.96(7;5)	31.54(7;6)
(CNT hướng y)	0.28	37.31(7;5)	39.68(7;5)	37.58(7;5)
Lõi đặc (CNT hướng x)	0.12	47.47(4;6)	53.06(4;5)	42.02(4;6)
	0.17	65.08(4;6)	73.53(4;6)	57.22(4;6)
	0.28	85.91(3;5)	95.60(3;5)	75.15(4;6)
Tải kéo ($a=4R$)				
Lõi gấp nếp	0.12	44.22(1;12)	44.66(1;12)	44.14(1;12)
hình thang	0.17	62.13(1;12)	63.37(1;12)	62.16(1;12)
(CNT hướng x)	0.28	70.60(1;12)	74.54(1;11)	71.81(1;12)
Lõi gấp nếp	0.12	265.17(1;6)	288.89(1;6)	240.57(1;7)
hình thang	0.17	376.08(1;6)	411.13(1;6)	342.16(1;6)
(CNT hướng y)	0.28	577.54(1;6)	635.72(1;6)	523.05(1;6)
Lõi đặc (CNT hướng y)	0.12	138.01(1;8)	162.64(1;8)	113.77(1;8)
	0.17	189.55(1;8)	222.74(1;7)	154.18(1;8)
	0.28	270.77(1;7)	323.49(1;7)	222.11(1;7)

Để minh họa cho ưu điểm của lõi gấp nếp, các kết quả với vỏ có lõi đặc cũng được thể hiện trong Bảng 2.4. Lõi đặc được thiết kế với cùng lượng vật liệu như lõi gấp nếp. Có thể nhận thấy rằng vỏ lõi đặc có giá trị tới hạn thấp hơn đáng kể so với vỏ lõi gấp nếp; sự chênh lệch này đặc biệt rõ rệt trong trường hợp chịu nén. Ngoài ra, mode mất ổn định cơ bản ($m=1$) có thể được ghi nhận trong tất cả các nghiên cứu

đối với trường hợp tải kéo của cả vỏ có lỗi gấp nếp và vỏ có lỗi đặc. Như dự đoán, dạng phân bố FG-X có giá trị tới hạn vượt trội hơn so với UD và FG-O. Tuy nhiên, ưu điểm của các vỏ có dạng FG-X thể hiện không rõ rệt đối với vỏ có CNT hướng y trong trường hợp tải nén và đối với vỏ có CNT hướng x trong trường hợp tải kéo.

Bảng 2.5 thể hiện giá trị tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống có lỗi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng trong các môi trường nhiệt độ khác. Các kích thước đặc trưng của gấp nếp hình thang là $f = 1.9\text{mm}$, $c = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$ và gấp nếp lượn sóng là $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$, $t = 1.2\text{mm}$. Có thể thấy, chiều cao của các gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng là như nhau (tương ứng f và $r + d$). Dễ dàng quan sát thấy các giá trị tới hạn của vỏ trong hai trường hợp lỗi gấp nếp hình thang và lỗi gấp nếp lượn sóng có sự khác biệt nhỏ. Ngoài ra, mô đun đàn hồi của vật liệu nền và CNT tăng khi nhiệt độ môi trường giảm dẫn đến giá trị tới hạn tăng. Tuy nhiên, có thể quan sát thấy sự tăng lên không quá lớn trong kết quả khảo sát đối với cả hai trường hợp tải kéo và nén.

Ảnh hưởng của các thông số bán kính dọc khác nhau đến giá trị tới hạn kéo và nén của vỏ trống lỗi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng được trình bày trong Bảng 2.6. Giá trị tới hạn tăng nếu bán kính dọc tăng trong trường hợp tải nén và vỏ lõm. Khi bán kính dọc đạt đến vô cùng, các vỏ trống sẽ trở thành vỏ trụ và vỏ trụ có giá trị tới hạn lớn hơn rõ rệt so với giá trị của vỏ lõm. Xu hướng trái ngược được quan sát đối với vỏ lỗi chịu nén. Trong trường hợp tải kéo, tải tới hạn chỉ tồn tại với vỏ lỗi, không tồn tại với vỏ lõm và vỏ trụ. Đồng thời, khi bán kính dọc tăng, giá trị tới hạn cũng tăng đáng kể.

Hình 2.6a và 2.6b so sánh các đường cong postbuckling của vỏ lỗi có lỗi đặc và lỗi gấp nếp dưới tác động của tải nén và kéo. Các đường cong postbuckling có xu hướng rất khác nhau trong hai trường hợp chịu nén và kéo của vỏ lỗi. Đối với trường hợp tải kéo, dễ dàng nhận thấy các đường cong có xu hướng tăng đều đặn, còn với tải nén, các đường cong có xu hướng phức tạp đối với các vỏ có CNT hướng x với cả lỗi đặc và lỗi gấp nếp hướng y.

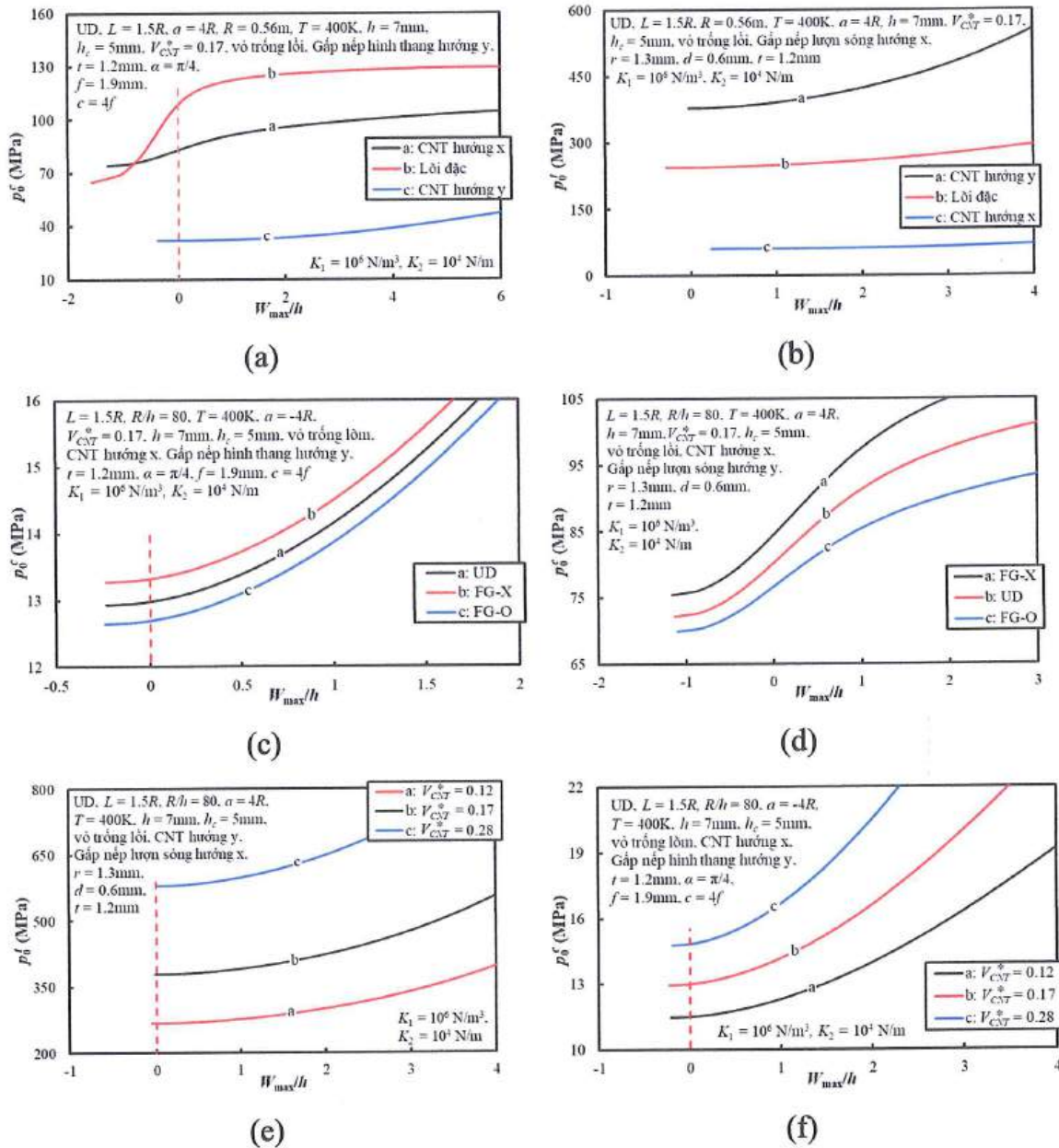
Bảng 2.5. Tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng trong các môi trường nhiệt độ khác nhau (MPa, $K_1 = 10^6 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^4 \text{ N/m}$, $V_{CNT}^* = 0.17$, $L = 1.5R$, $R/h = 80$, $h = 7 \text{ mm}$, $h_f = 1 \text{ mm}$, $h_c = 5 \text{ mm}$).

$T(K)$	Lõi gấp nếp hình thang			Lõi gấp nếp lượn sóng		
	FG-O	FG-X	UD	FG-O	FG-X	UD
Tải kéo ($\alpha = 4R$, CNT hướng y)						
300	352.85(1;7)	423.82(1;6)	388.35(1;6)	354.68(1;7)	426.49(1;6)	391.03(1;6)
400	342.16(1;6)	411.13(1;6)	376.08(1;6)	344.47(1;6)	413.42(1;6)	378.39(1;6)
500	331.72(1;6)	400.18(1;6)	365.37(1;6)	333.66(1;6)	402.09(1;6)	367.30(1;6)
Tải nén ($\alpha = 4R$, CNT hướng x)						
300	75.80(3;4)	85.15(2;4)	80.91(3;4)	75.48(3;4)	82.59(2;4)	79.21(2;4)
400	71.24(3;4)	77.65(2;4)	74.38(2;4)	69.88(2;4)	75.46(2;4)	72.19(2;4)
500	64.76(2;4)	69.99(2;3)	67.09(2;3)	62.93(2;4)	68.45(2;4)	65.28(2;4)
Tải nén ($\alpha = -4R$, CNT hướng x)						
300	13.65(1;4)	14.00(1;4)	13.36(1;4)	13.37(1;4)	14.01(1;4)	13.66(1;4)
400	12.93(1;4)	13.27(1;4)	12.64(1;4)	12.64(1;4)	13.27(1;4)	12.93(1;4)
500	12.21(1;4)	12.54(1;4)	11.92(1;4)	11.90(1;4)	12.52(1;4)	12.19(1;4)

Bảng 2.6. Tải nén và kéo tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng với bán kính dọc khác nhau (MPa, $K_1 = 10^6 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^4 \text{ N/m}$, $V_{CNT}^* = 0.17$, $L = 1.5R$, $R/h = 80$, $h = 7 \text{ mm}$, $h_f = 1 \text{ mm}$, $h_c = 5 \text{ mm}$).

	Lõi gấp nếp hình thang			Lõi gấp nếp lượn sóng		
	UD	FG-X	FG-O	UD	FG-X	FG-O
Tải nén (CNT hướng x)						
$a = -3R$	11.61(1;4)	11.91(1;4)	11.37(1;4)	11.57(1;4)	11.86(1;4)	11.32(1;4)
$a = -4R$	12.93(1;4)	13.27(1;4)	12.64(1;4)	12.93(1;4)	13.27(1;4)	12.64(1;4)
$a = \infty$	41.73(2;6)	44.14(2;6)	39.69(2;6)	40.96(2;6)	43.37(2;6)	38.92(2;6)
$a = 4R$	74.38(2;4)	77.65(2;4)	71.24(3;4)	72.19(2;4)	75.46(2;4)	69.88(2;4)
$a = 3R$	79.94(3;3)	85.51(3;3)	75.07(3;3)	80.37(3;4)	84.19(2;3)	75.10(3;4)
Tải kéo (CNT hướng y)						
$a = 3R$	237.86(1;6)	259.21(1;6)	217.46(1;6)	240.02(1;6)	261.35(1;6)	219.62(1;6)
$a = 4R$	376.08(1;6)	411.13(1;6)	342.16(1;6)	378.39(1;6)	413.42(1;6)	344.47(1;6)
$a = 5R$	546.32(1;7)	601.15(1;7)	492.27(1;7)	547.86(1;7)	602.68(1;7)	493.83(1;7)

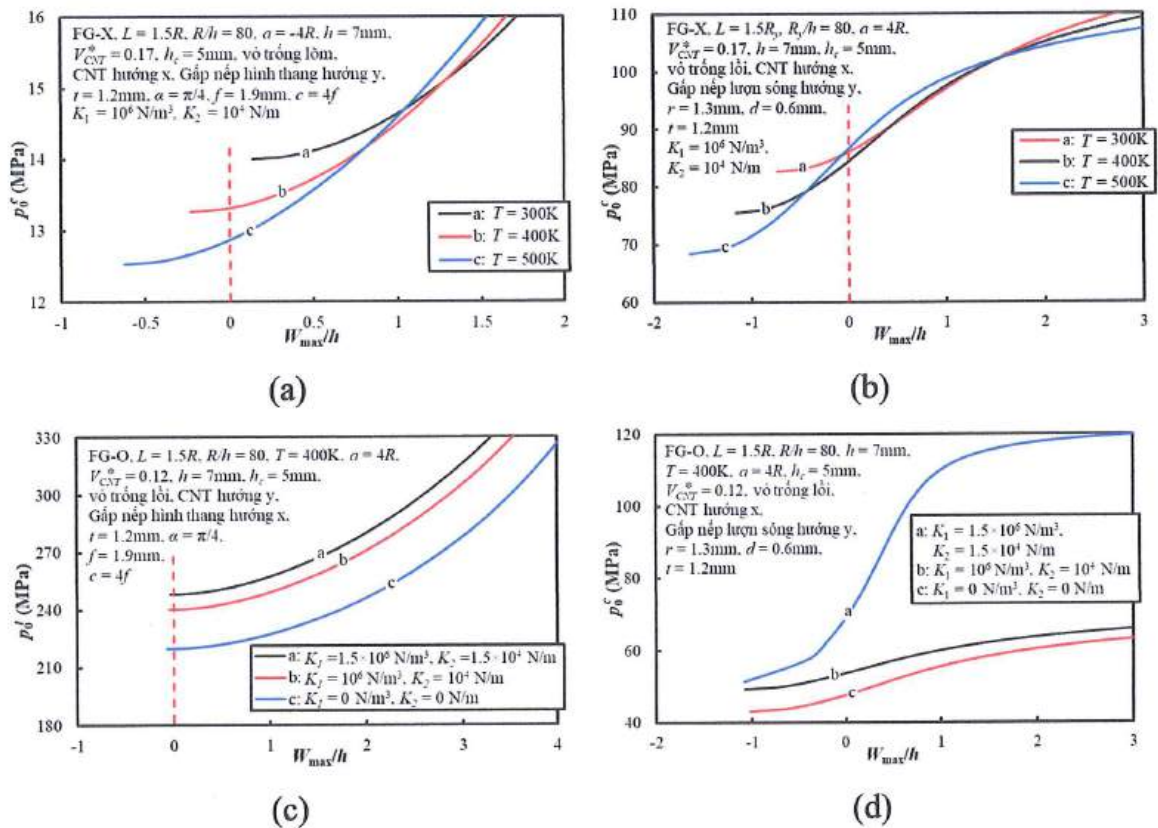
Hình 2.6c và 2.6d xem xét ảnh hưởng của các quy luật phân bố CNT đến các đường cong postbuckling của vỏ lõi gấp nếp dưới tác động của tải nén trong các trường hợp vỏ lõm và vỏ lồi tương ứng. Theo kết quả giá trị tải tới hạn, cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng xếp theo thứ tự giống như tải tới hạn. Đối với vỏ lõm, các đường cong postbuckling gần như song song trong cả vùng độ võng lớn và nhỏ. Ngược lại, đối với vỏ lồi, có thể nhận thấy sự khác biệt lớn hơn ở vùng độ võng lớn. Tỷ phần thể tích CNT trong lớp mặt có ảnh hưởng đến các đường cong postbuckling trong trường hợp vỏ lõm và vỏ lồi được khảo sát trong Hình 2.6e và 2.6f. Sự khác biệt về cường độ chịu kéo và chịu nén sau mất ổn định trở nên rõ rệt hơn ở vùng độ võng lớn, đặc biệt trong trường hợp vỏ lõm. Có thể nhận thấy rằng ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT là đặc biệt đáng kể trong vùng độ võng lớn.



Hình 2.6. Ảnh hưởng của loại lõi, dạng phân bố CNT và tỷ phần thể tích CNT đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich

Hình 2.7a và 2.7b thể hiện xu hướng giảm mạnh của tải nén tới hạn của vỏ dưới sự thay đổi của nhiệt độ, đặc biệt là khi nhiệt độ tăng cao trong vùng độ võng nhỏ. Có thể thấy, trong vùng độ võng trung bình và lớn, các đường cong postbuckling của vỏ có xu hướng bất thường và khó dự đoán. Cụ thể, khi $T = 300K$ đường cong đi lên nhanh ở giai đoạn đầu rồi tăng với tốc độ chậm hơn khi độ võng tăng, $T = 400K$ thì ngược lại nó tăng chậm ở giai đoạn đầu và tăng nhanh ở giai đoạn sau và $T = 500K$ thì giá trị tới hạn ban đầu thấp nhất và đường cong chỉ tăng đều với tốc độ chậm, cho thấy ảnh hưởng bất lợi của nhiệt độ cao đến khả năng chịu tải của vỏ. Hình

2.7c và 2.7d khảo sát ảnh hưởng của độ cứng nền đàn hồi đến cường độ sau mất ổn định của vỏ lõi. Khi độ cứng nền tăng, cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng tăng theo. Trong khi các đường cong postbuckling trong trường hợp chịu kéo có xu hướng tăng đều đặn (Hình 2.7c) thì các đường cong postbuckling trong trường hợp chịu nén lại có xu hướng không đều, đặc biệt khi độ cứng nền cao, đường cong giai đoạn đầu tăng chậm, sau đó tăng nhanh rõ rệt và cuối cùng lại chậm dần ở vùng độ võng lớn (Hình 2.7d).



Hình 2.7. Ảnh hưởng của nhiệt độ và độ cứng nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich

Khi thay đổi tỷ số R/h của vỏ, sự thay đổi đáng kể về cường độ chịu kéo và chịu nén của các đường cong postbuckling được thể hiện trong Hình 2.8a và 2.8b. Ngoài ra, cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng thay đổi đáng kể; cụ thể là các vỏ có bề dày lớn có cường độ vượt trội so với các vỏ mỏng hơn trong vùng độ võng lớn. Hình 2.8c và 2.8d thể hiện ảnh hưởng mạnh mẽ của bán kính dọc đến khả năng chịu tải của vỏ. Trong các ví dụ này, cả các trường hợp chịu kéo và nén, cũng như các dạng vỏ lõm, lồi và trụ đều được khảo sát. Các giá trị tải tới hạn và cường độ sau mất ổn định của vỏ lồi vượt trội hơn so với vỏ lõm và vỏ trụ.

Bảng 2.7 trình bày ảnh hưởng của hướng CNT và hướng gấp nếp đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõi và vỏ lõm. Kết quả cho thấy giá trị tới hạn của vỏ có CNT hướng x nhỏ hơn rõ rệt so với vỏ có CNT hướng y. Ngoài ra, áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ có gấp nếp hướng x cũng lớn hơn một chút so với vỏ có gấp nếp hướng y. Do đó, các khảo sát số tiếp theo chủ yếu tập trung vào vỏ có CNT hướng y.

Bảng 2.8 thể hiện ảnh hưởng của lõi gấp nếp hình thang đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lõi. Dễ thấy rằng, ưu điểm vượt trội của lõi gấp nếp (vỏ có CNT hướng y) trong việc làm tăng giá trị áp lực tới hạn so với lõi đặc (vỏ hướng y CNT) được thể hiện trong bảng này. Mặc dù mô đun đàn hồi của lõi gấp nếp và lõi đặc đều khá nhỏ so với hai lớp mặt nhưng lõi gấp nếp làm cho độ lệch tâm của hai lớp mặt tăng đáng kể so với lõi đặc có cùng thể tích vật liệu. Do đó, độ cứng tổng của vỏ có lõi gấp nếp lớn hơn nhiều so với vỏ có lõi đặc. Bảng 2.8 cũng thể hiện ảnh hưởng của hướng CNT đến áp lực tới hạn của vỏ có lõi đặc và vỏ có lõi gấp nếp. Kết quả thu được cho thấy áp lực tới hạn của vỏ có CNT hướng x nhỏ hơn đáng kể so với vỏ có CNT hướng y. Ưu điểm của dạng phân bố FG-X được thể hiện vượt trội hơn so với dạng UD và FG-O đối với vỏ có lõi đặc, tuy nhiên, ưu điểm này là không đáng kể trong trường hợp vỏ lõi và vỏ lõm có lõi gấp nếp.

Anh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trống có lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng với lớp mặt gia cường CNT được thể hiện trong Bảng 2.9. Trong ví dụ này, chiều cao gấp nếp của lõi gấp nếp hình thang f được chọn bằng với chiều cao gấp nếp của lõi gấp nếp lượn sóng $(r+d)$. Rõ ràng, áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ có lõi gấp nếp lượn sóng lớn hơn một chút so với vỏ có lõi gấp nếp hình thang. Sự suy giảm các đặc tính cơ học của vật liệu do nhiệt độ tăng làm cho áp lực tới hạn của vỏ giảm cũng được minh họa rõ trong ví dụ này. Ngoài ra, áp lực tới hạn của vỏ lõm chỉ thấp hơn một chút so với vỏ lõi. Mode mất ổn định của vỏ trong tất cả các ví dụ đều là mode cơ bản ($m=1$).

Bảng 2.10 thể hiện ảnh hưởng của các thông số hình học lõi gấp nếp lượn sóng và gấp nếp hình thang đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõi. Khi tăng chiều cao của gấp nếp (đối với lõi gấp nếp hình thang) và tăng đoạn thẳng liên kết (đối với lõi

gấp nếp lượn sóng), chiều dày lõi tương ứng tăng lên dẫn đến độ lệch tâm của hai lớp mặt tăng lên làm cho áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ có xu hướng tăng theo.

Bảng 2.8. Ảnh hưởng của hướng CNT, quy luật phân bố CNT, tỷ phần thể tích CNT và lõi gấp nếp của vỏ lõi và vỏ lõm đến áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) ($K_1=10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2=10^5 \text{ N/m}$, $R=0.56\text{m}$, $L=1.5R$, $T=400\text{K}$, $h=7\text{mm}$, $h_c=5\text{mm}$, $f=1.9\text{mm}$, $c_t=4f$, $t=1.2\text{mm}$, $\alpha=\pi/4$).

	V_{CNT}^*	FG-O	FG-X	UD
Vỏ lõm ($a=-4R$)				
Gấp nếp hình thang (CNT hướng x)	0.12	0.387(1;12)	0.388(1;12)	0.386(1;12)
	0.17	0.402(1;10)	0.404(1;10)	0.401(1;10)
	0.28	0.415(1;10)	0.421(1;10)	0.414(1;10)
Gấp nếp hình thang (CNT hướng y)	0.12	0.665(1;5)	0.693(1;5)	0.640(1;5)
	0.17	0.777(1;5)	0.818(1;5)	0.740(1;5)
	0.28	0.934(1;4)	0.977(1;4)	0.896(1;4)
Lõi đặc PMMA (CNT hướng y)	0.12	0.373(1;8)	0.400(1;7)	0.346(1;8)
	0.17	0.418(1;7)	0.451(1;7)	0.386(1;8)
	0.28	0.489(1;6)	0.529(1;6)	0.449(1;7)
Vỏ lõi ($a=4R$)				
Gấp nếp hình thang (CNT hướng x)	0.12	0.409(1;14)	0.411(1;14)	0.408(1;14)
	0.17	0.441(1;12)	0.444(1;12)	0.439(1;12)
	0.28	0.463(1;12)	0.473(1;12)	0.464(1;12)
Gấp nếp hình thang (CNT hướng y)	0.12	0.727(1;5)	0.755(1;5)	0.694(1;6)
	0.17	0.865(1;5)	0.907(1;5)	0.829(1;5)
	0.28	1.095(1;5)	1.165(1;5)	1.039(1;5)
Lõi đặc PMMA (CNT hướng y)	0.12	0.386(1;8)	0.415(1;8)	0.356(1;9)
	0.17	0.444(1;8)	0.481(1;7)	0.405(1;8)
	0.28	0.529(1;7)	0.583(1;7)	0.483(1;7)

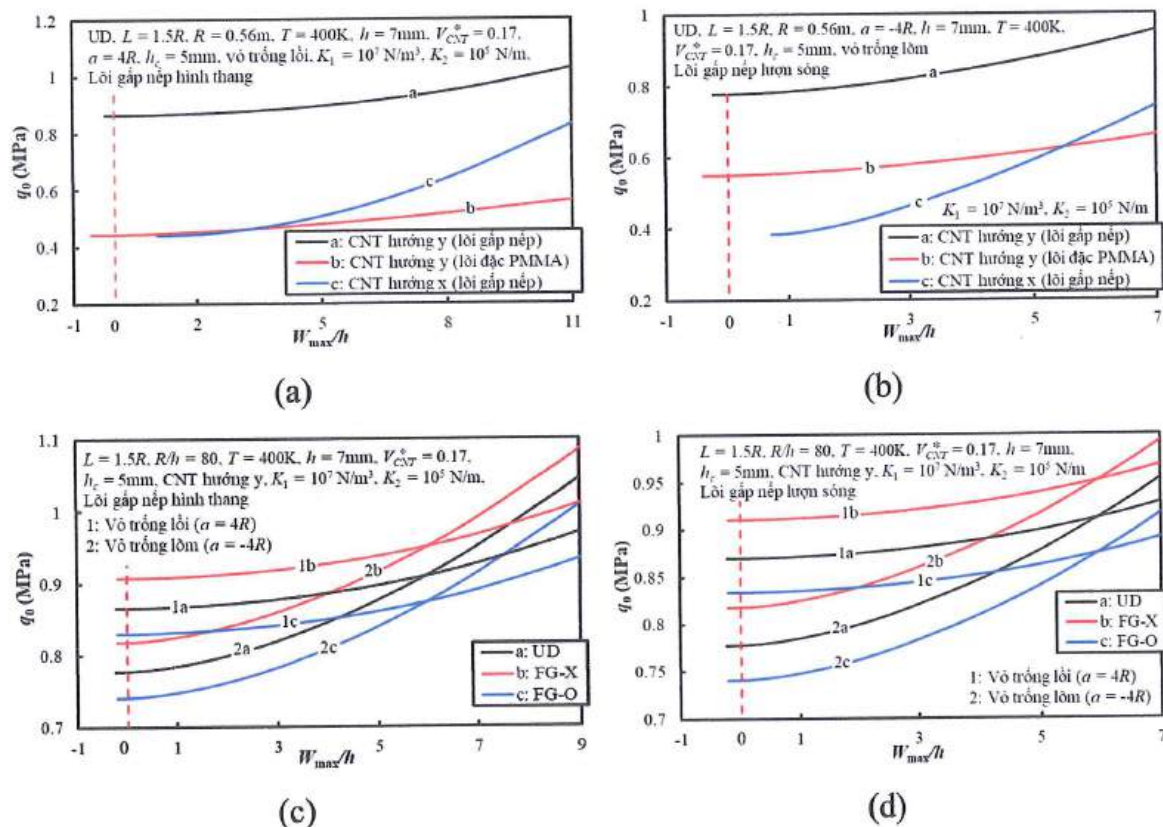
Bảng 2.9. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ đến áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ lõi và vỏ lõm (CNT hướng y, $L=1.5R$, $R/h=80$, $V_{CNT}^*=0.17$, $h=7\text{mm}$, $h_c=5\text{mm}$, $K_1=10^7\text{N/m}^3$, $K_2=10^5\text{N/m}$, $f=1.9\text{mm}$, $c_t=4f$, $t=1.2\text{mm}$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3\text{mm}$, $d=0.6\text{mm}$).

$T(\text{K})$	Gấp nếp hình thang			Gấp nếp lượn sóng		
	FG-O	FG-X	UD	FG-O	FG-X	UD
$\alpha = -4R$						
300	0.770(1;5)	0.847(1;4)	0.809(1;5)	0.770(1;5)	0.847(1;4)	0.810(1;5)
400	0.740(1;5)	0.818(1;5)	0.777(1;5)	0.741(1;5)	0.818(1;5)	0.778(1;5)
500	0.710(1;5)	0.787(1;5)	0.745(1;5)	0.710(1;5)	0.787(1;5)	0.745(1;5)
$\alpha = 4R$						
300	0.873(1;5)	0.952(1;5)	0.911(1;5)	0.878(1;5)	0.956(1;5)	0.916(1;5)
400	0.829(1;5)	0.907(1;5)	0.865(1;5)	0.834(1;5)	0.911(1;5)	0.869(1;5)
500	0.785(1;5)	0.862(1;5)	0.819(1;5)	0.789(1;5)	0.865(1;5)	0.823(1;5)

Bảng 2.10. Áp lực hướng tâm tới hạn (MPa) của vỏ lõi với các thông số hình học lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng khác nhau (CNT hướng y, $\alpha=4R$, $R=0.56\text{m}$, $L=1.5R$, $V_{CNT}^*=0.17$, $T=400\text{K}$, $K_1=10^7\text{N/m}^3$, $K_2=10^5\text{N/m}$, $h_f=1\text{mm}$, $c_t=4f$, $t=1.2\text{mm}$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3\text{mm}$).

	UD	FG-X	FG-O
Lõi gấp nếp lượn sóng			
$d=0\text{ mm}$, $h_c=3.8\text{ mm}$	0.725(1;6)	0.771(1;6)	0.682(1;6)
$d=0.6\text{ mm}$, $h_c=5\text{ mm}$	0.869(1;5)	0.911(1;5)	0.834(1;5)
$d=1.6\text{ mm}$, $h_c=7\text{ mm}$	1.152(1;5)	1.189(1;4)	1.103(1;5)
Lõi gấp nếp hình thang			
$f=1.9\text{mm}$, $h_c=5\text{ mm}$	0.865(1;5)	0.907(1;5)	0.829(1;5)
$f=2.4\text{mm}$, $h_c=6\text{ mm}$	1.516(1;4)	1.652(1;4)	1.363(1;5)
$f=2.9\text{mm}$, $h_c=7\text{ mm}$	1.738(1;4)	1.900(1;4)	1.588(1;4)

Các đường cong postbuckling của vỏ có CNT hướng x và hướng y có lõi gấp nếp và lõi đặc được so sánh trong Hình 2.9a và 2.9b. Sự thay đổi của các đường cong postbuckling trong trường hợp lõi gấp nếp và lõi đặc cũng như trong trường hợp vỏ có CNT hướng x và hướng y, thể hiện sự khác biệt rõ rệt. Xu hướng các đường cong postbuckling của vỏ trống có lõi gấp nếp với các quy luật phân bố CNT khác nhau được trình bày trong Hình 2.9c và 2.9d đối với vỏ lõi và vỏ lõm tương ứng. Rõ ràng, vỏ có dạng phân bố FG-X có cường độ sau mất ổn định lớn nhất, tiếp theo là dạng UD và cuối cùng là dạng FG-O. Xu hướng tăng của các đường cong postbuckling của vỏ lõm lớn hơn đáng kể so với vỏ lõi tương ứng. Ngược lại, xu hướng tăng của từng vỏ với quy luật phân bố CNT khác nhau gần như giống nhau.



Hình 2.9. Ảnh hưởng của loại lõi gấp nếp và quy luật phân bố CNT đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich

Tỷ phần thể tích CNT có tác động rõ rệt đến đường cong postbuckling của vỏ trống có lõi gấp nếp được thể hiện trong Hình 2.10a và 2.10b. Có thể thấy rằng, khi tỷ phần thể tích CNT tăng, cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng được cải thiện. Việc tăng tỷ phần thể tích CNT làm tăng độ cứng, từ đó nâng cao khả năng chịu tải của vỏ. Sự thay đổi của nhiệt độ làm ảnh hưởng đến cường độ sau mất ổn định của

2.3.4. Bài toán 3: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu kéo, nén dọc trục

Bảng 2.11 và Bảng 2.12 trình bày ảnh hưởng của hướng gấp nếp đến giá trị của tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống FG-GRC sandwich. Kết quả cho thấy, vỏ có lõi gấp nếp hướng x và hướng y cho giá trị tải tới hạn gần như tương đương nhau. Trong khi vỏ lõi với lõi gấp nếp hướng x có giá trị tải kéo tới hạn lớn hơn so với hướng y thì kết quả ngược lại được quan sát trong các trường hợp tải nén đối với cả vỏ lõi và vỏ lõm. Để đơn giản hóa, các ví dụ tiếp theo chỉ xét các trường hợp lõi gấp nếp hướng y.

Bảng 2.11. Tải kéo tới hạn của vỏ trống FG-GRC với các hướng gấp nếp khác nhau (MPa, $(0/90)_{ST}$, $R=0.56m$, $a=4R$, $L=1.5R$, $T=400K$, $h_f=1mm$, $h_c=5mm$, $K_1=10^7 N/m^3$, $K_2=10^5 N/m$, $f=1.9mm$, $c_t=4f$, $t=1.2mm$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3mm$, $d=0.6mm$).

	Hướng gấp nếp	Dạng UD	Dạng FG-X	Dạng FG-O
Lõi gấp nếp	Hướng x	525.61(1;9)	506.00(1;9)	473.63(1;9)
hình thang	Hướng y	525.16(1;9)	505.48(1;9)	473.12(1;9)
Lõi gấp nếp	Hướng x	525.49(1;9)	505.90(1;9)	473.55(1;9)
lượn sóng	Hướng y	525.15(1;9)	505.42(1;9)	473.09(1;9)

Bảng 2.12. Tải nén tới hạn của vỏ trống FG-GRC với các hướng gấp nếp khác nhau (MPa, $(0/90)_{ST}$, $R=0.56m$, $a=4R$, $L=1.5R$, $T=400K$, $h_f=1mm$, $h_c=5mm$, $K_1=10^7 N/m^3$, $K_2=10^5 N/m$, $f=1.9mm$, $c_t=4f$, $t=1.2mm$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3mm$, $d=0.6mm$).

		$a=4R$		$a=-4R$	
		Hướng x	Hướng y	Hướng x	Hướng y
Lõi gấp nếp hình thang	UD	249.91(6;3)	251.03(6;3)	116.50(1;4)	113.80(1;4)
	FG-X	234.24(6;1)	236.01(6;2)	115.49(1;4)	112.80(1;4)
	FG-O	223.34(6;2)	225.02(6;2)	112.35(1;4)	108.65(1;4)
Lõi gấp nếp lượn sóng	UD	250.02(6;3)	252.26(6;3)	116.53(1;4)	113.85(1;4)
	FG-X	234.56(6;1)	237.62(6;2)	115.53(1;4)	112.85(1;4)
	FG-O	223.57(6;2)	226.39(6;3)	112.39(1;4)	108.70(1;4)

Bảng 2.13. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ và quy luật phân bố graphene đến tải kéo và nén tới hạn (MPa) của vỏ (0/90/0/90/0)s có lõi gấp nếp ($K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $L = 1.5R$, $R/h = 80$, $h_f = 1\text{mm}$, $h_c = 5\text{mm}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

$T(K)$	Lõi gấp nếp hình thang			Lõi gấp nếp lượn sóng		
	FG-O	FG-X	UD	FG-O	FG-X	UD
Kéo dọc trục ($a = 4R$)						
300	531.01(1;9)	566.43(1;9)	588.64(1;9)	531.02(1;9)	566.39(1;9)	588.66(1;9)
400	479.89(1;9)	511.99(1;9)	531.09(1;9)	479.76(1;9)	511.82(1;9)	530.99(1;9)
500	458.71(1;9)	489.72(1;9)	501.29(1;9)	458.51(1;9)	489.50(1;9)	501.12(1;9)
Nén dọc trục ($a = 4R$)						
300	279.76(6;2)	260.91(6;1)	249.18(6;1)	281.62(6;2)	263.05(6;1)	251.12(7;1)
400	251.19(6;3)	236.05(6;2)	224.95(6;2)	252.41(6;3)	237.65(6;2)	226.35(6;3)
500	239.41(6;3)	229.10(6;3)	217.65(6;3)	240.15(6;4)	230.13(6;3)	218.68(6;3)
Nén dọc trục ($a = -4R$)						
300	118.85(1;4)	122.52(1;4)	123.50(1;4)	118.89(1;4)	122.56(1;4)	123.55(1;4)
400	111.90(1;4)	115.04(1;4)	115.96(1;4)	111.92(1;4)	115.05(1;4)	115.98(1;4)
500	107.25(1;4)	110.20(1;4)	110.51(1;4)	107.25(1;4)	110.19(1;4)	110.51(1;4)

Bảng 2.14. Ảnh hưởng của lõi gấp nếp đến tải kéo, nén tới hạn (MPa) của vỏ trống có lõi gấp nếp hình thang so với vỏ có lõi đặc ($K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $R = 0.56\text{m}$, $L = 1.5R$, $T = 400\text{K}$, $h_f = 1\text{mm}$, $h_c = 5\text{mm}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$).

	Lõi gấp nếp hình thang				Lõi đặc PMMA			
	FG-O	FG-X	UD	UD	FG-O	FG-X	UD	UD
Kéo dọc trục ($a=4R$)								
(0) ₁₀	471.23(1;9)	503.09(1;9)	524.04(1;9)	524.04(1;9)	368.24(1;13)	413.67(1;13)	415.40(1;13)	415.40(1;13)
(0/90) _{sr}	473.12(1;9)	505.48(1;9)	525.16(1;9)	525.16(1;9)	369.01(1;13)	415.22(1;13)	416.03(1;13)	416.03(1;13)
(0/90/0/90/0) _s	479.89(1;9)	511.99(1;9)	531.09(1;9)	531.09(1;9)	380.61(1;13)	426.39(1;13)	426.82(1;13)	426.82(1;13)
Nén dọc trục ($a=4R$)								
(0) ₁₀	224.73(6;2)	235.89(6;1)	251.15(6;3)	251.15(6;3)	198.95(10;1)	223.54(10;1)	230.20(10;1)	230.20(10;1)
(0/90) _{sr}	225.02(6;2)	236.01(6;2)	251.03(6;3)	251.03(6;3)	199.11(10;1)	223.26(10;1)	230.08(10;1)	230.08(10;1)
(0/90/0/90/0) _s	224.95(6;2)	236.05(6;2)	251.19(6;3)	251.19(6;3)	198.97(10;1)	223.37(10;1)	230.18(10;1)	230.18(10;1)

Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ và quy luật phân bố graphene đến tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống có lõi gấp nếp được thể hiện trong Bảng 2.13. Tải nén tới hạn được ghi nhận ở cả vỏ lõi và vỏ lõm. Ngược lại, tải kéo tới hạn chỉ được ghi nhận đối với vỏ lõi. Kết quả cho thấy dạng phân bố FG-O luôn cho giá trị tới hạn thấp nhất trong mọi khảo sát, ngược lại, dạng UD luôn có giá trị tới hạn lớn nhất. Đồng thời, tải nén tới hạn của vỏ lõi vượt trội rõ rệt hơn so với vỏ lõm.

Bảng 2.15. Ảnh hưởng của lõi gấp nếp đến tải kéo, nén tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-GRC có lõi gấp nếp lượn sóng so với vỏ có lõi đặc ($K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $R = 0.56\text{m}$, $L = 1.5R$, $T = 400\text{K}$, $h_f = 1\text{mm}$, $h_c = 5\text{mm}$, $t = 1.2\text{mm}$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

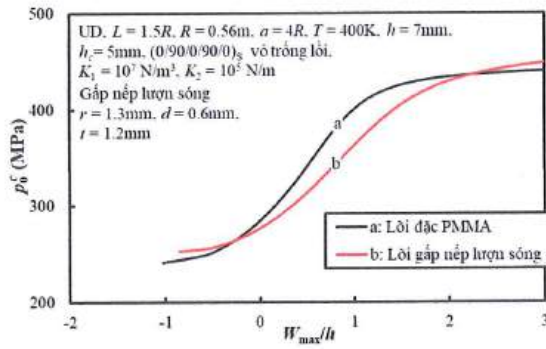
Lõi gấp nếp lượn sóng					Lõi đặc PMMA		
	FG-O	FG-X	UD	UD	FG-O	FG-X	UD
Kéo dọc trục ($a = 4R$)							
(0) ₁₀	471.19 (1;9)	503.02 (1;9)	524.04 (1;9)	524.04 (1;9)	396.97 (1;12)	436.40 (1;11)	445.23 (1;11)
(0/90) _{5T}	473.09 (1;9)	505.42 (1;9)	525.15 (1;9)	525.15 (1;9)	398.51 (1;12)	437.98 (1;11)	445.93 (1;11)
(0/90/0/90/0) _s	479.76 (1;9)	511.82 (1;9)	530.99 (1;9)	530.99 (1;9)	407.68 (1;12)	447.01 (1;11)	454.56 (1;11)
Nén dọc trục ($a = 4R$)							
(0) ₁₀	226.31 (6;3)	237.53 (6;2)	252.38 (6;3)	252.38 (6;3)	211.98 (9;1)	230.17 (8;1)	241.29 (8;3)
(0/90) _{5T}	226.39 (6;3)	237.62 (6;2)	252.26 (6;3)	252.26 (6;3)	211.80 (9;1)	230.25 (8;1)	241.21 (8;3)
(0/90/0/90/0) _s	226.35 (6;3)	237.65 (6;2)	252.41 (6;3)	252.41 (6;3)	211.64 (9;1)	230.32 (8;1)	241.35 (8;3)

Ảnh hưởng của lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng đến tải kéo và nén tới hạn của vỏ trống so với vỏ có lõi đặc, được trình bày trong Bảng 2.14 và Bảng 2.15. Độ dày của lõi đặc được tính theo công thức $\frac{L}{c}t$, nghĩa là lượng vật liệu của lõi đặc bằng với lượng vật liệu của lõi gấp nếp. Có thể nhận thấy sự cải thiện đáng kể của vỏ có lõi gấp nếp so với vỏ có lõi đặc về giá trị tới hạn và có vẻ như sự cải thiện này lớn hơn trong trường hợp vỏ chịu kéo dọc trục. Rõ ràng, tải tới hạn của vỏ được cải thiện nhờ sự gia tăng độ dày lõi. Với cùng lượng vật liệu, độ dày lớn hơn của lõi gấp nếp làm cho độ lệch tâm giữa hai lớp mặt GRC lớn hơn, qua đó cải thiện đáng kể độ cứng tổng thể của vỏ.

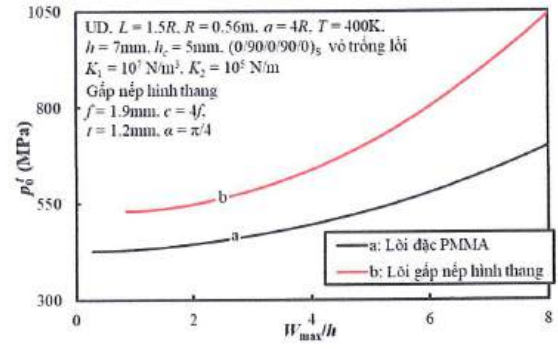
Bảng 2.16. Ảnh hưởng của bán kính dọc đến tải nén, kéo tới hạn (MPa) của vỏ trống (0/90/0/90/0)_s có lõi gấp nếp ($L = 1.5R$, $T = 400K$, $R/h = 80$, $h_f = 1\text{mm}$, $h_c = 5\text{mm}$, $K_1 = 10^7 \text{N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{N/m}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

	Lõi gấp nếp hình thang			Lõi gấp nếp lượn sóng		
	FG-O	FG-X	UD	FG-O	FG-X	UD
Tải nén						
$a = -4R$	111.90 (1;4)	115.04 (1;4)	115.96 (1;4)	111.92 (1;4)	115.05 (1;4)	115.98 (1;4)
$a = -3R$	96.25 (2;6)	102.32 (2;6)	103.65 (1;4)	96.25 (2;6)	102.33 (2;6)	103.65 (1;4)
$a = \infty$	211.24 (5;6)	222.23 (4;6)	229.60 (4;6)	211.40 (5;6)	222.13 (4;6)	229.43 (4;6)
$a = 3R$	225.70 (6;1)	236.39 (6;1)	252.76 (6;2)	227.17 (7;1)	238.24 (6;1)	254.35 (6;2)
$a = 4R$	224.95 (6;2)	236.05 (6;2)	251.19 (6;3)	226.35 (6;2)	237.65 (6;2)	252.41 (6;3)
Tải kéo						
$a = 3R$	372.94 (1;10)	397.58 (1;9)	414.98 (1;9)	372.99 (1;10)	397.49 (1;9)	414.92 (1;9)
$a = 4R$	479.89 (1;9)	511.99 (1;9)	531.09 (1;9)	479.76 (1;9)	511.82 (1;9)	530.99 (1;9)
$a = 5R$	613.59 (1;9)	657.41 (1;9)	678.99 (1;9)	613.31 (1;9)	657.06 (1;9)	678.76 (1;9)

Bảng 2.16 thể hiện ảnh hưởng của bán kính dọc đến tải nén và kéo tới hạn của vỏ trống (0/90/0/90/0)_s có lõi gấp nếp. Đối với trường hợp tải nén dọc trục, các kết quả chỉ ra vỏ lõi có tải nén tới hạn lớn nhất và giá trị của vỏ lõi nhỏ hơn so với vỏ trụ. Ngoài ra, mode mất ổn định tới hạn m theo phương dọc của vỏ lõi có thể đạt giá trị lớn, còn mode mất ổn định tới hạn theo phương chu vi n đạt giá trị nhỏ; xu hướng này ngược lại với vỏ lõi. Đối với trường hợp tải kéo dọc trục, tải kéo tới hạn tăng lên khi bán kính dọc tăng. Trong khi các mode mất ổn định tới hạn theo phương chu vi luôn đạt giá trị lớn, các mode mất ổn định tới hạn theo phương dọc luôn ở mode cơ bản ($m=1$).

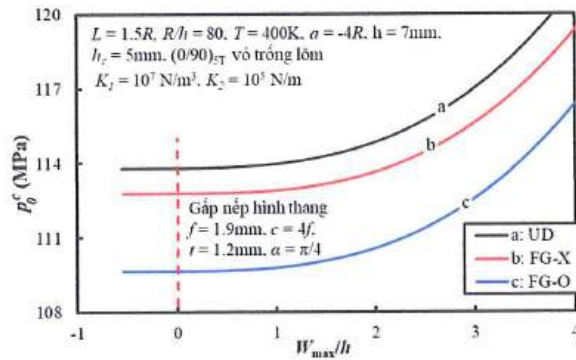


(a)

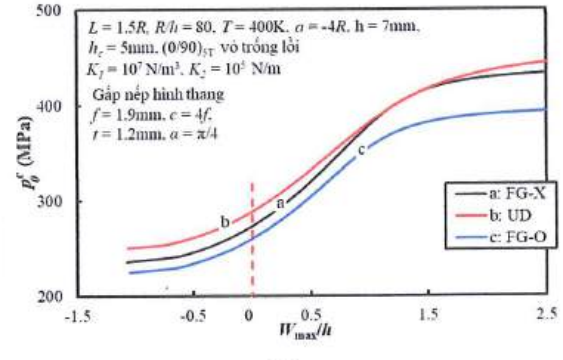


(b)

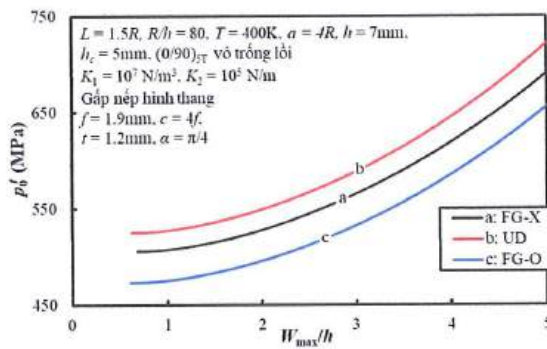
Hình 2.12. Ảnh hưởng của loại lỗi đến các đường cong postbuckling của vỏ FG-GRC



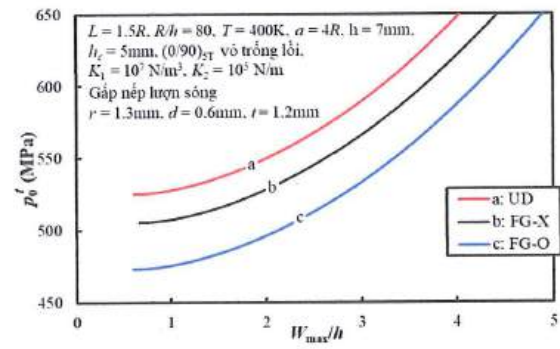
(a)



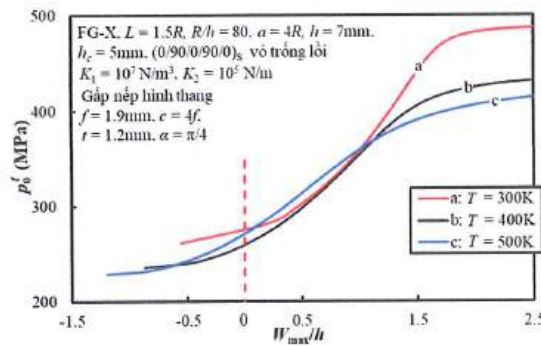
(b)



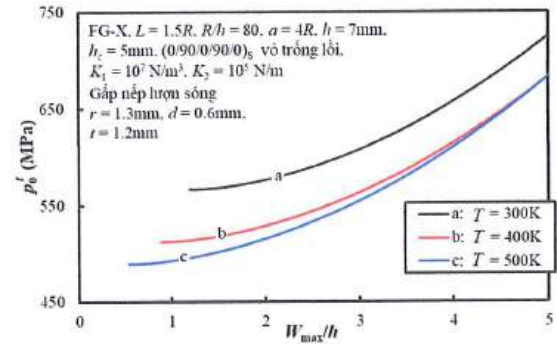
(c)



(d)



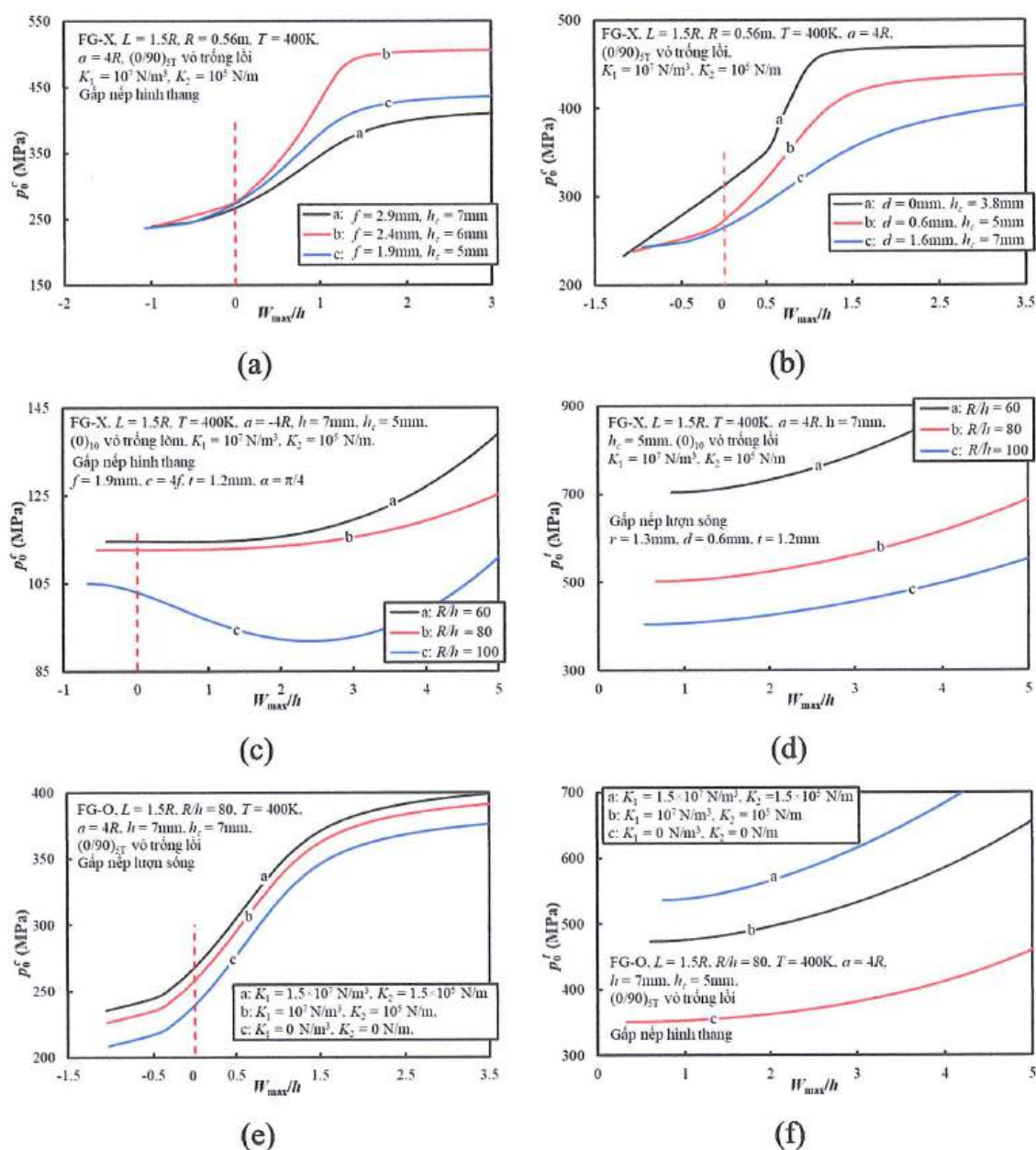
(e)



(f)

Hình 2.13. Ảnh hưởng của quy luật phân bố graphene và sự thay đổi nhiệt độ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp

Các đường cong postbuckling của vỏ lõi và vỏ lõm có lõi gấp nếp chịu tải nén và kéo dọc trục, với ảnh hưởng của quy luật phân bố graphene và sự thay đổi nhiệt độ, được xem xét trong Hình 2.13. Các kết quả ứng xử sau mất ổn định phù hợp với kết quả của tải tới hạn và có xu hướng tăng đều được thể hiện trong Hình 2.13a-d. Một sự khác thường nhỏ được quan sát thấy trong trường hợp vỏ lõi chịu nén (Hình 2.13b). Có thể nhìn thấy trong Hình 2.13e và 2.13f sự thay đổi nhiệt độ gây suy giảm đáng kể tải tới hạn của vỏ và xu hướng phức tạp của đường cong postbuckling được quan sát trong nhiều khảo sát tại các vùng độ võng khác nhau.



Hình 2.14. Ảnh hưởng của các tham số hình học của lõi gấp nếp và vỏ, các tham số nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC lõi gấp nếp

Hình 2.14a-d trình bày ảnh hưởng của các tham số hình học của lõi gấp nếp và tỷ số R/h đến đường cong postbuckling của vỏ. Như thể hiện trong Hình 2.14a và 2.14b, khi thay đổi các tham số hình học của lõi gấp nếp thay đổi, tải tới hạn chỉ thay đổi nhỏ, trong khi đó cường độ sau mất ổn định của vỏ thay đổi đáng kể trong vùng độ võng lớn. Đối với vỏ lõm chịu nén dọc trục (Hình 2.14c), xu hướng đường cong postbuckling chịu ảnh hưởng đáng kể của tỷ số R/h . Với trường hợp vỏ mỏng, hiện tượng snap-through biểu hiện rõ ràng trong ứng xử sau mất ổn định. Ảnh hưởng của nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ lõi, trong các trường hợp chịu nén và kéo, được trình thể hiện lượt trong Hình 2.14e và 2.14f. Tương tác vỏ - nền luôn ngược hướng với hướng chuyển vị, làm cho khả năng chịu tải sau mất ổn định của vỏ gia tăng rõ rệt. Kết quả cho thấy với các độ cứng nền khác nhau, các đường cong postbuckling đều có xu hướng song song trong các vùng độ võng khác nhau.

2.3.5. Bài toán 4: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu áp lực hướng tâm

Bảng 2.17. Ảnh hưởng của hướng gấp nếp đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trống (MPa, $(0/90)_{ST}$, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $L = 1.5R$, $R/h = 80$, $h = 7 \text{ mm}$, $h_f = 1 \text{ mm}$, $f = 1.9 \text{ mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2 \text{ mm}$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3 \text{ mm}$, $d = 0.6 \text{ mm}$).

		$a = 4R$		$a = -4R$	
		Lõi hướng x	Lõi hướng y	Lõi hướng x	Lõi hướng y
Gấp nếp hình thang	FG-O	1.083(1;8)	1.084(1;9)	0.682(1;5)	0.683(1;5)
	FG-X	1.142(1;8)	1.146(1;8)	0.711(1;5)	0.712(1;5)
	UD	1.195(1;8)	1.196(1;8)	0.721(1;5)	0.722(1;5)
Gấp nếp lượn sóng	FG-O	1.083(1;8)	1.085(1;9)	0.681(1;5)	0.683(1;5)
	FG-X	1.145(1;8)	1.146(1;8)	0.710(1;5)	0.712(1;5)
	UD	1.196(1;8)	1.196(1;8)	0.721(1;5)	0.722(1;5)

Bảng 2.17 trình bày ảnh hưởng của hướng gấp nếp đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ $(0/90)_{ST}$. Có thể quan sát được sự khác biệt nhỏ giữa hai trường hợp khảo sát lõi hướng x và lõi hướng y. Ngoài ra, mode mất ổn định không thay đổi nhiều đối với cả trường hợp vỏ lõm và vỏ lõi. Các nghiên cứu số tiếp theo trong luận án chỉ

xem xét trường hợp lõi gấp nếp theo hướng y. Các thông số đầu vào của gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng được tính toán với cùng biên độ sóng của gấp nếp; lõi làm bằng vật liệu PMMA có mô đun đàn hồi nhỏ hơn đáng kể so với hai lớp mặt làm bằng GRC, dẫn đến độ lệch tâm giữa hai lớp mặt bằng nhau và không ảnh hưởng nhiều đến độ cứng chung của kết cấu. Do đó, các kết quả tải tới hạn của vỏ có lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng hầu như không chênh lệch đáng kể.

Bảng 2.18. Ảnh hưởng của các quy luật phân bố GRC, loại lõi và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lồi có lõi gấp nếp hình thang (MPa, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $R = 0.56\text{m}$, $L = 1.5R$, $T = 400\text{K}$, $h = 7\text{mm}$, $h_f = 1\text{mm}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$).

		Dạng UD	Dạng FG-X	Dạng FG-O
Vỏ lõm ($a = -4R$)				
Gấp nếp hình thang	(0) ₁₀	0.721(1;5)	0.710(1;5)	0.681(1;5)
	(0/90) _{5T}	0.722(1;5)	0.712(1;5)	0.683(1;5)
	(0/90/0/90/0) _s	0.737(1;5)	0.727(1;5)	0.699(1;5)
Lõi đặc PMMA	(0) ₁₀	0.424(2;9)	0.430(2;9)	0.390(2;9)
	(0/90) _{5T}	0.424(2;9)	0.431(2;9)	0.391(2;9)
	(0/90/0/90/0) _s	0.439(2;9)	0.446(2;9)	0.406(2;9)
Vỏ lồi ($a = 4R$)				
Gấp nếp hình thang	(0) ₁₀	1.195(1;8)	1.143(1;8)	1.082(1;8)
	(0/90) _{5T}	1.196(1;8)	1.146(1;8)	1.084(1;9)
	(0/90/0/90/0) _s	1.210(1;8)	1.161(1;8)	1.100(1;8)
Lõi đặc PMMA	(0) ₁₀	0.546(1;12)	0.540(1;12)	0.488(1;12)
	(0/90) _{5T}	0.546(1;12)	0.541(1;12)	0.488(1;12)
	(0/90/0/90/0) _s	0.561(1;12)	0.556(1;12)	0.504(1;12)

Bảng 2.18 và Bảng 2.19 khảo sát ảnh hưởng của lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trống. Kết quả chỉ ra rằng lõi gấp nếp có ưu điểm vượt trội hơn so với lõi đặc về giá trị áp lực tới hạn. Lõi đặc và lõi gấp nếp được thiết kế với cùng một lượng vật liệu, tuy nhiên, lợi thế độ dày lớn của

lỗi gấp nếp làm cải thiện rõ rệt khả năng chịu tải của vỏ đối với cả trường hợp vỏ lõm và vỏ lồi. Các bảng này cũng thể hiện ảnh hưởng không đáng kể của cách sắp xếp GRC đến áp lực tới hạn của của cả vỏ có lỗi gấp nếp và lỗi đặc. Bên cạnh đó, áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ có dạng phân bố UD lớn hơn một chút so với phân bố FG-X và ưu điểm này trở nên rõ rệt hơn khi so sánh với vỏ có dạng phân bố FG-O.

Bảng 2.19. Ảnh hưởng của các quy luật phân bố GRC, loại lỗi và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lồi có lỗi gấp nếp lượn sóng (MPa, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $R = 0.56\text{m}$, $L = 1.5R$, $T = 400\text{K}$, $h = 7\text{mm}$, $h_f = 1\text{mm}$, $t = 1.2\text{mm}$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

		FG-O	Dạng FG-X	UD
Vỏ lõm ($a = -4R$)				
Gấp nếp lượn sóng	(0) ₁₀	0.682(1;5)	0.710(1;5)	0.722(1;5)
	(0/90) _{5T}	0.683(1;5)	0.712(1;5)	0.722(1;5)
	(0/90/0/90/0) _S	0.698(1;5)	0.727(1;5)	0.737(1;5)
Lỗi đặc PMMA	(0) ₁₀	0.513(1;6)	0.534(1;6)	0.538(1;5)
	(0/90) _{5T}	0.513(1;6)	0.535(1;6)	0.538(1;5)
	(0/90/0/90/0) _S	0.528(1;6)	0.549(1;6)	0.552(1;5)
Vỏ lồi ($a = 4R$)				
Gấp nếp lượn sóng	(0) ₁₀	1.083(1;8)	1.143(1;8)	1.195(1;8)
	(0/90) _{5T}	1.085(1;9)	1.146(1;8)	1.196(1;8)
	(0/90/0/90/0) _S	1.100(1;8)	1.161(1;8)	1.210(1;8)
Lỗi đặc PMMA	(0) ₁₀	0.649(1;11)	0.702(1;10)	0.720(1;10)
	(0/90) _{5T}	0.650(1;11)	0.703(1;10)	0.721(1;10)
	(0/90/0/90/0) _S	0.665(1;11)	0.718(1;10)	0.735(1;10)

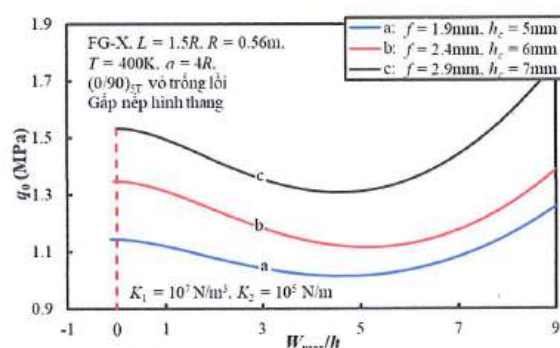
Bảng 2.20. Ảnh hưởng của quy luật phân bố GRC, loại lõi gấp nếp và cách sắp xếp GRC đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõi và vỏ lõm FG-GRC lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng (MPa, $(0)_{10}$, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $L = 1.5R$, $T = 400K$, $h = 7\text{mm}$, $h_f = 1\text{mm}$, $f = 1.9\text{mm}$, $c_t = 4f$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

R/h	Gấp nếp hình thang			Gấp nếp lượn sóng		
	Dạng UD	Dạng FG-X	Dạng FG-O	Dạng UD	Dạng FG-X	Dạng FG-O
$a = 4R$	60	2.083(1;7)	1.988(1;7)	1.875(1;7)	2.083(1;7)	1.988(1;7)
	80	1.195(1;8)	1.143(1;8)	1.082(1;8)	1.195(1;8)	1.143(1;8)
	100	0.793(1;9)	0.762(1;9)	0.723(1;9)	0.794(1;9)	0.723(1;9)
$a = -4R$	60	1.034(1;4)	1.018(1;4)	0.968(1;4)	1.035(1;4)	0.969(1;4)
	80	0.721(1;5)	0.710(1;5)	0.681(1;5)	0.722(1;5)	0.682(1;5)
	100	0.581(1;6)	0.571(1;6)	0.552(1;6)	0.581(1;6)	0.552(1;6)

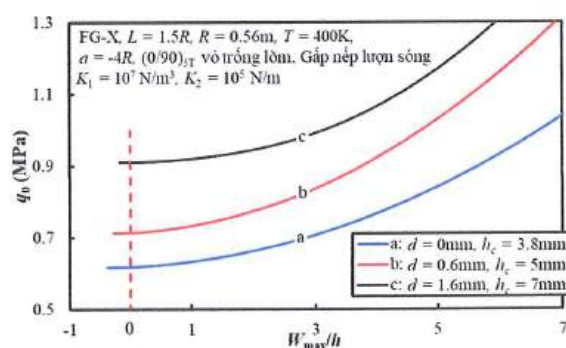
Bảng 2.20 trình bày ảnh hưởng của tỷ số R/h đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ trống có lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng. Chiều cao f của gấp nếp hình thang và $(r+d)$ của gấp nếp lượn sóng được chọn giống nhau trong bảng này. Quan sát từ kết quả cho thấy áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ có lõi gấp nếp lượn sóng gần như tương đương với vỏ có lõi gấp nếp hình thang. Ngoài ra, vỏ lõi có giá trị áp lực tới hạn lớn hơn nhiều so với vỏ lõm tương ứng. Mode mất ổn định theo phương dọc có thể được nhận biết là ở mode cơ bản trong tất cả các ví dụ được nghiên cứu, ngược lại, mode mất ổn định tới hạn theo phương chu vi có được ở các giá trị lớn. Mode mất ổn định tới hạn theo phương chu vi của vỏ lớn hơn vỏ lõm.

Bảng 2.21. Ảnh hưởng của chiều dày lõi đến áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõi có lõi gấp nếp lượn sóng (MPa, $(0/90)_{5T}$, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2 = 10^5 \text{ N/m}$, $R = 0.56\text{m}$, $\alpha = 4R$, $L = 1.5R$, $T = 400\text{K}$, $h_f = 1\text{mm}$, $t = 1.2\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.3\text{mm}$, $d = 0.6\text{mm}$).

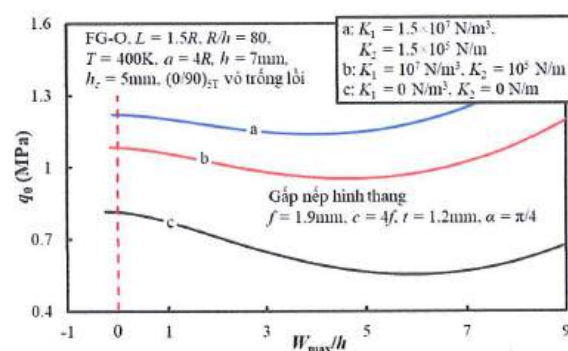
	FG-O	FG-X	UD
$d = 0 \text{ mm}$, $h_c = 3.8 \text{ mm}$	0.869(1;9)	0.930(1;9)	0.964(1;9)
$d = 0.6 \text{ mm}$, $h_c = 5 \text{ mm}$	1.085(1;8)	1.146(1;8)	1.196(1;8)
$d = 1.6 \text{ mm}$, $h_c = 7 \text{ mm}$	1.470(1;7)	1.535(1;7)	1.613(1;7)



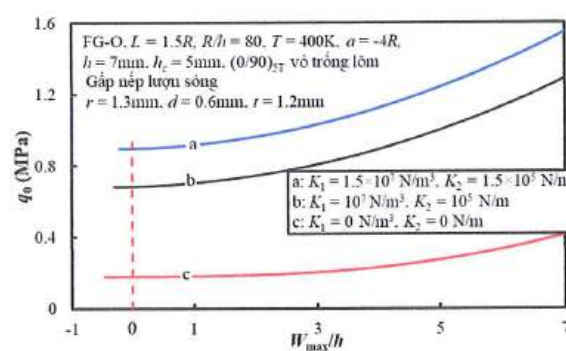
(a)



(b)



(c)

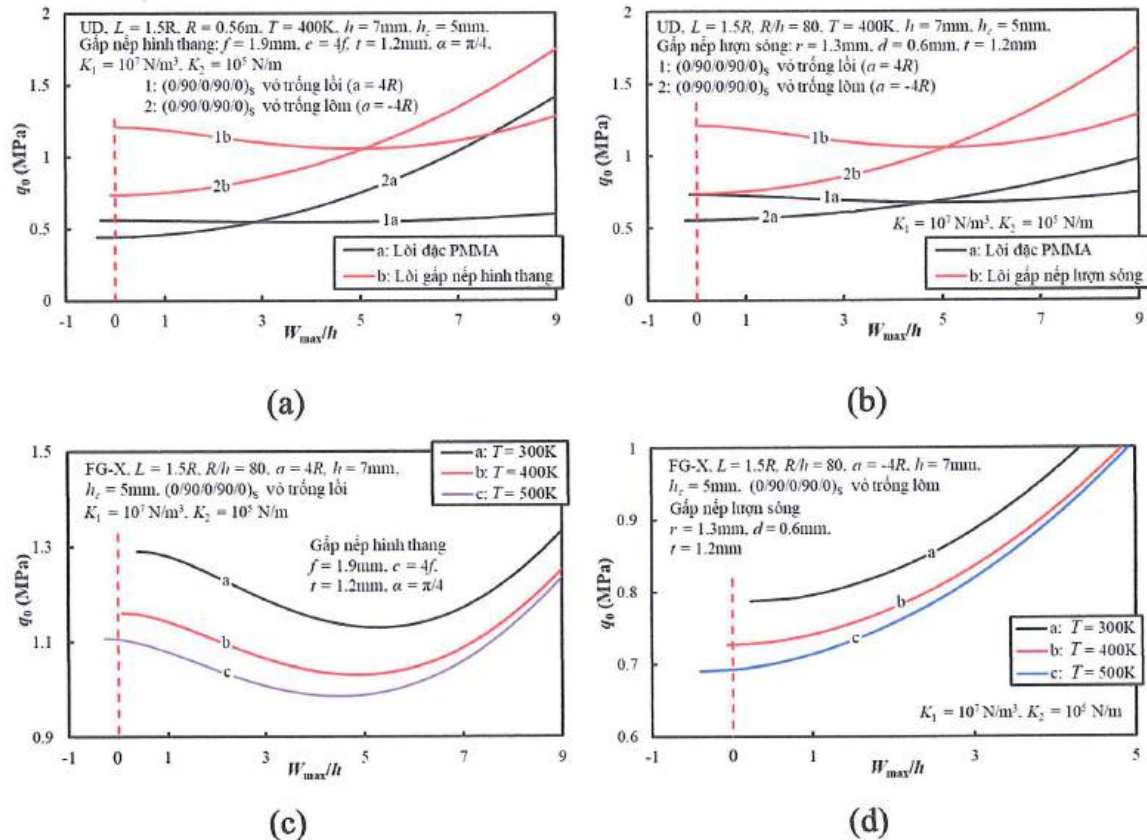


(d)

Hình 2.15. Ảnh hưởng của các tham số hình học lõi gấp nếp và nền đàn hồi đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich

Bảng 2.21 và Hình 2.15a và 2.15b khảo sát ảnh hưởng đáng kể của chiều dày lõi đến áp lực hướng tâm tới hạn và các đường cong postbuckling của vỏ lõi có lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng. Khi chiều dày lõi tăng, độ lệch tâm giữa các lớp mặt cũng tăng theo, qua đó làm tăng giá trị áp lực tới hạn và cường độ sau mất ổn định của vỏ. Ngoài ra, các mode mất ổn định tới hạn của vỏ theo phương chu

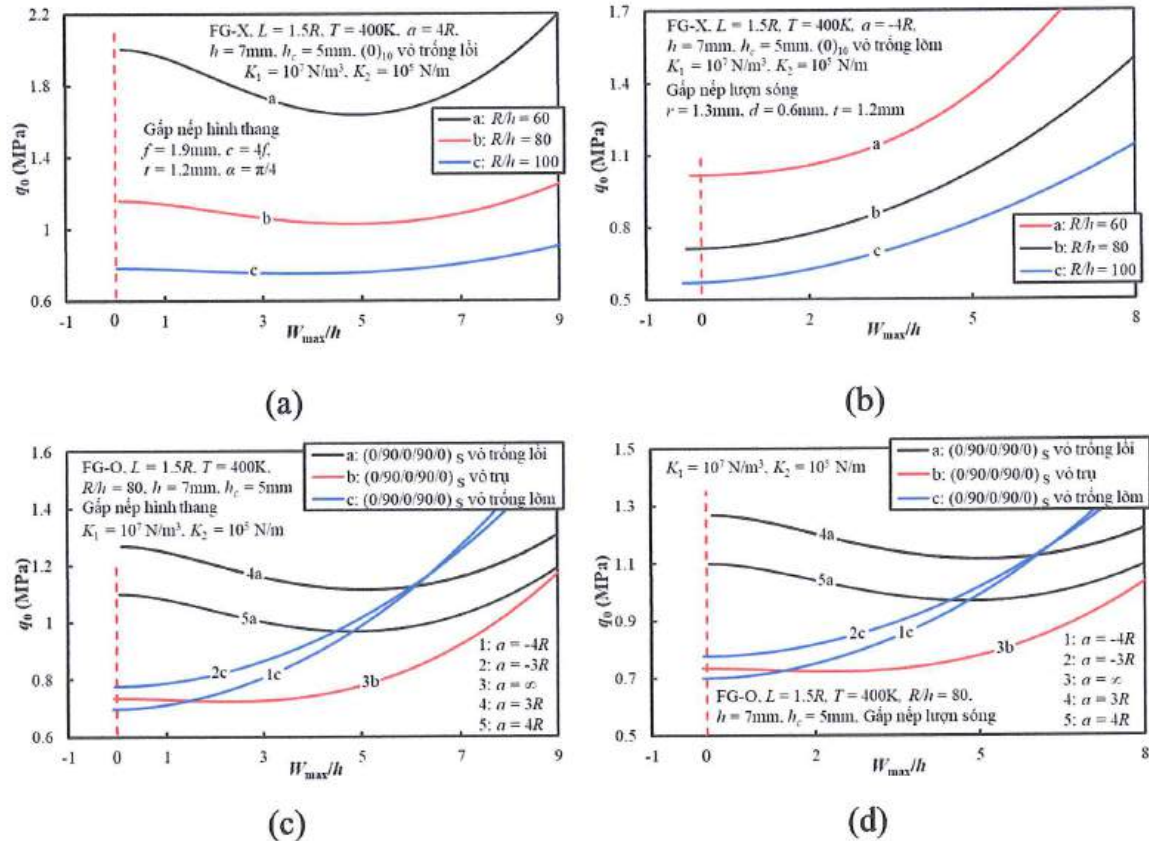
vi giảm rõ rệt khi chiều dày lõi tăng. Xu hướng và hiện tượng snap-through của vỏ cũng thay đổi rõ rệt trong các khảo sát này. Ngoài ra, ảnh hưởng của các tham số nền đàn hồi cũng được khảo sát trong Hình 2.15c và 2.15d. Khi độ cứng nền tăng, cường độ snap-through giảm mạnh đối với vỏ lõi và có xu hướng tăng nhanh hơn ở vùng độ võng lớn đối với vỏ lõm.



Hình 2.16. Ảnh hưởng của lõi gấp nếp và sự thay đổi nhiệt độ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich

Khả năng chịu tải vượt trội của vỏ có lõi gấp nếp so với vỏ có lõi đặc được thể hiện rõ ràng trong Hình 2.16a và 2.16b. Mặc dù xu hướng và hiện tượng snap-through của các đường cong postbuckling ở vỏ có lõi đặc và vỏ lõi gấp nếp khá tương đồng đối với cả vỏ lõi và vỏ lõm, nhưng sự khác biệt về xu hướng của các đường cong giữa hai loại vỏ này vẫn được thể hiện rõ rệt, trong đó chỉ có vỏ lõi xuất hiện hiện tượng snap-through. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ đến các đường cong postbuckling và áp lực hướng tâm tới hạn của vỏ lõm và vỏ lõi có dạng phân bố FG-X được thể hiện trong Hình 2.16c và 2.16d. Trong cả hai trường hợp vỏ lõm và vỏ lõi, áp lực tới

hạn và cường độ sau mất ổn định của vỏ đều nhỏ hơn trong môi trường nhiệt độ cao, đặc biệt ở vùng độ võng nhỏ. Sự khác biệt này giảm đáng kể ở vùng độ võng lớn.



Hình 2.17. Ảnh hưởng của các thông số hình học của vỏ đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich

Hình 2.17a và 2.17b trình bày ảnh hưởng của tỷ số R/h đến các đường cong postbuckling của vỏ lõi và vỏ lõm. Tương tự như các nghiên cứu áp lực hướng tâm tới hạn và cường độ sau mất ổn định của vỏ giảm khi tỷ số R/h tăng. Tuy nhiên, cũng cần lưu ý rằng cường độ snap-through giảm khi tỷ số R/h tăng đối với vỏ lõi. Đối với vỏ lõm, xu hướng tăng của đường cong cũng lớn hơn khi tỷ số R/h nhỏ. Ba trường hợp vỏ (vỏ lõi, vỏ lõm và vỏ trụ) với năm giá trị bán kính dọc khác nhau được xem xét trong các Hình 2.17c và 2.17d. Rõ ràng, xu hướng của ba loại vỏ có sự khác biệt đáng kể và dễ dàng quan sát thấy xu hướng phức tạp của vỏ lõm trong vùng độ võng lớn.

2.4. Kết luận Chương 2

Chương 2 trình bày một phân tích toàn diện về ứng xử ổn định phi tuyến dưới tác động đồng thời của tải trọng cơ và nhiệt của vỏ trụ và vỏ trống sandwich với lớp

mặt gia cường bằng vật liệu nanocomposite biến thiên (FG-CNTRC hoặc FG-GRC) và lõi gấp nếp, dưới tác dụng của tải kéo, nén dọc trục và áp lực hướng tâm. Mô hình đồng nhất hóa của cấu trúc lõi gấp nếp được cải tiến để bổ sung thêm các thành phần nội lực nhiệt, kết hợp lý thuyết vỏ Donnell và phi tuyến hình học kiểu von Kármán để thiết lập hệ phương trình chủ đạo. Phương pháp năng lượng Ritz được sử dụng và hàm ứng suất được đưa vào để nhận được các nghiệm cho cả dạng vỏ lõi và vỏ lõm, xét đến các quy luật phân bố vật liệu, hình dạng lõi gấp nếp và điều kiện tải kéo - nén.

Kết quả phân tích chỉ ra rằng lõi gấp nếp đóng vai trò quan trọng trong việc cải thiện khả năng ổn định của kết cấu. Một số kết luận quan trọng bao gồm:

1. Các vỏ có lõi gấp nếp cho tải tới hạn và cường độ sau mất ổn định lớn hơn rõ rệt so với các vỏ có lõi đặc tương ứng, đặc biệt là trong điều kiện chịu kéo dọc trục và áp lực hướng tâm.
2. Với vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC, dạng phân bố FG-X thể hiện vượt trội hơn so với dạng UD và FG-O đối với vỏ có lõi đặc. Tuy nhiên, ưu điểm này không đáng kể trong trường hợp vỏ có lõi gấp nếp. Ngược lại, đối với vỏ FG-GRC, dạng UD luôn cho giá trị tải tới hạn lớn nhất.
3. Có thể nhận thấy rõ sự cải thiện lớn về tải tới hạn của vỏ trống có lõi gấp nếp so với vỏ có lõi đặc và dường như sự cải thiện này là lớn hơn đối với các trường hợp chịu kéo dọc trục. Giá trị tải nén tới hạn của vỏ lõi lớn hơn nhiều so với vỏ lõm.
4. Các yếu tố như nhiệt độ, độ dày lõi, quy luật phân bố vật liệu, độ cứng nền đều ảnh hưởng mạnh đến tải tới hạn và cường độ sau mất ổn định của vỏ. Lõi gấp nếp chủ yếu có tác dụng làm tăng khoảng cách lệch tâm giữa hai lớp mặt, qua đó làm tăng độ cứng tổng thể của vỏ.

Những phát hiện này chứng minh các kết cấu vỏ trụ và vỏ trống sandwich với lớp mặt gia cường nanocomposite cơ tính biến thiên và lõi gấp nếp có tiềm năng ứng dụng cao của trong các công trình kỹ thuật tiên tiến đòi hỏi cấu kiện nhẹ, bền và chịu nhiệt tốt.

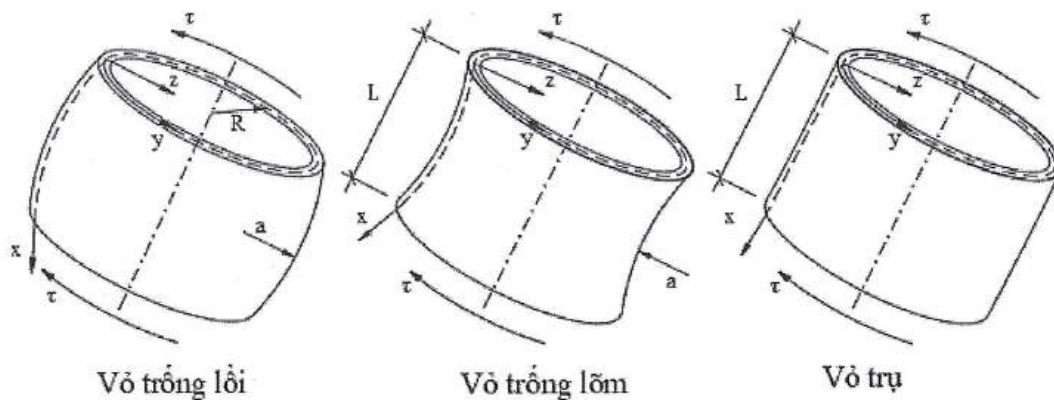
CHƯƠNG 3. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ VÀ VỎ TRỒNG FG-CNTRC VÀ FG-GRC SANDWICH LỖI GẤP NẾP CHỊU XOẮN

Tiếp nối Chương 2, chương này tiếp tục mở rộng nghiên cứu cho các cấu kiện có kết cấu dạng vỏ trụ và vỏ trồng FG-CNTRC và FG-GRC lõi gấp nếp chịu xoắn - một dạng tải trọng phức tạp và thường gặp trong thực tế, đặc biệt trong các ứng dụng yêu cầu khả năng chịu lực cao và trọng lượng nhẹ. Việc phân tích các vỏ có lõi gấp nếp không chỉ cung cấp cái nhìn toàn diện hơn về đặc tính cơ học của hệ kết cấu này mà còn giúp đánh giá vai trò của lõi gấp nếp trong việc phân bố lại ứng suất và tăng cường độ cứng tổng thể. Hai dạng hình học của lõi gấp nếp lượn sóng và hình thang được xem xét nhằm đánh giá đóng góp của chúng đến khả năng chịu tải của kết cấu. Tương tự Chương 2, kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159] được cải tiến bằng cách bổ sung thêm thành phần nội lực nhiệt. Ảnh hưởng phi tuyến hình học kiểu von Kármán được xét đến trong quá trình xây dựng các phương trình chủ đạo của kết cấu dựa trên lý thuyết vỏ Donnell. Phương pháp năng lượng Ritz được áp dụng để xác định nghiệm giải tích cho tải tới hạn và ứng xử ổn định của kết cấu dưới tác động của tải xoắn. Các khảo sát số cho thấy rằng việc kết hợp giữa các lớp mặt FG-CNTRC, FG-GRC và lõi gấp nếp giúp các kết cấu vỏ cải thiện rõ rệt khả năng chịu tải, khẳng định hiệu quả của cấu trúc này trong các ứng dụng kỹ thuật tiên tiến.

Nội dung được trình bày trong chương này đã được công bố trong 02 bài báo thuộc các tạp chí quốc tế ISI (SCIE), cụ thể là các bài báo số 5 và 6 trong danh mục các công trình của tác giả liên quan đến luận án.

3.1. Mô hình kết cấu và vật liệu

Trong chương này, mô hình vỏ trụ và vỏ trồng FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn τ có xét đến ảnh hưởng nhiệt độ môi trường T và được đặt trên nền đàn hồi được minh họa trong Hình 3.1. Mô hình trong chương này cũng xét đến các đặc trưng hình học của lõi gấp nếp, của vỏ và lớp mặt, cũng như các dạng phân bố của graphene và CNT, tương tự giống Chương 2.



Hình 3.1. Hệ tọa độ và hình dạng của vỏ trụ và vỏ trống chịu tải xoắn

3.2. Các phương trình cơ bản và phương pháp giải

3.2.1. Các phương trình cơ bản

Các phương trình cơ bản về ứng xử ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống sandwich lõi gấp nếp vẫn được xây dựng dựa trên phi tuyến hình học kiểu von Kármán kết hợp với lý thuyết vỏ Donnell. Mỗi quan hệ phi tuyến giữa các biến dạng tại mặt trung bình $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$ và γ_{xy}^0 và các chuyển vị u, v và w và các phương trình mô men M_x, M_y, M_{xy} và lực giãn N_x, N_y, N_{xy} được trình bày giống các phương trình (2.7) - (2.9) tương ứng trong Chương 2.

Đối với trường hợp vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC lõi gấp nếp chịu tải xoắn trong môi trường nhiệt, hai lớp mặt FG-CNTRC và FG-GRC có các hằng số đàn hồi của được xác định theo phương trình (1.1) - (1.9) và các thành phần ma trận độ cứng và nội lực nhiệt được trình bày như trong các phương trình (2.10) - (2.17).

Ngoài ra, hàm ứng suất $\psi(x, y)$ và phương trình tương thích biến dạng cũng được trình bày như các phương trình (2.18) - (2.20).

3.2.2. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz

Xét các vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu tải xoắn τ được đặt trên nền đàn hồi theo mô hình Pasternak và được giả thiết với hai cạnh tựa đơn. Các điều kiện biên của vỏ có thể xác định như sau

$$N_x|_{x=0,L} = 0, N_{xy}|_{x=0,L} = \tau h, M_x|_{x=0,L} = 0, w|_{x=0,L} = 0. \quad (3.1)$$

Độ võng gần đúng của vỏ được chọn dưới dạng [46]

$$w(x,y) = f_0 + f_1 \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) \sin\left[\frac{n}{R}(y-\lambda x)\right] + f_2 \sin^2\left(\frac{m\pi}{L}x\right). \quad (3.2)$$

trong đó λ là tan của góc giữa đường cong có độ võng bằng không và chiều cao dọc trục của vò; m và n là các mode mất ổn định của vò và $\alpha = \frac{m\pi}{L}$, $\beta = \frac{n}{R}$; với các giai đoạn trước mất ổn định, sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến, biên độ của độ võng lần lượt được ký hiệu là f_0 , f_1 và f_2 .

Thay thế dạng độ võng ở phương trình (3.2) vào phương trình tương thích biến dạng (2.22) để thu được hàm ứng suất dưới dạng sau

$$\begin{aligned} \psi = & \psi_1 \cos(2\alpha x) + \psi_2 \cos[(y-\lambda x)2\beta] + \psi_3 \cos\left\{\left[x\left(\frac{\alpha}{\beta} - \lambda\right) + y\right]\beta\right\} \\ & + \psi_4 \cos\left\{\left[-x\left(\frac{\alpha}{\beta} + \lambda\right) + y\right]\beta\right\} + \psi_5 \cos\left\{\left[-x\left(\frac{3\alpha}{\beta} + \lambda\right) + y\right]\beta\right\} \\ & + \psi_6 \cos\left\{\left[x\left(\frac{3\alpha}{\beta} - \lambda\right) + y\right]\beta\right\} + \sigma_{0y} \frac{hx^2}{2} - \tau hxy, \end{aligned} \quad (3.3)$$

trong đó

$$\psi_1 = H_1 f_2 + H_2 f_1^2, \quad \psi_2 = H_3 f_1^2, \quad \psi_3 = f_1 (H_4 + H_5 f_2),$$

$$\psi_4 = f_1 (H_6 + H_7 f_2), \quad \psi_5 = f_1 f_2 H_8, \quad \psi_6 = H_9 f_1 f_2, \quad \alpha = \frac{m\pi}{L}, \quad \beta = \frac{n}{R},$$

$$H_1 = \frac{4R\alpha^2 B_{21}^* - 1}{8R\alpha^2 A_{22}^*}, \quad H_2 = \frac{\beta^2}{32\alpha^2 A_{22}^*}, \quad H_3 = \frac{\alpha^2}{32[A_{22}^* + (2A_{12}^* + A_{66}^*)\lambda^2 + A_{22}^*\lambda^4]}\beta^2,$$

$$H_4 = \frac{B_{21}^*(\beta\lambda - \alpha)^4 + B_{12}^*\beta^4 + (\beta\lambda - \alpha)^2 \left[\beta^2(B_{11}^* + B_{22}^*) - \frac{1}{R} \right] - \frac{\beta^2}{a}}{2[A_{22}^*(\beta\lambda - \alpha)^4 + A_{11}^*\beta^4 + 2A_{12}^*(\beta\lambda - \alpha)^2\beta^2]},$$

$$H_5 = \frac{\alpha^2\beta^2}{2[A_{22}^*(\beta\lambda - \alpha)^4 + A_{11}^*\beta^4 + 2A_{12}^*(\beta\lambda - \alpha)^2\beta^2]},$$

$$H_6 = \frac{-B_{21}^*(\alpha + \beta\lambda)^4 - B_{12}^*\beta^4 + (\alpha + \beta\lambda)^2 \left[\frac{1}{R} - \beta^2(B_{11}^* + B_{22}^*) \right] + \frac{\beta^2}{a}}{2[A_{22}^*(\beta\lambda + \alpha)^4 + A_{11}^*\beta^4 + 2A_{12}^*(\beta\lambda + \alpha)^2\beta^2]},$$

$$H_7 = \frac{-\alpha^2 \beta^2}{2 \left[A_{22}^* (\beta \lambda + \alpha)^4 + A_{11}^* \beta^4 + 2 A_{12}^* (\beta \lambda + \alpha)^2 \beta^2 \right]},$$

$$H_8 = \frac{\alpha^2 \beta^2}{2 \left[\beta^4 A_{11}^* + (2 A_{12}^* + A_{66}^*) (3\alpha + \beta \lambda)^2 \beta^2 + (3\alpha + \beta \lambda)^4 A_{22}^* \right]},$$

$$H_9 = \frac{-\alpha^2 \beta^2}{2 \left[\beta^4 A_{11}^* + (2 A_{12}^* + A_{66}^*) (\beta \lambda - 3\alpha)^2 \beta^2 + (\beta \lambda - 3\alpha)^4 A_{22}^* \right]}.$$

Điều kiện chu vi kín của vỏ được tính toán dưới dạng

$$\int_0^{2\pi R} \int_0^L v_{,y} dx dy = \int_0^{2\pi R} \int_0^L \left(\varepsilon_y^0 + \frac{w}{R} - \frac{1}{2} w_{,y}^2 \right) dx dy = 0. \quad (3.4)$$

Bằng cách sử dụng quan hệ giữa biến dạng - chuyển vị và phương trình nội lực, ta thu được điều kiện (3.4) như sau

$$h A_{22}^* \sigma_{0y} + \frac{f_0}{R} + \frac{f_2}{2R} - \frac{f_1^2 \beta^2}{8} + A_{21}^* \phi_{1x}^T + A_{22}^* \phi_{1y}^T = 0. \quad (3.5)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của vỏ trụ và vỏ tròn có lõi gập nếp được xác định là

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi R} \int_0^L \left[\sigma_x (\varepsilon_x - \alpha_1 \Delta T) + \sigma_y (\varepsilon_y - \alpha_2 \Delta T) + \tau_{xy} \gamma_{xy} \right] dx dy dz. \quad (3.6)$$

Công do tải trọng xoắn và sự tương tác giữa vỏ - nền được biểu diễn dưới dạng

$$U_{\text{ext}} = \int_0^L \int_0^{2\pi R} \tau h (u_{,y} + v_{,x}) dx dy + \int_0^L \int_0^{2\pi R} w \left\{ -\frac{1}{2} [K_1 w - K_2 (w_{,xx} + w_{,yy})] \right\} dx dy \quad (3.7)$$

trong đó K_1 và K_2 là độ cứng nền đàn hồi.

Từ các phương trình (3.6) và (3.7), ta thu được phương trình của năng lượng toàn phần như sau

$$U_{\text{total}} = U_{\text{int}} - U_{\text{ext}}$$

Phương pháp năng lượng Ritz được áp dụng như sau

$$\frac{\partial U}{\partial f_0} = \frac{\partial U}{\partial f_1} = \frac{\partial U}{\partial f_2} = 0, \quad (3.8)$$

dẫn tới

$$X_1(2f_0 + f_2) + X_2f_1^2 + X_3 = 0, \quad (3.9)$$

$$2X_2f_0f_1 + 4X_5f_1^3 + 2(X_8\tau + X_7)f_1 + 2X_9f_1f_2^2 + 2X_{10}f_1f_2 = 0, \quad (3.10)$$

$$X_1f_0 + 2X_6f_2 + \frac{X_3}{2} + 2X_9f_1^2f_2 + X_{10}f_1^2 = 0, \quad (3.11)$$

trong đó

$$X_1 = \frac{K_1R^2A_{22}^* + 1}{RA_{22}^*}, \quad X_2 = -\frac{\beta^2}{4A_{22}^*}, \quad X_3 = \frac{2(A_{21}^*\phi_{1x}^T + A_{22}^*\phi_{1y}^T)}{A_{22}^*},$$

$$X_5 = \frac{8R}{A_{22}^*} \left\{ \left[(2A_{12}^* + A_{66}^*)\lambda^2 + A_{11}^* \right] \beta^4 H_3^2 A_{22}^* + (H_3^2 \beta^4 \lambda^4 + H_1^2 \alpha^4) A_{22}^{*2} + \frac{\beta^4}{512} \right\},$$

$$X_6 = \frac{8}{RA_{22}^*} \left\{ \left[A_{22}^{*2} H_2^2 \alpha^4 + \left(-\frac{(H_2 B_{21}^* - H_2 B_{12}^* + J_{11}^*) \alpha^4}{4} + \frac{\alpha^2 K_2}{16} + \frac{3K_1}{64} \right) A_{22}^* \right] R^2 + \frac{1}{32} \right\},$$

$$X_7 = \Gamma_1(H_5^2 + H_7^2) + \Gamma_2(H_5^2 - H_7^2) + \Gamma_3(H_5 - H_7) + \Gamma_4(H_5 + H_7) + \Gamma_5 \\ - \frac{R}{4} \left[\frac{(A_{12}^* \phi_{1x}^T)}{A_{22}^*} \beta^2 + \phi_{1y}^T \beta^2 - K_1 - (\alpha^2 + \beta^2 + \beta^2 \lambda^2) K_2 \right], \quad X_8 = -\frac{\beta^2 h \lambda R}{2},$$

$$X_9 = \frac{R}{2} \left\{ (H_4^2 + H_6^2 + H_8^2 + H_9^2) \left[\lambda^4 A_{22}^* + (2A_{12}^* + A_{66}^*) \lambda^2 + A_{11}^* \right] \beta^4 \right. \\ - \alpha (H_4^2 - H_6^2 - 3H_8^2 + 3H_9^2) \left[4\lambda^3 A_{22}^* + 2(2A_{12}^* + A_{66}^*) \lambda \right] \beta^3 \\ + [6\lambda^2 A_{22}^* + 2A_{12}^* + A_{66}^*] (H_4^2 + H_6^2 + 9H_8^2 + 9H_9^2) \alpha^2 \beta^2 \\ - (4\lambda A_{22}^*) (H_4^2 - H_6^2 - 27H_8^2 + 27H_9^2) \alpha^3 \beta \\ \left. + A_{22}^* \alpha^4 (H_4^2 + H_6^2 + 81H_8^2 + 81H_9^2) \right\},$$

$$X_{10} = \Upsilon_1(H_4 H_5 + H_6 H_7) + \Upsilon_2(H_4 H_5 - H_6 H_7) + \Upsilon_3(H_4 - H_6) \\ + \Upsilon_4(H_4 + H_6) + 16H_1 H_2 R A_{22}^* \alpha^4 - \frac{\beta^2}{8A_{22}^*} - 4\alpha^4 H_1 R (B_{21}^* - B_{12}^*),$$

$$X_{11} = -h^2 R A_{66}^*, \quad X_{13} = -\frac{R(\phi_{1x}^T)^2 (A_{12}^{*2} - A_{11}^* A_{22}^*)}{A_{22}^*},$$

$$\Upsilon_1 = R \left[\beta^4 A_{11}^* + (\beta^4 \lambda^2 + \alpha^2 \beta^2) (2A_{12}^* + A_{66}^*) + (\lambda^4 \beta^4 + 6\lambda^2 \alpha^2 \beta^2 + \alpha^4) A_{22}^* \right],$$

$$\Upsilon_2 = R \left[-2\alpha \lambda \beta^3 (2A_{12}^* + A_{66}^*) - (4\lambda^3 \alpha \beta^3 + 4\lambda \alpha^3 \beta) A_{22}^* \right],$$

$$\Upsilon_3 = -\frac{R}{4} \left[(B_{21}^* - B_{12}^*) (\alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2 \beta^2 6\lambda^2 + \beta^4 \lambda^4) \right],$$

$$\Upsilon_4 = R (B_{21}^* - B_{12}^*) (\alpha^3 \beta \lambda + \alpha \beta^3 \lambda^3),$$

$$\Gamma_1 = \frac{R}{2} \left[\beta^4 A_{11}^* + (\beta^4 \lambda^2 + \alpha^2 \beta^2) (2A_{12}^* + A_{66}^*) + (\beta^4 \lambda^4 + 6\alpha^2 \beta^2 \lambda^2 + \alpha^4) A_{22}^* \right],$$

$$\Gamma_2 = \frac{R}{2} \left[-2\alpha \beta^3 \lambda (2A_{12}^* + A_{66}^*) - (4\alpha \beta^3 \lambda^3 + 4\alpha^3 \beta \lambda) A_{22}^* \right],$$

$$\Gamma_3 = -\frac{R}{4} \left[(\alpha^4 - \beta^4 + \beta^4 \lambda^4 + 6\alpha^2 \beta^2 \lambda^2) (-B_{12}^* + B_{21}^*) \right],$$

$$\Gamma_4 = R (\alpha \beta^3 \lambda^3 + \alpha^3 \beta \lambda) (-B_{12}^* + B_{21}^*),$$

$$\Gamma_5 = -\frac{R}{4} \left[J_{11}^* (\alpha^4 + \beta^4 \lambda^4 + 6\alpha^2 \beta^2 \lambda^2) + (J_{12}^* + J_{21}^* + 4J_{66}^*) (\beta^4 \lambda^2 + \alpha^2 \beta^2) + \beta^4 J_{22}^* \right]$$

$$J_{11}^* = B_{11} B_{11}^* - D_{11}, J_{12}^* = B_{11} B_{12}^* - D_{12}, J_{21}^* = B_{22} B_{21}^* - D_{12},$$

$$J_{22}^* = B_{22} B_{22}^* - D_{22}, J_{66}^* = -D_{66}.$$

Từ các phương trình (3.9) và (3.11) xác định được các phương trình f_0 và f_2 , sau đó thay vào phương trình (3.10), dẫn đến

$$\tau = -\frac{4X_1 X_5 f_1^2 - X_2 X_3 + 2X_1 X_7}{2X_1 X_8} - \frac{2X_2^2 X_6 f_1^2}{X_1 X_8 (X_1 - 4X_6 - 4X_9 f_1^2)} - \frac{(-8X_9 f_1^2 + 3X_1 - 8X_6) X_2^2 X_9 f_1^4 - 2X_1 X_{10} f_1^2 (-2X_9 f_1^2 + X_1 - 4X_6) (X_2 - X_{10})}{X_1 X_8 (-4X_9 f_1^2 + X_1 - 4X_6)^2} \quad (3.12)$$

Phương trình của tải xoắn tới hạn trên của vỏ thu được từ phương trình (3.12) ở dạng rõ ràng bằng cách cho $f_1 \rightarrow 0$ như sau

$$\tau_{upper} = -\frac{2X_1 X_7 - X_2 X_3}{2X_1 X_8}. \quad (3.13)$$

Từ phương trình (3.2) độ võng lớn nhất của vỏ có thể được tính toán như sau

$$W_{\max} = f_0 + f_1 + f_2 = \frac{\left\{ 2X_9 f_1^4 + [(-2X_2 + 2X_{10})X_1 + 4X_2 X_6 + 4X_9 X_3] f_1^2 \right\} + 2X_1(X_1 - 4X_6)f_1 - (X_1 - 4X_6)X_3 - 8X_1 X_9 f_1^3}{(-4X_9 f_1^2 + X_1 - 4X_6)X_1}. \quad (3.14)$$

Góc xoắn được xác định như sau

$$\varphi = \frac{1}{2\pi RL} \int_0^{2\pi R} \int_0^L (v_{,x} + u_{,y}) dx dy = \frac{\lambda \beta^2}{4} f_1^2 + A_{66}^* h \tau. \quad (3.15)$$

Các đường cong thể hiện mối quan hệ tải xoắn - độ võng và tải xoắn - góc xoắn của vỏ có lõi gấp nếp được nghiên cứu khi kết hợp các phương trình (3.12) và (3.14), (3.15) và (3.14), tương ứng.

3.3. Kết quả số và thảo luận

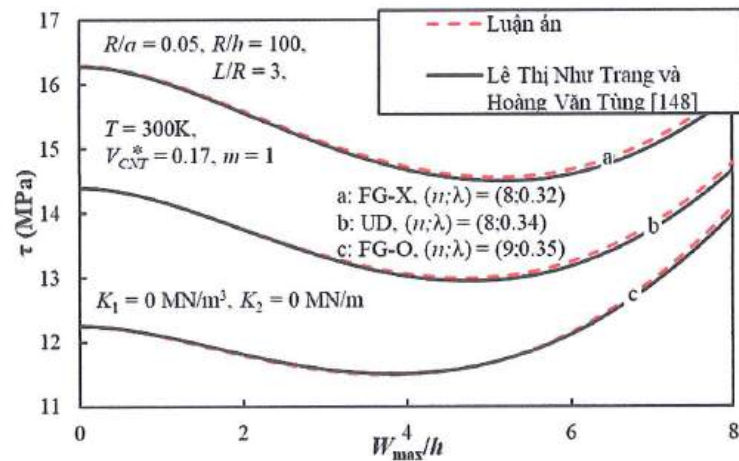
3.3.1. Kết quả so sánh

Các kết quả về tải xoắn tới hạn trong chương này được kiểm tra bằng cách so sánh với các kết quả trong công trình của Sofiyeve và Kurouglu [137] sử dụng phương pháp Galerkin, Najafov và cộng sự [82] sử dụng phương pháp Galerkin, Huang và Han [46] sử dụng phương pháp năng lượng, Phạm Toàn Thắng và Nguyễn Thời Trung [142] sử dụng phương pháp Galerkin. Ngoài ra, Hình 3.2 trình bày so sánh của các đường cong tải xoắn - độ võng sau tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC với kết quả trong công trình của các tác giả Lê Thị Như Trang và Hoàng Văn Tùng [148] sử dụng phương pháp Galerkin.

Bảng 3.1. So sánh tải xoắn tới hạn τ_{cr} (MPa) của vỏ trụ FGM ($m=1$, $h=1\text{mm}$, $L/R=2$)

R/h	400	Sai số	500	Sai số
Sofiyeve và Kurouglu [137]	34.44(10;0.21)*	0.6%	25.93(11;0.20)	0.4%
Najafov và cộng sự [82]	34.44(10;0.21)	0.6%	25.93(11;0.20)	0.4%
Huang và Han [46]	33.82(12;0.31)	1.2%	25.58(13;0.30)	0.9%
Phạm Toàn Thắng và Nguyễn Thời Trung [142]	35.01(10;0.21)	2.2%	26.22(13;0.30)	1.5%
Luận án	34.24(12;0.24)		25.82(12;0.21)	

* Mode mất ổn định ($n; \lambda$)



Hình 3.2. So sánh đường cong tải xoắn mất ổn định của vỏ trống FG-CNTRC với kết quả trước đó

Do không có các nghiên cứu về mất ổn định của vỏ trống FG-GRC lõi gấp nếp chịu xoắn, nên kết quả của luận án được so sánh với kết quả của vỏ trụ FG-GRC và vỏ trống FG-GRC sandwich. Trong Bảng 3.2, các momen xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-GRC được kiểm tra bằng cách so sánh với kết quả của nhóm tác giả Shen và Xiang [128] sử dụng kỹ thuật nhiễu hai bước.

Bảng 3.2. So sánh momen xoắn tới hạn $M_{cr} = 2\pi h R^2 \tau_{cr}$ (kN.m) của vỏ trụ FG-GRC với công trình của Shen và Xiang [128].

	Phân bố	(0) _{10T}	(0/90/0/90/0) _S	(0/90) _{5T}
Shen và Xiang [128]	FG-X	20.58	20.48	20.62
	UD	18.98	18.99	19.04
Luận án	FG-X	20.44	20.45	20.49
	UD	19.29	19.32	19.33
Sai số	FG-X	0.7%	0.1%	0.6%
	UD	1.6%	1.7%	1.5%

Poly methyl methacrylate (PMMA) được chọn làm vật liệu nền và lõi, đồng thời các thông số vật liệu được tham khảo theo công trình của Shen [114, 115, 118].

Các kết quả hiện tại phù hợp so với kết quả trước đó, xác nhận tính chính xác của phương pháp tiếp cận hiện tại.

3.3.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn

Bảng 3.3. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich với các hướng khác nhau của CNT trong lớp mặt và hướng của gập nếp (FG-X, $L=1.5R$, $R/h=80$, $T=400K$, $V_{CNT}^*=0.17$, $h=7mm$, $h_f=1mm$, $f=1.9mm$, $c=4f$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3mm$, $d=0.6mm$, $t=1.2mm$, $K_1=10^6N/m^3$, $K_2=10^4N/m$).

		CNT hướng x		CNT hướng y	
		Gập nếp hướng x	Gập nếp hướng y	Gập nếp hướng x	Gập nếp hướng y
Lõi gập nếp hình thang	$a/R=4$	27.07 (10;0.42)	27.53 (10;0.42)	30.94 (5;1.29)	30.45 (5;1.29)
	$a/R=-4$	22.23 (9;0.44)	22.47 (8;0.48)	25.27 (5;1.19)	25.10 (5;1.20)
Lõi gập nếp lượn sóng	$a/R=4$	26.50 (10;0.41)	26.50 (10;0.41)	29.91 (5;1.33)	29.25 (5;1.33)
	$a/R=-4$	21.97 (8;0.47)	21.97 (8;0.47)	24.54 (4;1.07)	24.23 (4;1.08)

Bảng 3.3 thể hiện kết quả tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC sandwich có các hướng phân bố CNT và hướng gập nếp khác nhau. Có thể thấy rằng, sự chênh lệch giữa giá trị tải xoắn tới hạn của lõi gập nếp hướng x và hướng y là không đáng kể đối với cả vỏ lõi và vỏ lõm, cũng như đối với cả hai dạng gập nếp hình thang và gập nếp lượn sóng. Trong khi đó, giá trị tới hạn của vỏ có CNT hướng y lại cao hơn nhiều so với các vỏ có CNT hướng x. Do đó, các khảo sát sau chỉ tập trung cho trường hợp vỏ có gập nếp hướng x và hướng CNT hướng y.

Bảng 3.4. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp hình thang với các quy luật phân bố CNT và các hướng CNT khác nhau ($K_1=10^6 \text{ N/m}^3$, $K_2=10^4 \text{ N/m}$, $R=0.56\text{m}$, $L=1.5R$, $T=400\text{K}$, $h=7\text{mm}$, $h_f=1\text{mm}$, $f=1.9\text{mm}$, $c=4f$, $\alpha=\pi/4$, $t=1.2\text{mm}$).

Dạng vỏ và lõi	V_{CNT}^*	UD	FG-O	FG-X
Vỏ lõm ($a/R=-4$)				
Lõi gấp nếp	0.12	14.67(9;0.44)	13.83(8;0.49)	15.53(9;0.44)
hình thang	0.17	20.63(8;0.48)	19.39(8;0.49)	22.02(8;0.47)
(CNT hướng x)	0.28	28.24(9;0.42)	26.62(9;0.43)	30.65(9;0.42)
Lõi gấp nếp	0.12	16.98(5;1.17)	16.09(5;1.13)	17.91(5;1.20)
hình thang	0.17	23.81(5;1.15)	22.53(5;1.11)	25.27(5;1.19)
(CNT hướng y)	0.28	30.95(4;1.11)	30.05(4;1.07)	33.10(4;1.12)
Lõi đặc (CNT hướng y)	0.12	15.19(7;0.98)	13.41(7;0.91)	16.75(6;0.93)
	0.17	20.03(6;0.88)	17.60(7;0.90)	22.18(6;0.92)
	0.28	25.63(6;0.96)	22.70(6;0.89)	29.13(6;1.01)
Vỏ lồi ($a/R=4$)				
Lõi gấp nếp	0.12	17.98(10;0.43)	17.16(10;0.44)	18.86(10;0.42)
hình thang	0.17	25.60(10;0.42)	24.45(10;0.43)	27.02(10;0.42)
(CNT hướng x)	0.28	33.69(10;0.40)	32.28(10;0.41)	36.37(10;0.40)
Lõi gấp nếp	0.12	20.95(5;1.27)	20.15(5;1.23)	21.83(5;1.31)
hình thang	0.17	29.51(5;1.26)	28.41(5;1.21)	30.94(5;1.29)
(CNT hướng y)	0.28	37.77(5;1.42)	36.66(5;1.35)	40.50(5;1.44)
Lõi đặc (CNT hướng y)	0.12	19.82(8;1.21)	17.85(9;1.22)	21.65(8;1.30)
	0.17	26.81(8;1.22)	24.12(8;1.11)	29.60(6;1.31)
	0.28	34.14(7;1.23)	30.55(8;1.26)	38.21(7;1.31)

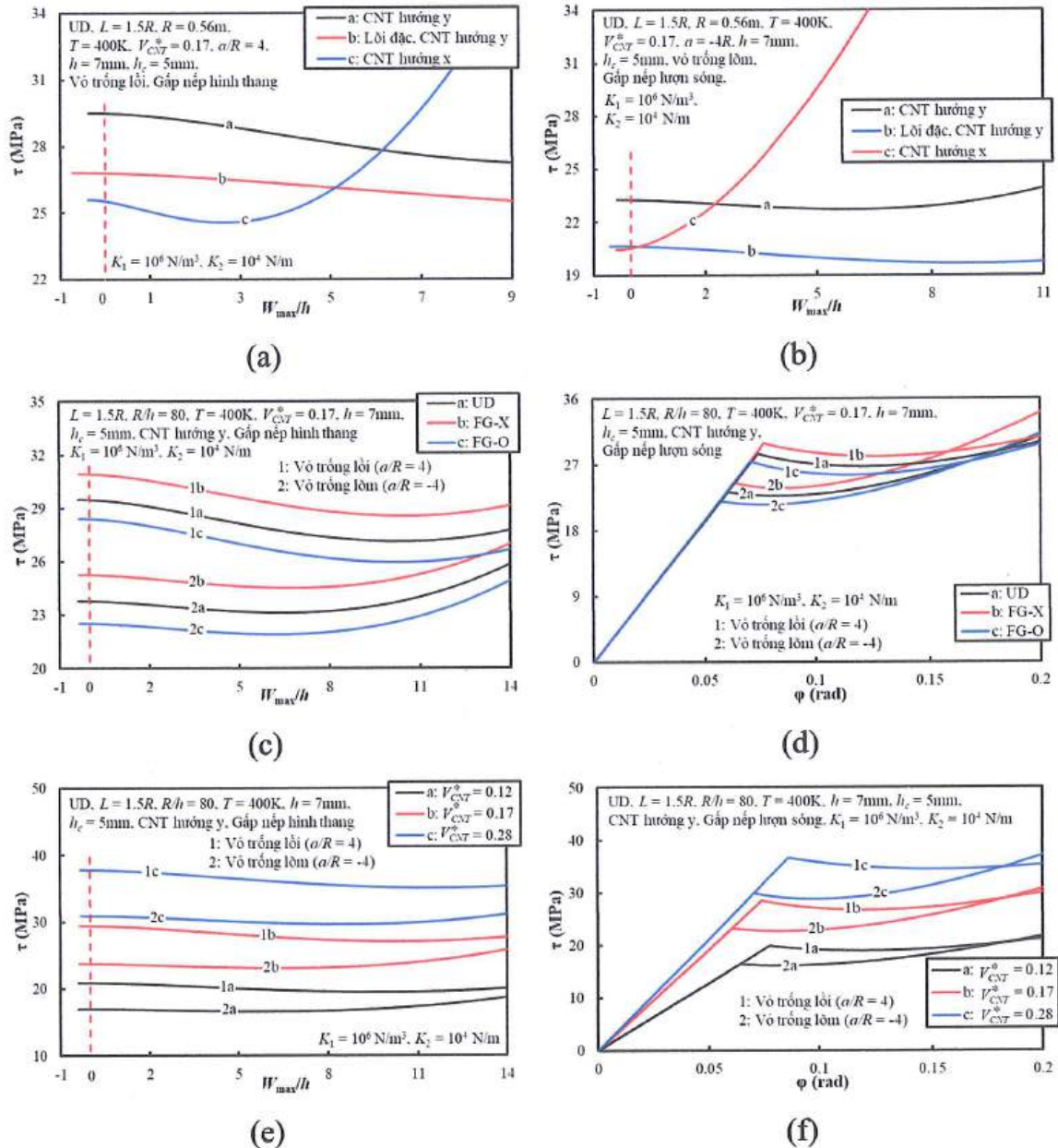
Bảng 3.4 thể hiện ảnh hưởng của quy luật phân bố CNT và các hướng CNT khác nhau đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp hình thang. Ngoài ra, việc so sánh giá trị tới hạn giữa vỏ có lõi gấp nếp hình thang và vỏ lõi đặc cũng được xem xét. Kết quả chỉ ra rằng giá trị tới hạn của vỏ có CNT hướng

y lớn hơn so với vỏ có CNT hướng x và vỏ lõi đặc có giá trị tới hạn nhỏ hơn vỏ lõi gấp nếp. Khi tỷ phần thể tích CNT trong vật liệu tăng, tải xoắn tới hạn của vỏ cũng được cải thiện đối với cả vỏ lõm và vỏ lồi, vỏ lõi gấp nếp và vỏ lõi đặc. Sự phân bố hợp lý của CNT cho phép tăng khả năng chịu tải của các kết cấu, điều này có thể thấy rõ khi giá trị tới hạn của vỏ có dạng FG-X vượt trội so với dạng FG-O và UD khi hàm lượng lớn CNT được phân bố xa hơn từ mặt trung bình. Điều này còn được thể hiện rõ hơn đối với vỏ lõm.

Bảng 3.5. Tải xoắn tới hạn (MPa) của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp với sự thay đổi của nhiệt độ ($K_1=10^6 \text{ N/m}^3$, $K_2=10^4 \text{ N/m}$, $L=1.5R$, $R/h=80$, $V_{CNT}^*=0.17$, $h=7\text{mm}$, $h_f=1\text{mm}$, CNT hướng y, $f=1.9\text{mm}$, $c=4f$, $\alpha=\pi/4$, $d=0.6\text{mm}$, $r=1.3\text{mm}$, $t=1.2\text{mm}$).

Dạng vỏ và lõi	T (K)	FG-O	FG-X	UD
Lõi gấp nếp hình thang ($a/R=4$)	300	31.08(5;1.17)	33.75(5;1.24)	32.22(5;1.21)
	400	28.41(5;1.21)	30.94(5;1.29)	29.51(5;1.26)
	500	25.72(5;1.27)	28.12(5;1.35)	26.77(5;1.32)
Lõi gấp nếp hình thang ($a/R=-4$)	300	24.16(5;1.07)	27.04(5;1.14)	25.50(5;1.11)
	400	22.53(5;1.11)	25.27(5;1.19)	23.81(5;1.15)
	500	20.89(5;1.17)	23.25(4;1.08)	22.09(5;1.21)
Lõi gấp nếp lượn sóng ($a/R=4$)	300	30.01(5;1.20)	32.60(5;1.28)	31.11(5;1.25)
	400	27.44(5;1.25)	29.91(5;1.33)	28.50(5;1.29)
	500	24.86(5;1.31)	27.20(5;1.39)	25.88(5;1.35)
Lõi gấp nếp lượn sóng ($a/R=-4$)	300	23.59(5;1.09)	26.43(5;1.16)	24.91(5;1.13)
	400	22.02(5;1.13)	24.54(4;1.07)	23.26(5;1.18)
	500	20.42(5;1.19)	22.41(4;1.10)	21.37(4;1.08)

Tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp với sự thay đổi của nhiệt độ được trình bày trong Bảng 3.5. Các thông số vật liệu của CNT và vật liệu nền giảm mạnh khi nhiệt độ tăng, dẫn đến sự giảm mạnh của tải xoắn tới hạn. Ngoài ra, cũng có thể thấy các mode mất ổn định không thay đổi quá nhiều khi nhiệt độ thay đổi. Chiều cao các nếp gấp lượn sóng và hình thang được thiết kế bằng nhau, do đó tải xoắn tới hạn trong hai trường hợp này không khác nhau nhiều.

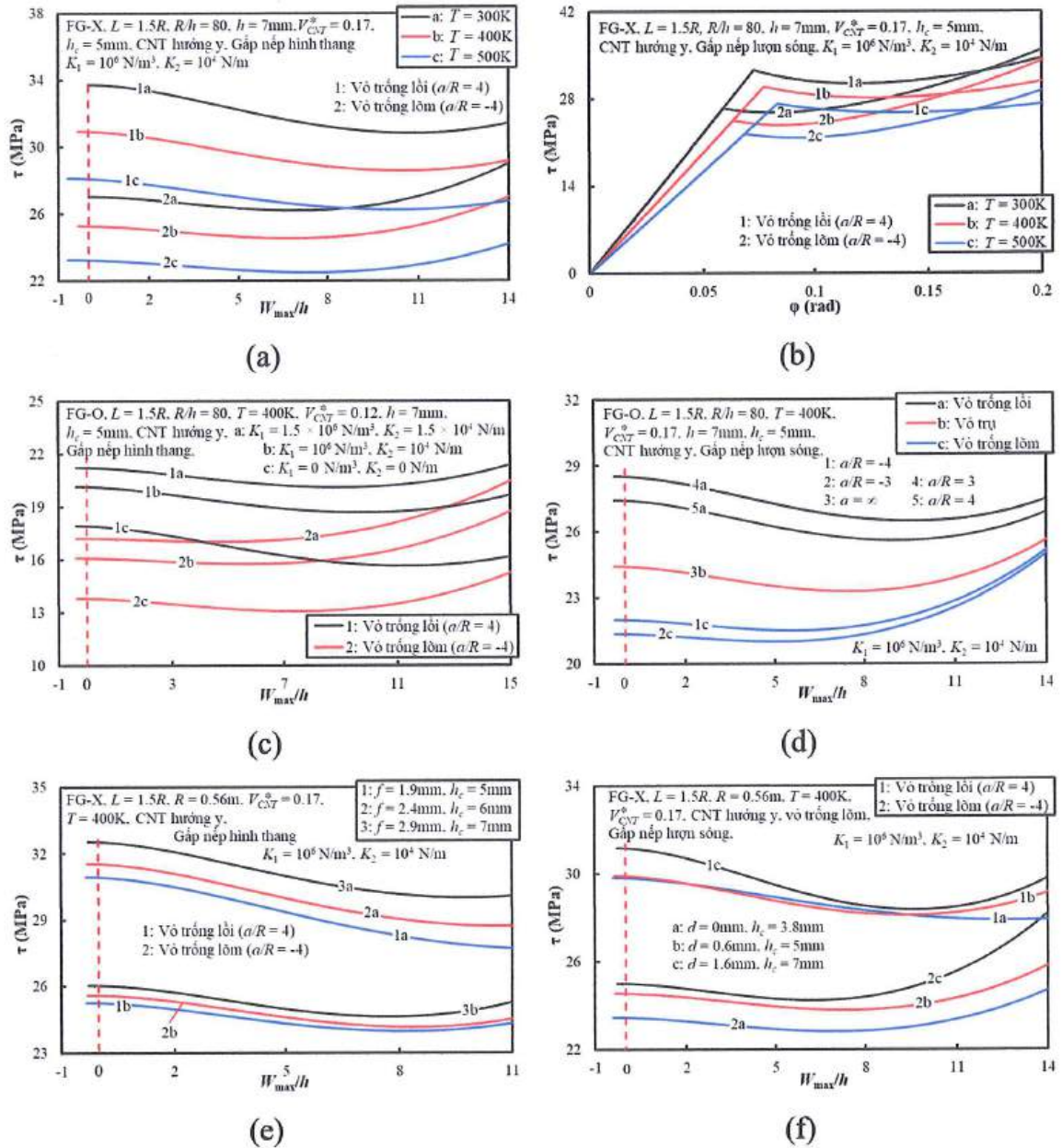


Hình 3.3. Ảnh hưởng của nếp gấp, quy luật phân bố và tỷ phần thể tích của CNT đến đường cong postbuckling của vỏ trống FG-CNTRC sandwich

Hình 3.3a và 3.3b lần lượt trình bày các đường cong postbuckling thể hiện mối quan hệ tải xoắn - độ võng của vỏ lõi gấp nếp và vỏ lõi đặc trong các trường hợp vô lõi, vỏ lõm và gấp nếp hình thang, gấp nếp lượn sóng. Ngược lại với kết quả về tải tới hạn, hiện tượng snap-through của vỏ CNT hướng x kém rõ rệt hơn so với hướng y và cường độ sau mất ổn định của vỏ CNT hướng y nhỏ hơn so với vỏ CNT hướng x trong vùng có độ võng lớn. Cường độ sau mất ổn định của vỏ lõi gấp nếp với hướng CNT trong lớp mặt theo hướng y lớn hơn so với vỏ lõi đặc tương ứng có cùng thể tích vật liệu lõi. Các đường cong tải xoắn - góc xoắn và tải xoắn - độ võng của lõi gấp

nếp với các quy luật phân bố FG-O, FG-X và UD và được trình bày trong Hình 3.3c và 3.3d. Xu hướng song song của các đường cong postbuckling được quan sát với ba dạng phân bố cho cả vỏ lõm và vỏ lồi. Ngoài ra, sự khác nhau về góc nghiêng của các đường cong tải xoắn - góc xoắn ở trạng thái trước mất ổn định giữa vỏ lồi và vỏ lõm và giữa các quy luật phân bố khác nhau là không đáng kể. Hình 3.3e và 3.3f trình bày các đường cong tải xoắn - góc xoắn và tải xoắn - độ võng của vỏ với tỷ phần thể tích CNT khác nhau. Ở vùng có độ võng nhỏ, khi tỷ phần thể tích của CNT tăng thì cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng tăng lên. Xu hướng ngược lại của các đường cong postbuckling được nhận thấy ở vùng có độ võng lớn đối với vỏ lồi và vỏ lõm.

Hình 3.4a và 3.4b khảo sát các đường cong postbuckling thể hiện quan hệ tải xoắn - góc xoắn và tải xoắn - độ võng của vỏ lồi gấp nếp với sự tăng nhiệt độ khác nhau và chỉ ra các xu hướng song song của các đường cong postbuckling có thể quan sát được. Các khảo sát này cho thấy cường độ sau mất ổn định của vỏ giảm đáng kể khi nhiệt độ tăng lên. Hình 3.4c trình bày ảnh hưởng của các tham số nền đàn hồi đến cường độ sau mất ổn định của vỏ lồi và vỏ lõm. Rõ ràng, ảnh hưởng mạnh mẽ của các tham số nền đến đường cong postbuckling có thể dễ dàng quan sát được. Ngoài ra, sự gia tăng tham số nền làm giảm mức độ rõ rệt của hiện tượng snap-through. Tiếp theo, Hình 3.4d thể hiện các đường cong postbuckling của vỏ chịu ảnh hưởng mạnh mẽ của bán kính dọc. Tùy thuộc vào các giá trị bán kính dọc, có ba trường hợp vỏ bao gồm vỏ trụ, vỏ lõm và vỏ lồi được xem xét. Vỏ lồi có cường độ sau mất ổn định lớn hơn đáng kể so với vỏ lõm và vỏ trụ trong vùng có độ võng nhỏ. Tuy nhiên, trong vùng độ võng lớn, các đường cong postbuckling của vỏ lõm có xu hướng tăng lên sát với đường cong của vỏ lồi. Hình 3.4e và 3.4f thể hiện ảnh hưởng của chiều dày lõi gấp nếp đến đường cong postbuckling của vỏ. Lõi gấp nếp với các giá trị chiều dày khác nhau của được khảo sát và có ảnh hưởng rõ rệt đến cường độ sau mất ổn định. Trong khi xu hướng tương đối đều đặn của các đường cong postbuckling được quan sát rõ ở vỏ có gấp nếp hình thang, thì xu hướng không đều lại xảy ra với vỏ có gấp nếp lượn sóng.



Hình 3.4. các đường cong postbuckling của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC sandwich với ảnh hưởng của nhiệt độ, nền đàn hồi, bán kính dọc và các thông số hình học của lõi gấp nếp

3.3.3. Bài toán 2: Ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich lõi gấp nếp chịu xoắn

Bảng 3.6 thể hiện xu hướng thay đổi phức tạp của các tham số hiệu quả graphene η_1 , η_2 và η_3 về sự thay đổi về tỷ phần thể tích của graphene. Khi phần thể tích của graphene V_{GRC} tăng lên, trong khi η_1 và η_2 tăng nhẹ rồi giảm đáng kể, η_3 tăng rất mạnh.

Bảng 3.6. Ví dụ về các tham số hiệu quả graphene của FG-GRC ($T = 300\text{ K}$) [124]

V_{GRC}	η_1	η_2	η_3
0.11	2.311	2.260	33.125
0.09	2.647	2.609	32.816
0.07	3.013	2.966	23.575
0.05	3.068	2.962	15.944
0.03	2.929	2.855	11.842

Bảng 3.7 cho thấy ảnh hưởng của hai trường hợp hướng gấp nếp (hướng x và hướng y) đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống. Các giá trị tải tới hạn lớn thu được đối với trường hợp vỏ có lõi gấp nếp hướng x. Trong cả hai trường hợp vỏ lõi và vỏ lõm, có một sự khác biệt nhỏ được nhận thấy giữa hai trường hợp khảo sát. Ngoài ra, quan sát này có giá trị cho cả gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng.

Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống lõi và vỏ lõm FG-GRC được trình bày trong Bảng 3.8. Các kết quả thể hiện nhiệt độ có ảnh hưởng mạnh mẽ đến tải xoắn tới hạn của vỏ. Khi nhiệt độ tăng giá trị tới hạn của vỏ giảm xuống rõ rệt. Ngoài ra, vỏ có dạng phân bố UD cho giá trị tới hạn lớn nhất, còn dạng FG-O cho giá trị nhỏ nhất. Sự khác biệt nhỏ về độ lệch tâm tương đối của các lớp GRC cũng như ảnh hưởng phức tạp của các tham số ở cấp độ kích thước nano có thể là nguyên nhân gây ra hiện tượng này.

Ảnh hưởng của các hướng gấp nếp lượn sóng của vỏ trống đến tải xoắn tới hạn, cùng với sự so sánh giữa vỏ lõi và vỏ lõm cũng như giữa vỏ lõi gấp nếp và lõi đặc, được trình bày trong Bảng 3.9. Tương tự như lõi gấp nếp, lõi đặc được chế tạo bằng vật liệu PMMA và thể tích PMMA của lõi đặc được thiết kế tương đương với thể tích của lõi gấp nếp. Có thể nhận thấy rằng so với vỏ lõi đặc, vỏ lõi gấp nếp có giá trị tới hạn lớn hơn.

Bảng 3.10 trình bày ảnh hưởng của chiều dày lõi gấp nếp đến tải xoắn tới hạn của vỏ lõi với các dạng phân bố graphene của lớp mặt GRC. Trong ví dụ số này, ảnh hưởng đáng kể của chiều dày lõi gấp nếp được xem xét cho các chiều dày lõi gấp nếp khác nhau của vỏ. Đối với cả vỏ trống lõi gấp nếp lượn sóng và gấp nếp hình thang, việc tăng chiều dày lõi làm cho giá trị tới hạn tăng lên.

Bảng 3.7. Ảnh hưởng của hướng gập nếp đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-GRC sandwich (MPa) $((0/90)_{5T}, K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3, K_2 = 10^5 \text{ N/m}, L = 1.5R, R/h = 80, h = 7\text{mm}, h_c = 5\text{mm}, h_f = 1\text{mm}, f = 1.9\text{mm}, c = 4f, \alpha = \pi/4, r = 1.3\text{mm}, d = 0.6\text{mm}, t = 1.2\text{mm})$.

		$a = 4R$			$a = -4R$		
		gập nếp hướng x	gập nếp hướng y	gập nếp hướng x	gập nếp hướng y	gập nếp hướng x	gập nếp hướng y
Gập nếp hình thang	UD	138.70 (8;0.66)	138.25 (8;0.65)	95.06 (7;0.66)	94.74 (7;0.65)		
	FG-X	134.35 (8;0.66)	133.91 (8;0.64)	92.68 (7;0.66)	92.40 (7;0.65)		
	FG-O	127.09 (8;0.66)	126.66 (8;0.65)	86.89 (7;0.66)	86.62 (7;0.65)		
Gập nếp lượn sóng	UD	138.69 (8;0.67)	138.10 (8;0.65)	95.02 (7;0.66)	94.72 (7;0.65)		
	FG-X	134.33 (8;0.66)	133.77 (8;0.64)	92.65 (7;0.66)	92.38 (7;0.65)		
	FG-O	127.06 (8;0.67)	126.53 (8;0.65)	86.86 (7;0.66)	86.60 (7;0.65)		

Bảng 3.8. Ảnh hưởng của nhiệt độ môi trường đến tải xoắn tới hạn (MPa) $((0/90/0/90/0)_s, \text{Gập nếp hình thang}, K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3, K_2 = 10^5 \text{ N/m}, L = 1.5R, R/h = 80, h_f = 1\text{mm}, h_c = 5\text{mm}, h = 7\text{mm}, f = 1.9\text{mm}, c = 4f, \alpha = \pi/4, t = 1.2\text{mm})$.

	$T \text{ (K)}$	Dạng FG-O	Dạng FG-X	Dạng UD
Vỏ lõi ($a = 4R$)	300	145.80(8;0.64)	154.41(8;0.64)	158.18(8;0.65)
	400	127.59(8;0.65)	134.81(8;0.65)	139.11(8;0.65)
	500	119.94(8;0.66)	126.67(8;0.65)	128.70(8;0.66)
Vỏ lõm ($a = -4R$)	300	98.72(7;0.64)	105.59(7;0.64)	107.55(7;0.64)
	400	87.54(7;0.65)	93.30(7;0.65)	95.62(7;0.65)
	500	82.64(7;0.65)	88.01(7;0.65)	88.97(7;0.65)

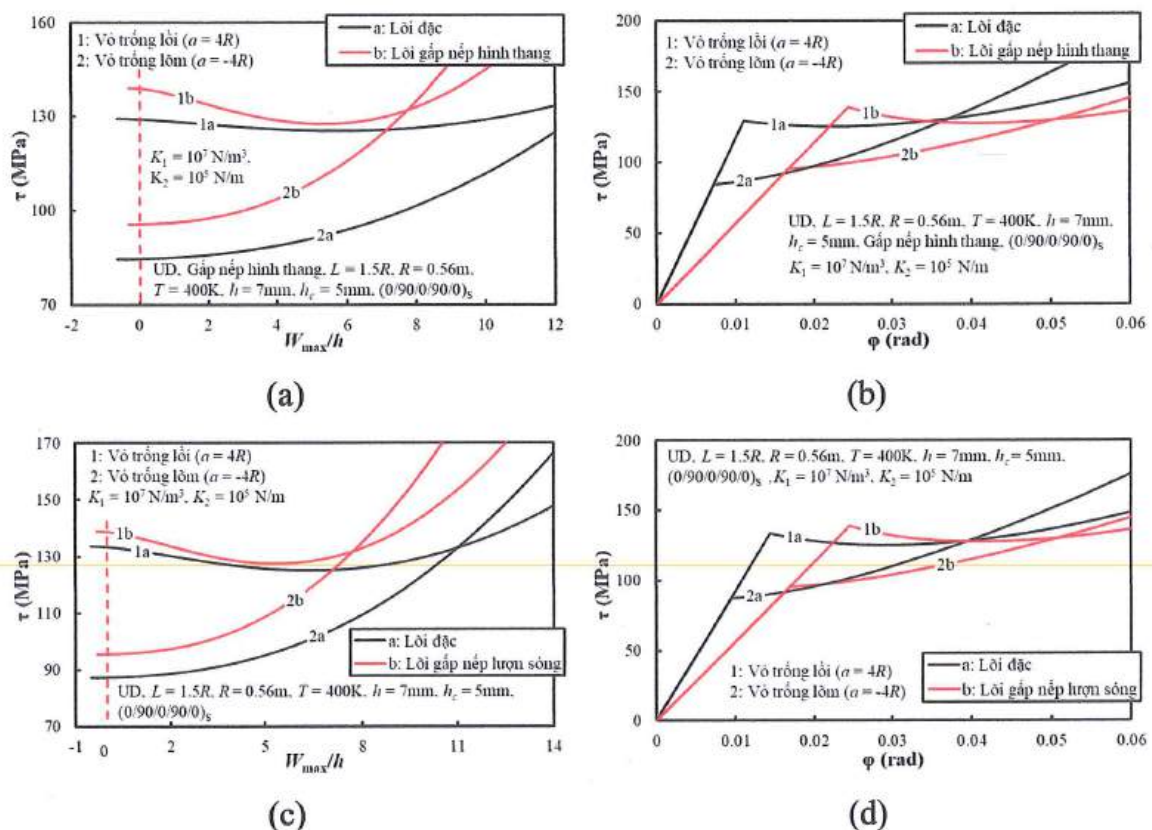
Bảng 3.9. Ảnh hưởng của gấp nếp lượn sóng đến tải xoắn tới hạn của vỏ trống FG-GRC (MPa) ($K_1=10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2=10^5 \text{ N/m}$, $T=400\text{K}$, $L=1.5R$, $R=0.56\text{m}$, $h=7\text{mm}$, $h_c=5\text{mm}$, $h_f=1\text{mm}$, $r=1.3\text{mm}$, $d=0.6\text{mm}$, $t=1.2\text{mm}$).

		Dạng UD	Dạng FG-X	Dạng FG-O
Vỏ lõi ($a=4R$)				
Gấp nếp	$(0)_{10}$	138.04(8;0.65)	133.66(8;0.64)	126.45(8;0.65)
lượn	$(0/90)_{5T}$	138.10(8;0.65)	133.77(8;0.64)	126.53(8;0.65)
sóng	$(0/90/0/90/0)_S$	138.95(8;0.65)	134.67(8;0.65)	127.44(8;0.65)
Lõi đặc	$(0)_{10}$	132.09(10;0.66)	130.19(10;0.65)	119.77(11;0.64)
	$(0/90)_{5T}$	132.13(10;0.66)	130.27(10;0.65)	119.87(11;0.65)
	$(0/90/0/90/0)_S$	133.47(10;0.66)	131.66(10;0.66)	121.31(11;0.65)
Vỏ lõm ($a=-4R$)				
Gấp nếp	$(0)_{10}$	94.65(7;0.65)	92.21(7;0.64)	86.45(7;0.65)
lượn	$(0/90)_{5T}$	94.72(7;0.65)	92.38(7;0.65)	86.60(7;0.65)
sóng	$(0/90/0/90/0)_S$	95.58(7;0.65)	93.27(7;0.65)	87.50(7;0.65)
Lõi đặc	$(0)_{10}$	85.75(8;0.65)	85.24(8;0.64)	78.20(9;0.63)
	$(0/90)_{5T}$	85.80(8;0.65)	85.37(8;0.64)	78.35(9;0.63)
	$(0/90/0/90/0)_S$	87.16(8;0.65)	86.77(8;0.65)	79.79(9;0.64)

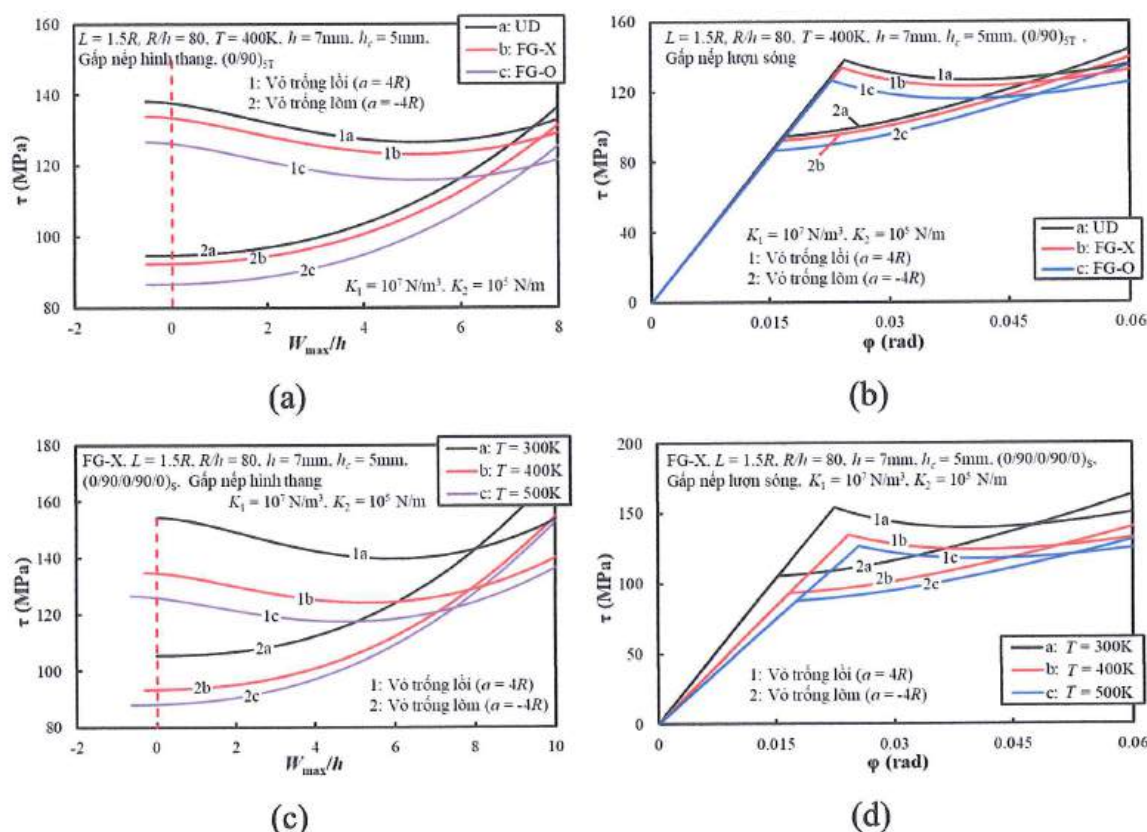
Sự so sánh giữa các loại lõi về ứng xử sau mất ổn định của tải xoắn - góc xoắn và tải xoắn - độ võng với lõi gấp nếp lượn sóng, gấp nếp hình thang và lõi đặc tương ứng, cũng như với vỏ lõi và vỏ lõm được thể hiện trong Hình 3.5a-d. Tuy nhiên, hiện tượng snap-through đối với vỏ lõm không thể được nhận biết, tuy nhiên, với vỏ lõi có thể được nhận biết rõ ràng. Hiện tượng snap-through xảy ra rõ rệt hơn ở vỏ trống có lõi gấp nếp so với vỏ lõi đặc. Khi độ võng của vỏ đạt giá trị đủ lớn thì cường độ sau mất ổn định của vỏ lõi gấp nếp lớn hơn đáng kể so với vỏ có lõi đặc tương ứng, ngược lại, cường độ sau mất ổn định của vỏ lõm lại lớn hơn vỏ lõi tương ứng. Góc nghiêng của các đường trước mất ổn định của quan hệ tải xoắn - góc xoắn (Hình 3.5b và 3.5d) dường như bị thay đổi nhiều với vỏ lõi gấp nếp và lõi đặc tương ứng, ngược lại hầu như không thay đổi với vỏ lõi và vỏ lõm.

Bảng 3.10. Tải xoắn tới hạn của vỏ lõi (MPa) với ảnh hưởng của chiều dày lõi gấp nếp $((0/90)_S)_T$, $K_1=10^7 \text{ N/m}^3$, $K_2=10^5 \text{ N/m}$, $T=400\text{K}$, $R=0.56\text{m}$, $L=1.5R$, $a=4R$, $h_f=1\text{mm}$, $c=4f$, $\alpha=\pi/4$, $r=1.3\text{mm}$, $t=1.2\text{mm}$).

	UD	FG-X	FG-O
Gấp nếp lượn sóng			
$d=0 \text{ mm}$, $h_c=3.8 \text{ mm}$	134.69(9;0.65)	131.40(9;0.64)	122.81(9;0.65)
$d=0.6 \text{ mm}$, $h_c=5 \text{ mm}$	138.10(8;0.65)	133.77(8;0.64)	126.53(8;0.65)
$d=1.6 \text{ mm}$, $h_c=7 \text{ mm}$	143.77(7;0.65)	138.21(7;0.65)	132.21(7;0.65)
Gấp nếp hình thang			
$f=1.9\text{mm}$, $h_c=5 \text{ mm}$	138.25(8;0.65)	133.91(8;0.64)	126.66(8;0.65)
$f=2.4\text{mm}$, $h_c=6 \text{ mm}$	141.49(7;0.66)	136.42(7;0.66)	130.51(7;0.66)
$f=2.9\text{mm}$, $h_c=7 \text{ mm}$	143.86(7;0.65)	138.27(7;0.65)	132.27(7;0.65)

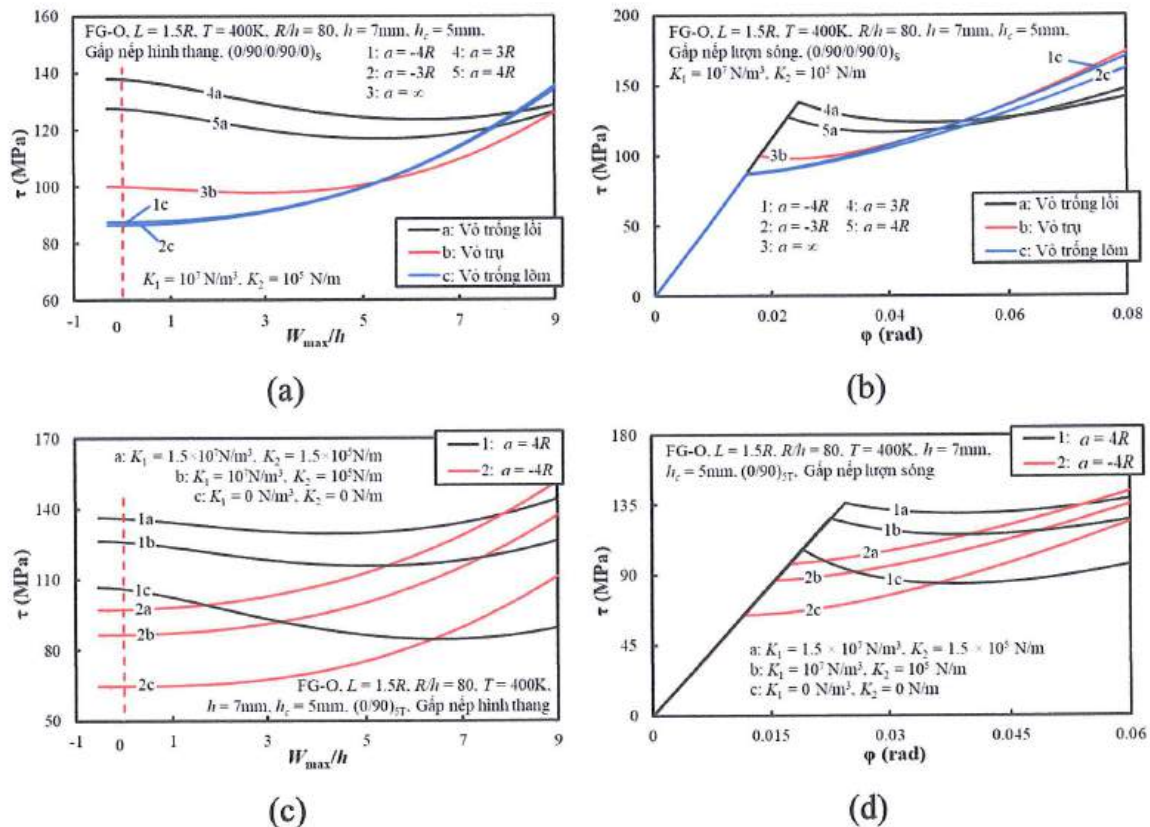


Hình 3.5. Các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC lõi gấp nếp và lõi đặc



Hình 3.6. Ảnh hưởng của các dạng phân bố graphene và nhiệt độ môi trường đến các đường cong postbuckling của vỏ trống FG-GRC sandwich

Hình 3.6 trình bày ảnh hưởng của các dạng phân bố graphene (Hình 3.6a và 3.6b) và nhiệt độ môi trường (Hình 3.6c và 3.6d) đến ứng xử của tải xoắn - góc xoắn và tải xoắn - độ võng sau mất ổn định của vỏ. Đối với cả vỏ lồi và vỏ lõm, xu hướng tương tự của các đường cong postbuckling của ba dạng phân bố graphene đều được công nhận. Một nhận xét khác là trước mất ổn định, góc nghiêng của các đường cong của mối quan hệ tải xoắn - góc xoắn đối với ba dạng phân bố graphene hầu như không thay đổi. Một hiện tượng thú vị khác có thể quan sát thấy cường độ sau mất ổn định đối với vỏ có dạng phân bố UD lớn hơn dạng FG-X. Sự thay đổi phức tạp của các tham số hiệu dụng graphene (quan sát trong Bảng 3.6) cùng với hình dạng phức tạp của kết cấu có thể là nguyên nhân gây ra hiện tượng này. Nhiệt độ môi trường cao làm giảm khả năng chịu tải của vỏ (Hình 3.6c và 3.6d). Ở nhiệt độ phòng ($T=300K$), trạng thái màng xuất hiện trong giai đoạn trước mất ổn định, trong khi ở giai đoạn sau mất ổn định, các đường cong tải xoắn - độ võng bắt nguồn từ trục thẳng đứng. Ngược lại, độ võng trước mất ổn định được tạo ra do ứng suất nhiệt của nhiệt độ môi trường cao.



Hình 3.7. Ảnh hưởng của bán kính dọc và các tham số nền đàn hồi đến đường cong postbuckling của vỏ trụ và vỏ trống FG-GRC sandwich

Các đường cong postbuckling của vỏ với bán kính dọc khác nhau được khảo sát trong Hình 3.7a và 3.7b. Vỏ lõi (bán kính dọc mang giá trị dương), vỏ lõm (bán kính dọc mang giá trị âm) và vỏ trụ (bán kính dọc mang giá trị vô cùng) được đề cập. Sự vượt trội về cường độ sau mất ổn định của vỏ lõi so với vỏ trụ và vỏ lõm thu được đối với vùng độ võng nhỏ. Tuy nhiên, xu hướng ngược lại được ghi nhận trong vùng độ võng lớn. Các đường cong thể hiện mối quan hệ tải- độ võng và tải xoắn - góc xoắn của vỏ với các tham số nền khác nhau được trình bày trong Hình 3.7c và 3.7d. Kết quả cho thấy các tham số của nền làm giảm đáng kể cường độ snap-through. Cường độ sau mất ổn định của vỏ cũng tăng đáng kể nếu các tham số nền tăng. Tuy nhiên, các góc nghiêng của các đường cong trước mất ổn định trong quan hệ tải xoắn - góc xoắn hầu như không thay đổi khi các tham số nền thay đổi.

3.4. Kết luận Chương 3

Chương này đã nghiên cứu phát triển một mô hình phi tuyến nhằm phân tích ứng xử mất ổn định và sau mất ổn định xoắn của vỏ trụ và vỏ trống FG-CNTRC và FG-GRC có lõi gấp nếp. Ba quy luật phân bố vật liệu gia cường (CNT hoặc graphene)

và hai dạng hình học, hướng của lỗi gấp nếp (hướng x và hướng y, dạng lượn sóng hoặc hình thang) được đưa vào phân tích. Phương pháp năng lượng Ritz được áp dụng, có xét đến ảnh hưởng phi tuyến hình học kiểu von Kármán và mô hình nền đàn hồi Pasternak và để làm rõ sự tương tác giữa hình học vỏ, cấu trúc lõi và điều kiện biên dưới tác động của tải xoắn.

Các kết quả chỉ ra rằng lỗi gấp nếp có ảnh hưởng rõ rệt đến cả tải tới hạn và ứng xử ổn định của kết cấu. Những điểm nổi bật có thể rút ra gồm:

1. Các vỏ có lỗi gấp nếp cho giá trị tải tới hạn và cường độ sau mất ổn định cao hơn so với lõi đặc có cùng thể tích vật liệu. Ngoài ra, vỏ có vật liệu CNT hoặc graphene phân bố theo hướng y cho tải tới hạn lớn hơn nhiều so với hướng x.
2. Với các vỏ FG-CNTRC, so với hướng y, cấu trúc CNT hướng x thể hiện cường độ snap-through ở mức thấp hơn, song cường độ sau mất ổn định lại cao hơn đáng kể, đặc biệt trong vùng độ võng lớn. Với các vỏ FG-GRC thì hiện tượng snap-through chỉ quan sát thấy rõ ở các vỏ lõi, trong khi vỏ lõm hầu như không có. Ngoài ra, hiện tượng snap-through ở các vỏ có lỗi gấp nếp thể hiện rõ rệt hơn so với các vỏ có lõi đặc tương ứng.
3. Đường cong mô men xoắn - góc xoắn của vỏ lõi và vỏ lõm trùng nhau trong giai đoạn mất ổn định. Tuy nhiên, trong giai đoạn sau mất ổn định, vỏ trống FG-GRC lõi thể hiện khả năng chịu tải vượt trội hơn trong vùng độ võng nhỏ, còn vỏ lõm lại vượt trội hơn trong vùng độ võng lớn.
4. Các yếu tố như nhiệt độ, độ cứng nền, chiều dày lõi, bán kính dọc và đặc trưng vật liệu đều ảnh hưởng rõ rệt đến ứng xử mất ổn định xoắn, nhấn mạnh vai trò thiết yếu của tối ưu hóa thiết kế trong các kết cấu vỏ hiện đại.

CHƯƠNG 4. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA TẤM CHỮ NHẬT VÀ PANEL TRỤ FG-CNTRC SANDWICH LỖI NHIỀU LỚP GẤP NẾP FG-CNTRC

Trong chương này, luận án phân tích ứng xử ổn định của hai loại kết cấu: panel trụ FG-CNTRC và tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC, chịu tác dụng của tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm. Đây là vấn đề mang ý nghĩa quan trọng trong nhiều ứng dụng thực tế đòi hỏi kết cấu có độ bền cao và tính ổn định lâu dài. Những kết cấu này thường được sử dụng cho các sàn chịu lực lớn, bản mặt cầu, kết cấu tường chắn hoặc mái vòm, đảm bảo khả năng chống mất ổn định và chịu tải nén cao trong suốt thời gian sử dụng.

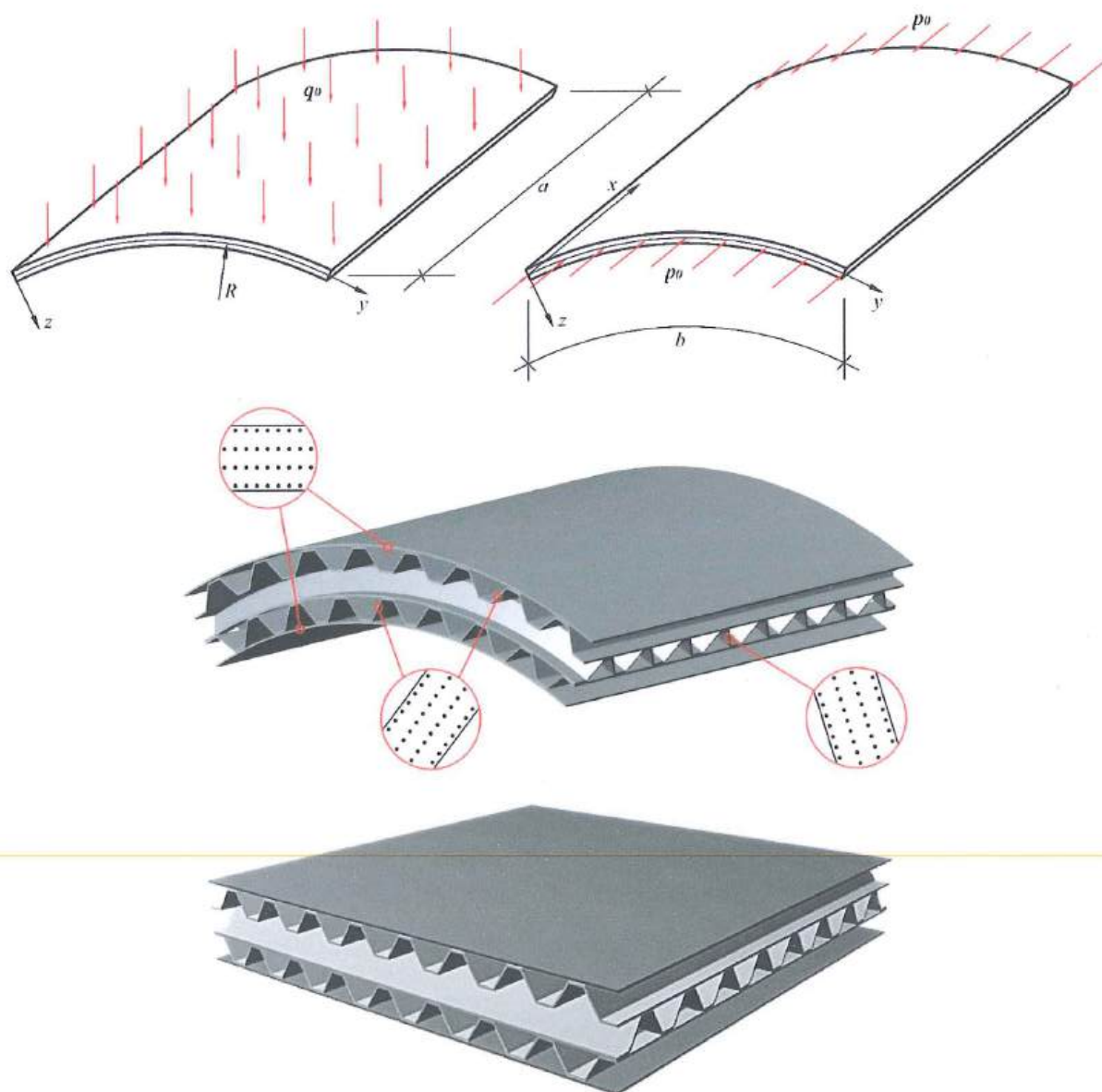
Các kết cấu này được phân tích trên cơ sở lý thuyết vỏ Donnell, kết hợp với phi tuyến hình học kiểu von Kármán, đồng thời, mô hình nền đàn hồi phi tuyến cũng được xem xét. Phương pháp năng lượng Ritz được sử dụng để xây dựng các phương trình chủ đạo của bài toán. Ngoài ra, điểm mới có tính quan trọng trong chương này, đó là các nếp gấp được làm từ chính vật liệu FG-CNTRC thay vì đơn thuần là vật liệu đẳng hướng như trong các nghiên cứu trước và với nhiều lớp lõi gấp nếp FG-CNTRC. Kỹ thuật đồng nhất hóa của Xia và cộng sự [159] tiếp tục được phát triển cho trường hợp này và vẫn tính tới các biến dạng nhiệt trong lõi.

Nội dung được trình bày trong chương này đã được công bố trong 01 bài báo đăng trên tạp chí Journal of Science and Transport Technology của trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải và 01 báo cáo trên tuyển tập công trình hội nghị Cơ học toàn quốc (Bài báo số 7 và 9 trong danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án)

4.1. Mô hình tấm chữ nhật và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC

Tấm và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC chịu tải nén dọc trục p_0 và áp lực hướng tâm q_0 trong môi trường nhiệt T được bao quanh bởi nền đàn hồi. Các đặc trưng hình học và tính chất vật liệu cũng như hệ tọa độ của tấm và panel trụ chữ nhật có lõi được làm từ ba lớp gấp nếp FG-CNTRC và hai lớp mặt FG-CNTRC được minh họa trong Hình 4.1. Chiều dài, chiều rộng và bán kính cong của panel được ký hiệu là a , b và R , tương ứng. Khi $R \rightarrow \infty$, các công thức được thiết lập tổng quát cho panel trụ được rút gọn cho trường hợp tấm chữ nhật.

Các thông số đặc trưng hình học cho lõi gấp nếp, lớp mặt, lớp lõi và các quy luật phân bố của CNT được xem xét giống như mô hình đã trình bày trong hai chương trước. CNT trong các lớp mặt có thể được thiết kế theo phương dọc (CNT theo hướng x, lớp 0 độ) hoặc theo phương ngang (CNT theo hướng y, lớp 90 độ) của panel hoặc tấm. Đối với lõi gấp nếp, các CNT luôn được phân bố theo hướng của nếp gấp, các nếp gấp có thể theo hướng dọc (lớp 0 độ) hoặc hướng ngang (lớp 90 độ) so với tấm và panel. Bốn trường hợp kết hợp hướng của CNT và hướng nếp gấp được xem xét như sau: 0/0/90/0/0, 0/90/0/90/0, 90/0/90/0/90, 90/90/0/90/90.



Hình 4.1. Hệ tọa độ và hình dạng của tấm chữ nhật và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp

Ba dạng quy luật phân bố CNT cho tấm, panel trụ và lõi gấp nếp được lựa chọn giống như các chương trước. Kết cấu tấm và panel được đặt trên mô hình nền đàn hồi phi tuyến [35], với các hệ số độ cứng K_1 , K_2 và K_3 lần lượt đại diện cho nền Winkler, Pasternak và độ cứng phi tuyến của nền. Đặc biệt, độ cứng phi tuyến K_3 có thể mang giá trị dương khi nền có xu hướng hóa cứng hoặc âm khi nền có xu hướng hóa mềm.

Tỷ phần thể tích CNT trong lớp lõi gấp nếp $\left(-\frac{t}{2} \leq \zeta \leq \frac{t}{2}\right)$ được phân bố tuyến tính theo chiều dày của thành lõi như sau

$$\text{- Dạng UD: } V_{CNT} = V_{CNT}^*, \quad (4.1)$$

$$\text{- Dạng FG-X: } V_{CNT} = \left(\frac{4\zeta}{t}\right) V_{CNT}^*, \quad (4.2)$$

$$\text{- Dạng FG-O: } V_{CNT} = \left(2 - \frac{4|\zeta|}{t}\right) V_{CNT}^*. \quad (4.3)$$

trong đó ζ là tọa độ theo phương bề dày thành gấp nếp trong hệ tọa độ địa phương.

Các hệ số giãn nở nhiệt, mô đun đàn hồi và hệ số Poisson của FG-CNTRC được tính toán như trong chương 1 tương ứng với phương trình (1.1) - (1.5).

4.2. Các phương trình chủ đạo

Biến dạng tại 1 điểm bất kỳ có khoảng cách z so với mặt trung bình của panel được định nghĩa như sau

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{Bmatrix}, \quad (4.4)$$

Tại mặt trung bình của panel, các thành phần biến dạng được xác định như sau [112]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 + w_{,x}w_{,x}^* \\ v_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^2 + w_{,y}w_{,y}^* - \frac{w}{R} \\ v_{,x} + u_{,y} + w_{,x}w_{,y} + w_{,y}w_{,x}^* + w_{,x}w_{,y}^* \end{Bmatrix}, \quad (4.5)$$

trong đó w^* là độ không hoàn hảo về hình dạng ban đầu, u, v và w lần lượt là các thành phần chuyển vị theo các hướng x, y và z tương ứng.

Áp dụng định luật Hooke được cho các kết cấu FG-CNTRC được biểu diễn như sau [113]

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T \right), \quad (4.6)$$

trong đó $Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$, $Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$, $Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{21}\nu_{12}}$, $Q_{66} = G_{12}$.

Lực giãn và mô men được xác định theo công thức

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) dz, \quad (M_x, M_y, M_{xy}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) z dz, \quad (4.7)$$

Từ phương trình (4.7), liên hệ giữa lực dẫn, mô men với các thành phần biến dạng tại mặt trung bình có dạng

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{12} & H_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{11} & S_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Phi_{1x} \\ \Phi_{1y} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4.8)$$

trong đó, tấm/panel FG-CNTRC có các thành phần độ cứng là H_{ij} và S_{ij} , được xác định bằng độ cứng tổng của hai lớp mặt FG-CNTRC và lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC, được trình bày như sau:

$$\begin{aligned} (H_{ij}, S_{ij}) &= (H_{ij}^{ou}, S_{ij}^{ou}) + (H_{ij}^{[1]c}, S_{ij}^{[1]c}) + (H_{ij}^{[2]c}, S_{ij}^{[2]c}) \\ &\quad + (H_{ij}^{[3]c}, S_{ij}^{[3]c}) + (H_{ij}^{in}, S_{ij}^{in}), \\ (\Phi_{1x}, \Phi_{1y}) &= (\Phi_{1x}^{ou}, \Phi_{1y}^{ou}) + (\Phi_{1x}^{[1]c}, \Phi_{1y}^{[1]c}) + (\Phi_{1x}^{[2]c}, \Phi_{1y}^{[2]c}) \\ &\quad + (\Phi_{1x}^{[3]c}, \Phi_{1y}^{[3]c}) + (\Phi_{1x}^{in}, \Phi_{1y}^{in}), \end{aligned} \quad (4.9)$$

đối với lớp mặt

$$(H_{ij}^{ou}, S_{ij}^{ou}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h_c}{2}} Q_{ij}^{ou}(1, z^2) dz, \quad (H_{ij}^{in}, S_{ij}^{in}) = \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^{in}(1, z^2) dz, \quad (i, j) = (1, 2, 6),$$

$$\Phi_{1x}^{ou} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (Q_{11}^{ou} \alpha_{11}^{ou} + Q_{12}^{ou} \alpha_{22}^{ou}) dz, \quad \Phi_{1x}^{in} = \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{11}^{in} \alpha_{11}^{in} + Q_{12}^{in} \alpha_{22}^{in}) dz,$$

$$\Phi_{1y}^{ou} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (Q_{12}^{ou} \alpha_{11}^{ou} + Q_{22}^{ou} \alpha_{22}^{ou}) dz, \quad \Phi_{1y}^{in} = \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{12}^{in} \alpha_{11}^{in} + Q_{22}^{in} \alpha_{22}^{in}) dz,$$

và đối với lõi ba lớp gấp nếp, các thành phần của ma trận độ cứng $H_{ij}^{[1]c}, H_{ij}^{[2]c}, H_{ij}^{[3]c}$,

$S_{ij}^{[1]c}, S_{ij}^{[2]c}, S_{ij}^{[3]c}$ và $\Phi_{1x}^{[1]c}, \Phi_{1x}^{[2]c}, \Phi_{1x}^{[3]c}, \Phi_{1y}^{[1]c}, \Phi_{1y}^{[2]c}, \Phi_{1y}^{[3]c}$ được xác định như sau:

Đối với lõi gấp nếp theo hướng x

$$S_{22}^{[2]c} = \frac{c}{l} \bar{S}_{11}, \quad S_{12}^{[2]c} = \frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}} S_{22}^{[2]c}, \quad S_{11}^{[2]c} = \frac{1}{2c} (I_2 \bar{H}_{22} + I_1 \bar{S}_{22}), \quad S_{66}^{[2]c} = \frac{l}{c} \bar{S}_{66},$$

$$S_{ij}^{[1]c} = \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{6}} Q_{ij}^{*c} z^2 dz, \quad S_{ij}^{[3]c} = \int_{\frac{h_c}{6}}^{\frac{h_c}{2}} Q_{ij}^{*c} z^2 dz, \quad (4.10)$$

$$\Phi_{1x}^{[k]c} = H_{11}^{[k]c} \bar{\alpha}_{11}^c + H_{12}^{[k]c} \bar{\alpha}_{22}^c, \quad \Phi_{1y}^{[k]c} = H_{12}^{[k]c} \bar{\alpha}_{11}^c + S_{22}^{[k]c} \bar{\alpha}_{22}^c, \quad k = (1, 2, 3),$$

$$H_{22}^{[k]c} = \frac{2c}{\frac{I_1}{\bar{H}_{11}} + \frac{I_2}{\bar{S}_{11}}}, \quad H_{12}^{[k]c} = \frac{H_{22}^{[k]c} \bar{H}_{12}}{\bar{H}_{11}},$$

$$H_{11}^{[k]c} = \frac{l}{c} \frac{\bar{H}_{11} \bar{H}_{22} - \bar{H}_{12}^2}{\bar{H}_{11}} + \frac{H_{12}^{[k]c} \bar{H}_{12}}{\bar{H}_{11}}, \quad H_{66}^{[k]c} = \frac{c}{l} \bar{H}_{66},$$

Đối với lõi gấp nếp theo hướng y

$$S_{11}^{[2]c} = \frac{c}{l} \bar{S}_{11}, \quad S_{12}^{[2]c} = \frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}} S_{11}^{[2]c}, \quad S_{22}^{[2]c} = \frac{1}{2c} (I_2 \bar{H}_{22} + I_1 \bar{S}_{22}), \quad S_{66}^{[2]c} = \frac{l}{c} \bar{S}_{66},$$

$$S_{ij}^{[1]c} = \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{6}} Q_{ij}^{*c} z^2 dz, \quad S_{ij}^{[3]c} = \int_{\frac{h_c}{6}}^{\frac{h_c}{2}} Q_{ij}^{*c} z^2 dz, \quad (4.11)$$

$$\Phi_{1y}^{[k]c} = H_{11}^{[k]c} \bar{\alpha}_{11}^c + H_{12}^{[k]c} \bar{\alpha}_{22}^c, \quad \Phi_{1x}^{[k]c} = H_{12}^{[k]c} \bar{\alpha}_{11}^c + H_{22}^{[k]c} \bar{\alpha}_{22}^c, \quad k = (1, 2, 3),$$

$$H_{11}^{[k]c} = \frac{2c}{\frac{I_1}{\bar{H}_{11}} + \frac{I_2}{\bar{S}_{11}}}, \quad H_{12}^{[k]c} = \frac{H_{11}^{[k]c} \bar{H}_{12}}{\bar{H}_{11}},$$

$$H_{22}^{[k]c} = \frac{l}{c} \frac{\bar{H}_{11} \bar{H}_{22} - \bar{H}_{12}^2}{\bar{H}_{11}} + \frac{H_{12}^{[k]c} \bar{H}_{12}}{\bar{H}_{11}}, \quad H_{66}^{[k]c} = \frac{c}{l} \bar{H}_{66},$$

trong đó

Đối với lõi gấp nếp hình thang:

$$c = c_t, l = c + 2f \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} \right), I_1 = -\frac{8f \cos \alpha}{3 \sin \alpha} + 2c, I_2 = 2f^2 \left(c - \frac{2f}{\tan \alpha} \right) + \frac{4f^3}{3 \sin \alpha},$$

Đối với lõi gấp nếp lượn sóng:

$$c = c_r = 2r, l = \pi r + 2d, I_1 = \pi r, I_2 = \pi r^3 + 8dr^2 + 2\pi d^2 r + \frac{4d^3}{3}.$$

và

$$(\bar{H}_{ij}, \bar{S}_{ij}) = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Q_{ij}^c(1, \zeta^2) d\zeta, \quad (\bar{\alpha}_{11}^c, \bar{\alpha}_{22}^c) = \frac{1}{t} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\alpha_{11}, \alpha_{22}) d\zeta, \quad Q_{ij}^{*c} = \frac{12}{\left(\frac{h_c}{3}\right)^3} S_{ij}^{[2]c}, \quad (4.12)$$

Lưu ý: Độ cứng $S_{ij}^{[2]c}$ trong phương trình (4.12) được xác định từ phương trình (4.10) cho lớp thứ nhất và thứ ba đối với lõi gấp nếp hướng y, ngược lại, từ phương trình (4.11) cho lớp thứ nhất và thứ ba đối với lõi gấp nếp hướng x.

4.3. Điều kiện biên và phương pháp năng lượng Ritz

Phương trình tương thích biến dạng của panel theo lý thuyết vỏ Donnell được áp dụng như sau [65]:

$$\varepsilon_{x,yy}^0 + \varepsilon_{y,xx}^0 - \gamma_{xy,xy}^0 = w_{,xy}^2 - \frac{w_{,xx}}{R} - w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xx} w_{,yy}^* + 2w_{,xy} w_{,xy}^* - w_{,xx}^* w_{,yy}. \quad (4.13)$$

Hàm ứng suất $f(x, y)$ được chọn thỏa mãn các điều kiện sau

$$N_x = f_{,yy}, \quad N_y = f_{,xx}, \quad N_{xy} = -f_{,xy}. \quad (4.14)$$

Điều kiện biên của các panel được giả định với bốn cạnh tựa đơn và có thể di chuyển tự do, được xác định như sau:

$$\begin{aligned} N_x = N_{0x} = -hp_0, \quad M_x|_{x=0,a} = 0, \quad N_{xy}|_{x=0,a} = 0, \quad w|_{x=0,a} = 0, \\ N_y = N_{0y} = 0, \quad M_y|_{y=0,b} = 0, \quad N_{xy}|_{y=0,b} = 0, \quad w|_{y=0,b} = 0. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Trong trường hợp điều kiện biên tựa đơn, nghiệm gần đúng của độ không hoàn hảo và độ võng $w^*(x,y)$ được chọn dưới dạng:

$$\begin{aligned} w^* &= \xi h \sin \alpha x \sin \beta y, \\ w &= W \sin \alpha x \sin \beta y, \end{aligned} \quad (4.16)$$

trong đó $\alpha = \frac{m\pi}{a}$, $\beta = \frac{n\pi}{b}$, n và m là các mode mất ổn định.

Phương trình tương thích biến dạng (4.13) có thể được viết lại dưới dạng

$$\begin{aligned} H_{22}^* f_{,xxx} + (2H_{12}^* + H_{66}^*) f_{,xxyy} + H_{11}^* f_{,yyyy} + \frac{w_{,xx}}{R} - w_{,xy}^2 \\ + w_{,xx} w_{,yy} + w_{,xx} w_{,yy}^* - 2w_{,xy} w_{,xy}^* + w_{,xx}^* w_{,yy} = 0. \end{aligned} \quad (4.17)$$

trong đó

$$H_{11}^* = \frac{H_{22}}{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}, \quad H_{12}^* = \frac{-H_{12}}{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}, \quad H_{22}^* = \frac{H_{11}}{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}, \quad H_{66}^* = \frac{1}{H_{66}},$$

Bằng cách thay thế phương trình (4.16) vào phương trình (4.17), ta nhận được hàm ứng suất f dưới dạng như sau

$$f = f_1 \cos \frac{2m\pi x}{a} + f_2 \cos \frac{2n\pi y}{b} + f_3 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + \frac{N_{0y} x^2}{2} + \frac{N_{0x} y^2}{2}. \quad (4.18)$$

trong đó

$$f_1 = \frac{1}{16} \frac{n\pi^2 a^2 h \xi}{b^2 m \pi^2 H_{22}^*} W + \frac{1}{32} \frac{n\pi^2 a^2}{b^2 m \pi^2 H_{22}^*} W^2,$$

$$f_2 = \frac{1}{32} \frac{m\pi^2 b^2}{a^2 n \pi^2 H_{22}^*} W^2 + \frac{1}{16} \frac{m\pi^2 b^2 h \xi}{a^2 n \pi^2 H_{22}^*} W,$$

$$f_3 = \frac{b^4 a^2 m \pi^2}{\left(m \pi^4 H_{22}^* b^4 + b^2 a^2 n \pi^2 (H_{66}^* + H_{12}^* + H_{21}^*) m \pi^2 + n \pi^4 H_{11}^* a^4 \right) R} W,$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của panel trụ và công của ngoại lực được biểu diễn lần lượt là

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^b \int_0^a \left[\sigma_x (\varepsilon_x - \alpha_{11} \Delta T) + \sigma_y (\varepsilon_y - \alpha_{22} \Delta T) + \sigma_{xy} \gamma_{xy} \right] dx dy dz \quad (4.19)$$

$$U_{\text{ext}} = - \int_0^b \int_0^a \left[\frac{1}{2} \left(K_1 w - K_2 (w_{,xx} + w_{,yy}) + \frac{K_3 w^3}{2} \right) w \right] dx dy + \int_0^b \int_0^a q_0 w dx dy + N_{0x} \int_0^b \int_0^a u_{,x} dx dy \quad (4.20)$$

Năng lượng toàn phần thu được như sau

$$U_{\text{total}} = U_{\text{int}} - U_{\text{ext}}. \quad (4.21)$$

Áp dụng phương pháp cực tiểu hoá năng lượng Ritz, tức là

$$\frac{\partial U_{\text{total}}}{\partial W} = 0, \quad (4.22)$$

dẫn tới

$$X_{11} W + X_{12} W \left(W + \frac{4}{3} \xi h \right) + X_{13} W (2h\xi + W)(h\xi + W) + X_{14} W^3 K_3 + X_{15} q_0 - X_{16} p_0 h (h\xi + W) = 0 \quad (4.23)$$

trong đó

$$X_{11} = \frac{ab}{4} \left\{ \left(H_{22}^* O_{31}^2 + S_{11} \right) \alpha^4 + \left[O_{31}^2 (2H_{12}^* + H_{66}^*) + 2S_{12} + 4S_{66} \right] \beta^2 \alpha^2 \right\} + \left(H_{11}^* O_{31}^2 + S_{22} \right) \beta^4 + (\alpha^2 + \beta^2) K_2 + K_1$$

$$X_{12} = -\frac{4\delta_n \delta_m O_{31}}{\alpha\beta} \left[O_{11} H_{22}^* \alpha^4 + H_{12}^* (O_{11} + O_{21}) \alpha^2 \beta^2 + O_{21} H_{11}^* \beta^4 \right],$$

$$X_{13} = 16ab (O_{11}^2 \alpha^4 H_{22}^* + O_{21}^2 \beta^4 H_{11}^*),$$

$$X_{14} = \frac{9ab}{64}, X_{15} = -\frac{\delta_m \delta_n}{\alpha\beta}, X_{16} = \frac{ab\alpha^2}{4}, O_{11} = \frac{1}{32} \frac{n\pi^2 a^2}{b^2 m\pi^2 H_{22}^*}, O_{21} = \frac{1}{32} \frac{m\pi^2 b^2}{a^2 n\pi^2 H_{11}^*},$$

$$O_{31} = \frac{b^4 a^2 m\pi^2}{\left(m\pi^4 H_{22}^* b^4 + b^2 a^2 n\pi^2 (H_{66}^* + H_{12}^* + H_{21}^*) m\pi^2 + n\pi^4 H_{11}^* a^4 \right) R}$$

Liên hệ giữa độ võng - tải nén dọc trục thu được từ phương trình (4.23) có dạng như sau

$$p_0 = \frac{\left\{ X_{11}W + X_{12}Wh \left(W + \frac{4}{3}\xi \right) + X_{13}Wh^2(2\xi + W)(\xi + W) \right.}{X_{16}h(\xi + W)} \left. + X_{14}W^3h^2K_3 + \frac{X_{15}q_0}{h} \right\} \quad (4.24)$$

Đối với panel/tấm hoàn hảo, tải nén tới hạn tính đạt được bằng cách cho $W \rightarrow 0$ và $\xi = 0$, như sau

$$p_0^{cr} = \frac{X_{11}}{X_{16}h} \quad (4.25)$$

Từ phương trình (4.23) thu được liên hệ giữa độ võng - áp lực hướng tâm là

$$q_0 = h \frac{\left\{ X_{16}p_0h(\xi + W) - X_{11}W - X_{12}Wh \left(W + \frac{4}{3}\xi \right) \right.}{X_{15}} \left. - X_{13}Wh^2(2\xi + W)(\xi + W) - X_{14}W^3h^2K_3 \right\} \quad (4.26)$$

4.4. Kết quả số và thảo luận

4.4.1. Kết quả so sánh

Bảng 4.1. So sánh tải nén tới hạn $p_0^{cr} = \frac{X_{11}b}{X_{16}}$ (kN) của các tấm FG-CNTRC

($b/h = 100$, $h = 2\text{mm}$, $a/b = 1$, $m = 1$, $n = 1$).

$T(\text{K})$	V_{CNT}^*	Shen và Zhu [112]		Luận án		Sai số	
		UD	FG-X	UD	FG-X	UD	FG-X
300	0.12	3.34	4.87	3.39	4.93	1.5%	1.2%
	0.17	4.96	7.23	5.00	7.27	0.8%	0.6%
	0.28	7.76	11.41	7.88	11.65	1.5%	2.1%
500	0.12	3.18	4.64	3.24	4.74	1.9%	2.1%
	0.17	4.71	6.90	4.76	6.98	1.1%	1.1%
	0.28	7.43	10.92	7.58	11.24	2.0%	2.8%
700	0.12	3.03	4.44	3.12	4.60	2.9%	3.5%
	0.17	4.49	6.59	4.58	6.77	2.0%	2.7%
	0.28	7.12	10.44	7.36	10.96	3.3%	4.7%

Để đánh giá tính chính xác của phương pháp hiện tại, luận án thực hiện so sánh kết quả của tải nén tới hạn với kết quả từ công trình đã được công bố trước đó.

Tải nén tới hạn của các tấm FG-CNTRC theo phương pháp hiện tại được kiểm tra bằng cách so sánh với kết quả của Shen và Zhu [112] (xem Bảng 4.1) sử dụng kỹ thuật nhiều hai bước.

Trong Bảng 4.2 thể hiện việc so sánh kết quả tải nén tới hạn của panel trụ FG-CNTRC với kết quả của các tác giả Lê Thị Như Trang và Hoàng Văn Tùng [147] sử dụng phương pháp Galerkin.

Bảng 4.2. So sánh tải nén tới hạn p_0^{cr} của các panel trụ FG-CNTRC hoàn hảo dưới tác động của tải nén dọc trục ((MPa), $V_{CNT}^* = 0.17$, $b/h = 40$, $a/R = 0.3$, $a/b = 1$, $m = 1$, $n = 1$, $k_1 = K_1 b^4 / E_m h^3$, $k_2 = K_2 b^2 / E_m h^3$).

		$(k_1, k_2) = (0, 0)$	$(k_1, k_2) = (50, 5)$
UD	Lê Thị Như Trang và Hoàng Văn Tùng [147]	87.34	110.88
	Luận án	87.32	110.86
	Sai số	0.02%	0.02%
FG-X	Lê Thị Như Trang và Hoàng Văn Tùng [147]	123.63	147.17
	Luận án	123.00	146.54
	Sai số	0.5%	0.4%

Các kết quả nghiên cứu thu được phù hợp với các kết quả của công trình đã được công bố, qua đó xác nhận tính chính xác của phương pháp tiếp cận hiện tại.

4.4.2. Bài toán 1: Ổn định phi tuyến của panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm

Bảng 4.3 cho thấy ảnh hưởng đáng kể của lõi nhiều lớp gấp nếp đến tải nén tới hạn của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp. Rõ ràng, giá trị tải tới hạn của lõi nhiều lớp gấp nếp cao hơn đáng kể so với các lõi không gấp nếp có cùng khối lượng vật liệu. Hiệu ứng này trở nên rõ rệt hơn đối với lõi nhiều lớp gấp nếp lượn sóng, đặc biệt ở các tỷ phần thể tích CNT cao. Trong số các quy luật phân bố CNT, các panel FG-X có giá trị tới hạn cao nhất, tiếp theo là các panel UD, trong

khi các panel FG-O có giá trị tới hạn thấp nhất. Tuy nhiên, tác động của lỗi nhiều lớp gấp nếp lên tải nén tới hạn lại lớn nhất đối với các panel FG-O, tiếp theo là các panel FG-X và nhỏ nhất ở các panel UD. Điều này chỉ ra rằng quy luật phân bố của CNT đóng vai trò quan trọng trong việc tăng cường khả năng chịu tải của các panel. Sự tương quan trực tiếp giữa tỷ phần thể tích CNT và hiệu ứng của lỗi nhiều lớp gấp nếp đối với tải nén tới hạn cũng được ghi nhận, với mức cải thiện lớn nhất ở các panel FG-O. Xu hướng rõ ràng và ổn định cũng được xác định trong so sánh giữa lỗi gấp nếp hình thang và lỗi gấp nếp lượn sóng, khi loại lượn sóng cho thấy hiệu quả vượt trội hơn. Trong đó, với tất cả các phân tích, biên độ gấp nếp của các lớp gấp nếp hình thang và lượn sóng được coi là bằng nhau, tức là $f = (r + d)$.

Bảng 4.3. Ảnh hưởng của lỗi nhiều lớp gấp nếp đến tải nén tới hạn của các panel FG-CNTRC (MPa) ($K_1 = 0 \text{ MN/m}^3$, $K_2 = 0 \text{ MN/m}$, $K_3 = 0 \text{ MN/m}^5$, $m = 1$, $n = 1$, $T = 400 \text{ K}$, $h = 21 \text{ mm}$, $a = b = 100h$, $R = 10a$, $h_f = 3 \text{ mm}$, $h_c = 15 \text{ mm}$, $f = 2 \text{ mm}$, $c_t = 4f$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.4 \text{ mm}$, $c_r = 2r$, $d = 0.6 \text{ mm}$, $t = 1 \text{ mm}$).

V_{CNT}^*	Gấp nếp hình thang			Gấp nếp lượn sóng		
	FG-O	FG-X	UD	FG-O	FG-X	UD
Lỗi gấp nếp						
0.12	6.29 (171)*	6.35 (162)	6.32 (168)	6.51 (98)	6.57 (94)	6.54 (96)
0.17	9.32 (163)	9.40 (153)	9.35 (159)	9.63 (93)	9.72 (89)	9.66 (92)
0.28	14.65 (182)	14.79 (171)	14.66 (179)	15.17 (104)	15.32 (98)	15.19 (102)
Lỗi không gấp nếp tương đương						
0.12	2.32	2.42	2.36	3.28	3.39	3.33
0.17	3.55	3.71	3.61	4.98	5.14	5.04
0.28	5.20	5.45	5.25	7.45	7.72	7.51

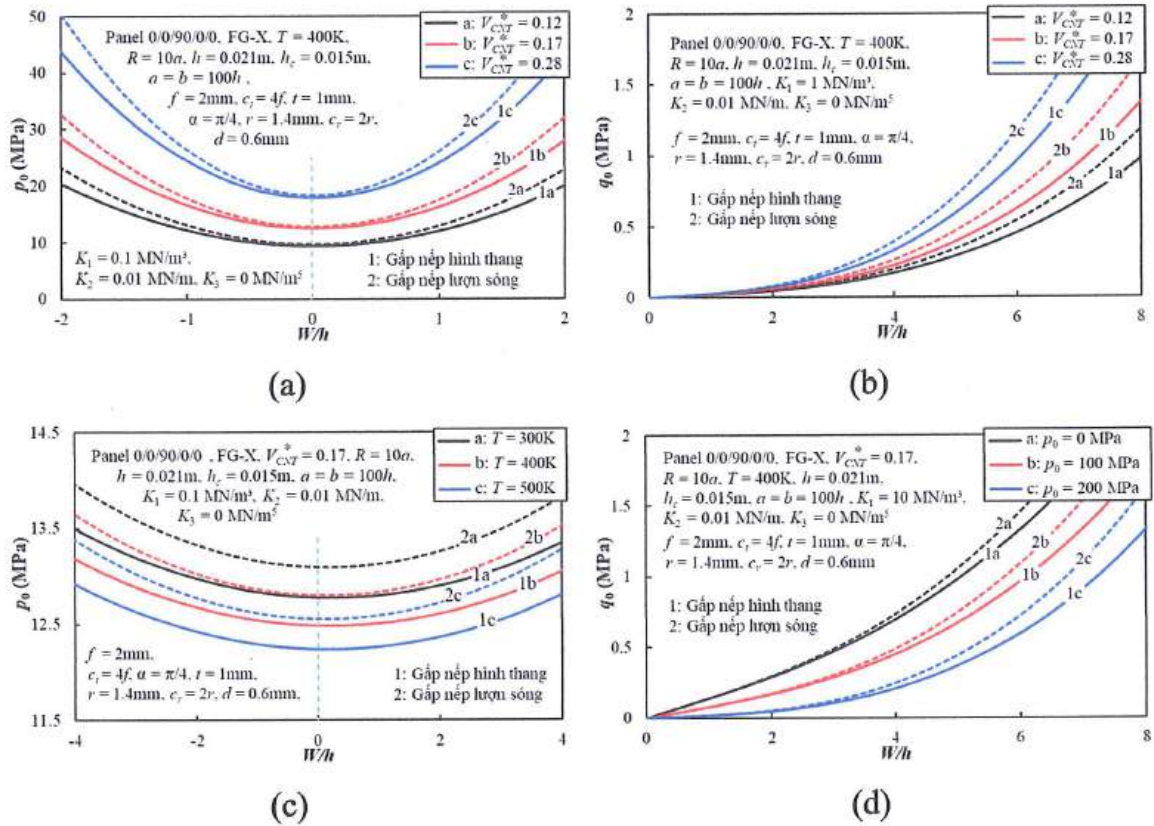
* Chênh lệch giá trị giữa lỗi gấp nếp và lỗi không gấp nếp tương đương (%)

Bảng 4.4. Ảnh hưởng của hướng CNT trong lớp mặt và hướng gập nếp của lõi gập nếp đến tải nén tới hạn của panel trụ (MPa, $K_1 = 0.1 \text{ MN/m}^3$, $K_2 = 0.01 \text{ MN/m}$, $K_3 = 0 \text{ MN/m}^5$, $T = 400 \text{ K}$, $h = 21 \text{ mm}$, $h_f = 3 \text{ mm}$, $h_c = 15 \text{ mm}$, $a = b = 100h$, $R = 10a$, $f = 2 \text{ mm}$, $c_t = 4f$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.4 \text{ mm}$, $c_r = 2r$, $d = 0.6 \text{ mm}$, $t = 1 \text{ mm}$).

Hướng của CNT và hướng gập nếp	Gập nếp hình thang				Gập nếp lượn sóng		
	UD	FG-X	FG-O	UD	FG-X	FG-O	FG-O
	$V_{CNT}^* = 0.12$						
0/0/90/0/0	9.40(1;1)	9.43(1;1)	9.37(1;1)	9.62(1;1)	9.65(1;1)		9.59(1;1)
0/90/0/90/0	9.40(1;1)	9.43(1;1)	9.37(1;1)	9.62(1;1)	9.65(1;1)		9.59(1;1)
90/0/90/0/90	6.48(2;1)	6.52(2;1)	6.46(2.1)	7.40(2;1)	7.44(2;1)		7.36(2;1)
90/90/0/90/90	3.33(3;1)	3.35(3;1)	3.34(3;1)	3.41(3;1)	3.43(3;1)		3.42(3;1)
	$V_{CNT}^* = 0.17$						
0/0/90/0/0	12.43(1;1)	12.48(1;1)	12.40(1;1)	12.74(1;1)	12.80(1;1)		12.71(1;1)
0/90/0/90/0	12.43(1;1)	12.48(1;1)	12.40(1;1)	12.74(1;1)	12.80(1;1)		12.71(1;1)
90/0/90/0/90	9.16(2;1)	9.24(2;1)	9.14(2;1)	10.49(2;1)	10.57(2;1)		10.45(2;1)
90/90/0/90/90	4.87(3;1)	4.93(3;1)	4.91(3;1)	4.99(3;1)	5.05(3;1)		5.02(3;1)
	$V_{CNT}^* = 0.28$						
0/0/90/0/0	17.74(1;1)	17.87(1;1)	17.73(1;1)	18.27(1;1)	18.40(1.1)		18.25(1;1)
0/90/0/90/0	17.74(1;1)	17.87(1;1)	17.73(1;1)	18.27(1;1)	18.40(1.1)		18.25(1;1)
90/0/90/0/90	13.32(2;1)	13.50(2;1)	13.33(2;1)	15.49(2;1)	15.69(2;1)		15.49(2;1)
90/90/0/90/90	6.04(3;1)	6.23(3;1)	6.19(3;1)	6.24(3;1)	6.43(3;1)		6.39(3;1)

Bảng 4.4 khảo sát ảnh hưởng của các hướng CNT khác nhau trong lớp mặt và hướng gấp nếp của lõi gấp nếp đến tải nén tới hạn của các panel có lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC, đồng thời xem xét cả hai dạng gấp nếp hình thang và lượn sóng. Kết quả cho thấy khả năng chịu nén bị ảnh hưởng đáng kể bởi hướng của CNT và hướng gấp nếp, trong đó giá trị tới hạn lớn nhất được ghi nhận ở các panel 0/0/90/0/0. Cả trong trường hợp gấp nếp hình thang và lượn sóng, các panel 0/0/90/0/0 luôn cho giá trị tới hạn lớn nhất, trong khi các panel 90/90/0/90/90 cho kết quả thấp nhất. Phân bố FG-X cho tải tới hạn cao hơn một chút so với phân bố FG-O và UD trong tất cả các dạng kết hợp hướng của CNT và hướng nếp gấp, cho thấy quy luật phân bố CNT chỉ ảnh hưởng nhỏ đến giá trị tới hạn của các panel. Ngoài ra, gấp nếp lượn sóng cho giá trị tới hạn cao hơn một chút so với gấp nếp hình thang, đặc biệt trong các panel 0/0/90/0/0. Giá trị tới hạn tăng dần khi tỷ phần thể tích CNT tăng, khẳng định rõ vai trò gia cường của CNT. Những phát hiện này nhấn mạnh sự cần thiết phải tối ưu hóa tỷ phần thể tích CNT, hướng của CNT và hình học lõi gấp nếp để đạt được tải tới hạn vượt trội trong các kết cấu FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC.

Hình 4.2 trình bày ứng xử sau mất ổn định của các panel FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp (dạng hình thang và lượn sóng) FG-CNTRC dưới tác động của tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm, đồng thời xét đến các yếu tố: tỷ phần thể tích CNT (Hình 4.2a, 4.2b), nhiệt độ môi trường (Hình 4.2c) và tải nén ban đầu (Hình 4.2d). Kết quả trong các Hình 4.2a và 4.2b cho thấy khi tỷ phần thể tích CNT tăng, đường cong tải nén tới hạn chỉ tăng nhẹ, trong khi cường độ sau mất ổn định tăng rõ rệt ở vùng độ võng lớn đối với cả hai trường hợp áp lực hướng tâm và tải nén dọc trục. Ở Hình 4.2c, ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ môi trường được thể hiện qua cường độ sau mất ổn định của panel giảm khi nhiệt độ tăng, điều này cho thấy nhiệt độ cao làm giảm mô đun đàn hồi, dẫn đến giảm cường độ sau mất ổn định ở cả hai loại lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng. Hình 4.2d cho thấy tải nén ban đầu cũng ảnh hưởng đến cường độ sau mất ổn định của panel chịu áp lực hướng tâm: tải nén ban đầu càng lớn thì cường độ sau mất ổn định càng giảm. So sánh giữa lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng, cho thấy lõi gấp nếp lượn sóng có cường độ sau mất ổn định cao hơn một chút trong vùng độ võng nhỏ và rõ rệt hơn trong vùng độ võng lớn.

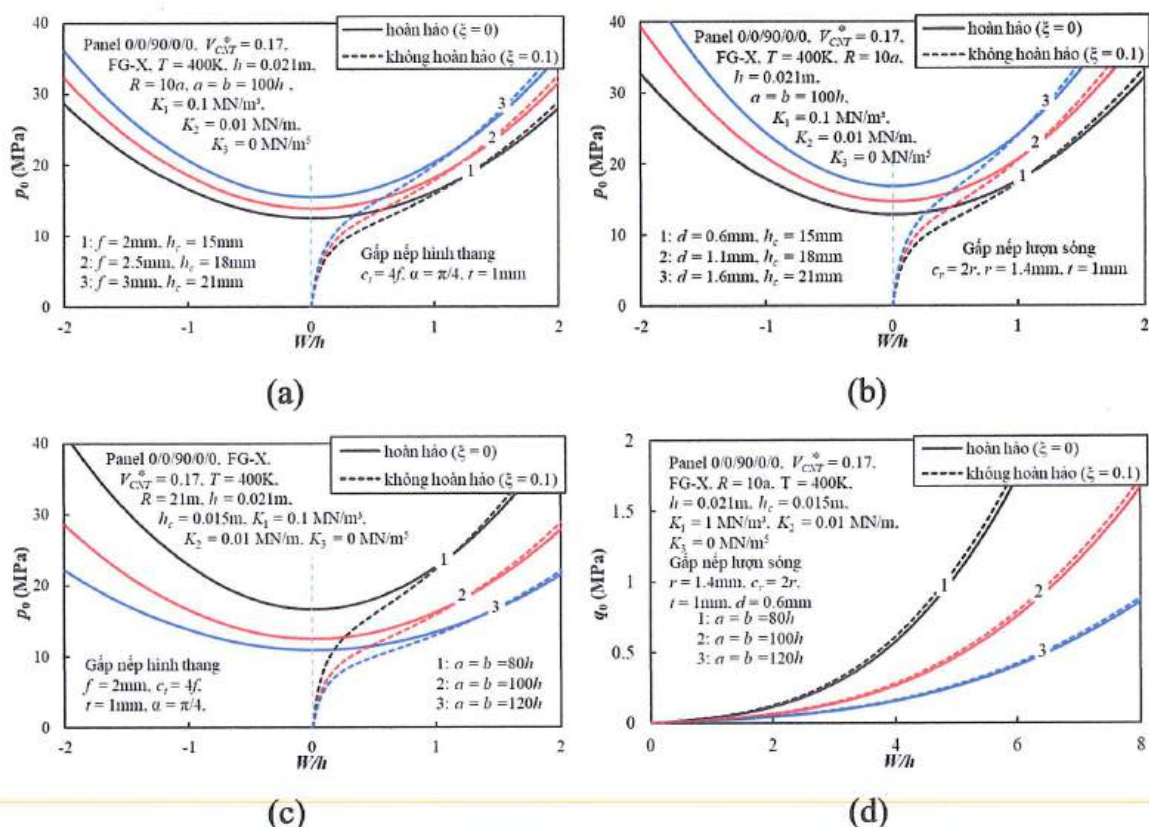


Hình 4.2. Ứng xử sau mất ổn định của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm

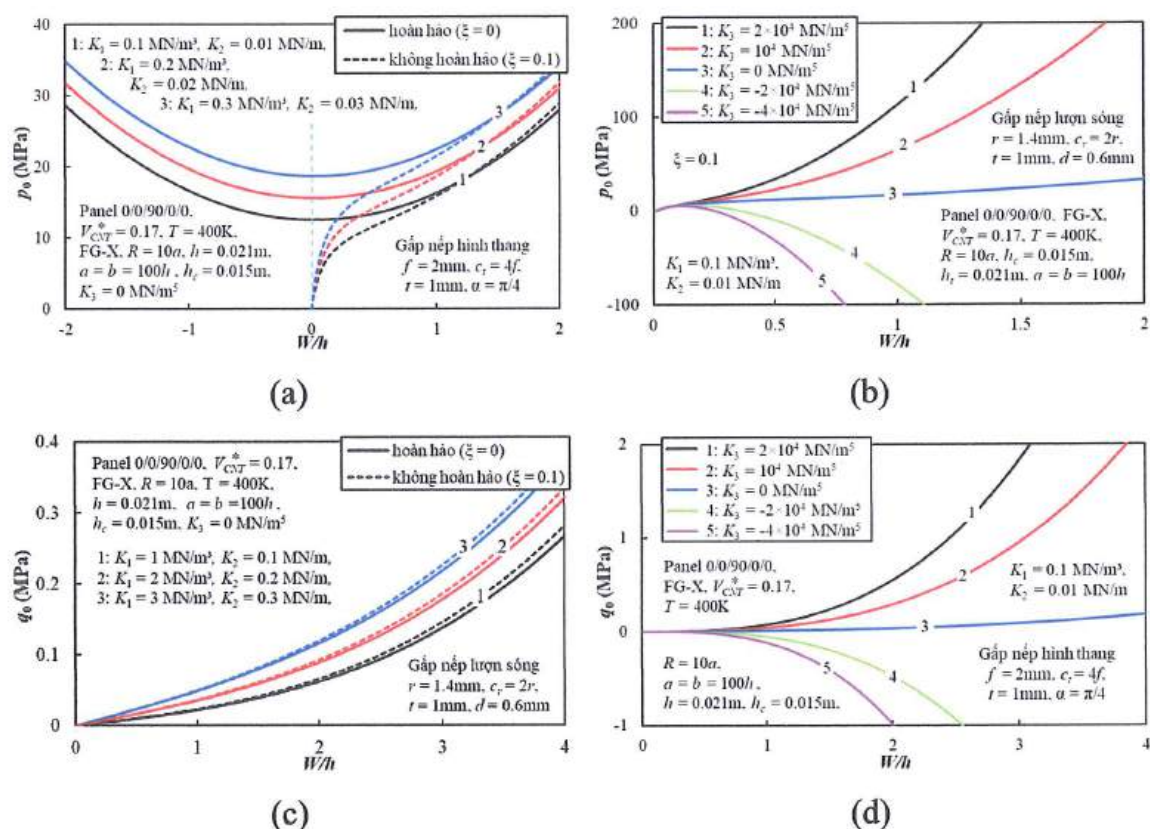
Hình 4.3 minh họa ứng xử sau mất ổn định của các panel trụ FG-CNTRC lõi nhiều lớp gấp nếp hình thang và lượn sóng chịu tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm. Ảnh hưởng của gấp nếp hình thang được trình bày trong Hình 4.3a và gấp nếp lượn sóng Hình 4.3b, với các kích thước hình học khác nhau. Khi các thông số hình học (chẳng hạn như chiều cao và bước sóng) tăng lên, biên độ sóng của gấp nếp cũng tăng theo, dẫn đến cường độ sau mất ổn định của panel có sự vượt trội đáng kể, áp dụng cho cả trường hợp kết cấu không hoàn hảo và hoàn hảo. Ảnh hưởng của chiều dài cạnh panel đến ứng xử sau mất ổn định dưới tác dụng của tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm lần lượt được khảo sát trong các Hình 4.3c và 4.3d. Kết quả cho thấy cường độ sau mất ổn định của panel giảm khi chiều dài cạnh tăng và sự suy giảm này càng rõ rệt trong vùng độ võng lớn.

Hình 4.4 minh họa ứng xử sau mất ổn định của panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp nhiều lớp chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm với các tham số nền đàn hồi khác nhau, nhằm đánh giá ảnh hưởng của các tham số nền tuyến tính Winkler, Pasternak và nền phi tuyến. Cụ thể, các tham số nền tuyến tính Winkler và Pasternak

thể hiện trong Hình 4.4a và 4.4c, trong khi Hình 4.4b và 4.4d trình bày ảnh hưởng của nền phi tuyến. Kết quả cho thấy, các tham số nền làm thay đổi đáng kể tương tác giữa kết cấu và nền, dẫn đến sự thay đổi trong ứng xử sau mất ổn định. Trong đó, hiện tượng nền mềm đi hoặc nền cứng hơn có thể được biểu diễn thông qua các tham số phi tuyến K_3 , trong đó K_3 mang giá trị âm thể hiện nền mềm hóa, còn K_3 mang giá trị dương thể hiện nền cứng hóa. Đối với các tham số nền tuyến tính, cường độ sau mất ổn định của kết cấu tăng lên đáng kể, tuy nhiên hình dạng của đường cong postbuckling hầu như không thay đổi. Ngược lại, tham số nền phi tuyến không chỉ ảnh hưởng đến độ lớn của cường độ sau mất ổn định mà còn làm thay đổi đáng kể hình dạng của đường cong postbuckling.



Hình 4.3. Ứng xử sau mất ổn định của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC hình thang và lượn sóng chịu áp lực hướng tâm và nén dọc trục



Hình 4.4. Ứng xử sau mất ổn định do áp lực hướng tâm và tải nén của các panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC với các tham số nền khác nhau

4.4.3. Bài toán 2: Ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm

Bảng 4.5 trình bày ảnh hưởng của các hướng phân bố CNT trong các lớp mặt và trong lõi gấp nếp, của tỷ phần thể tích CNT, cũng như dạng phân bố CNT đến tải nén tới hạn của các tấm có lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC. Nhìn chung, tải nén tới hạn đạt giá trị nhỏ nhất khi tỷ phần thể tích CNT nhỏ nhất và lớn nhất khi tỷ phần thể tích này đạt giá trị lớn nhất đối với bất kể hướng CNT hay dạng phân bố. Đáng chú ý, các tấm 0/0/90/0/0 và 0/90/0/90/0 cho thấy giá trị tới hạn cao hơn so với các tấm còn lại. Mặc dù sự khác biệt giữa các dạng phân bố UD, dạng FG-X và dạng FG-O không quá lớn, nhưng các tấm có dạng FG-X vẫn thể hiện khả năng chịu tải vượt trội so với các tấm tương ứng thuộc dạng UD và FG-O. Bên cạnh đó, so sánh hai dạng hình học lõi gấp nếp, các tấm có lõi gấp nếp lượn sóng có giá trị tới hạn cao hơn so với các tấm có lõi gấp nếp hình thang.

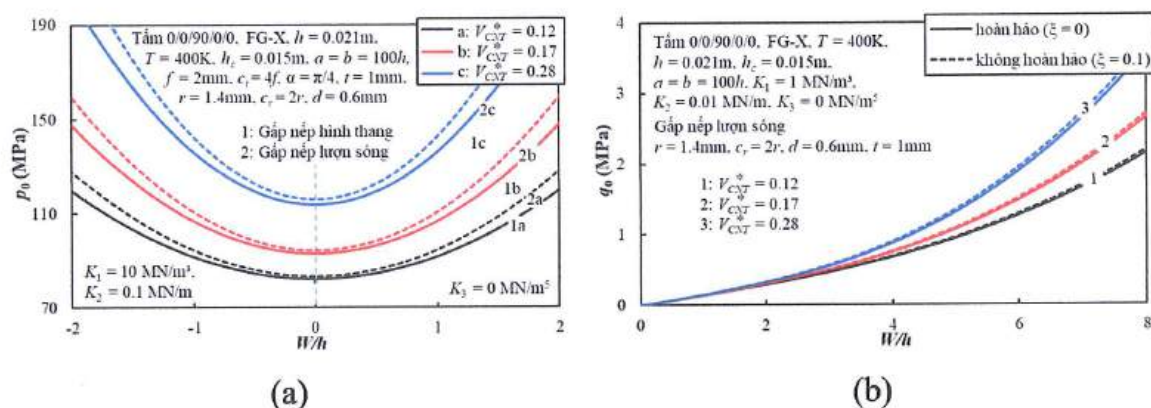
Bảng 4.5. Ảnh hưởng của hướng CNT trong lớp mặt và trong lõi gấp nếp đến tải nén tới hạn của các tấm có lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC (MPa) ($a = b = 100h$, $h_f = 3\text{mm}$, $h_c = 15\text{mm}$, $f = 2\text{mm}$, $c_t = 4f$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.4\text{mm}$, $c_r = 2r$, $d = 0.6\text{mm}$, $t = 1\text{mm}$, $T = 400\text{K}$, $K_1 = 0\text{MN/m}^3$, $K_2 = 0\text{MN/m}$, $K_3 = 0\text{MN/m}^5$).

Hướng của CNT	Gấp nếp hình thang			Gấp nếp lượn sóng		
	UD	FG-X	FG-O	UD	FG-X	FG-O
$V_{CNT}^* = 0.12$						
0/0/90/0/0	6.06 (1;1)	6.10 (1;1)	6.04 (1;1)	6.31 (1;1)	6.34 (1;1)	6.28 (1;1)
0/90/0/90/0	6.06 (1;1)	6.10 (1;1)	6.04 (1;1)	6.31 (1;1)	6.34 (1;1)	6.28 (1;1)
90/0/90/0/90	5.10 (2;1)	5.14 (2;1)	5.07 (2;1)	6.04 (2;1)	6.08 (2;1)	6.01 (2;1)
90/90/0/90/90	2.29 (2;1)	2.31 (2;1)	2.29 (2;1)	2.38 (2;1)	2.40 (2;1)	2.38 (2;1)
$V_{CNT}^* = 0.17$						
0/0/90/0/0	8.92 (1;1)	8.97 (1;1)	8.88 (1;1)	9.27 (1;1)	9.33 (1;1)	9.24 (1;1)
0/90/0/90/0	8.92 (1;1)	8.97 (1;1)	8.88 (1;1)	9.27 (1;1)	9.33 (1;1)	9.24 (1;1)
90/0/90/0/90	7.60 (2;1)	7.67 (2;1)	7.57 (2;1)	8.97 (2;1)	9.05 (2;1)	8.93 (2;1)
90/90/0/90/90	3.51 (2;1)	3.54 (2;1)	3.51 (2;1)	3.64 (2;1)	3.68 (2;1)	3.65 (2;1)
$V_{CNT}^* = 0.28$						
0/0/90/0/0	14.17 (1;1)	14.28 (1;1)	14.13 (1;1)	14.75 (1;1)	14.86 (1;1)	14.71 (1;1)
0/90/0/90/0	14.17 (1;1)	14.28 (1;1)	14.13 (1;1)	14.75 (1;1)	14.86 (1;1)	14.71 (1;1)
90/0/90/0/90	11.70 (2;1)	11.86 (2;1)	11.69 (1;1)	13.92 (2;1)	14.10 (2;1)	13.90 (2;1)
90/90/0/90/90	4.79 (3;1)	4.96 (3;1)	4.92 (3;1)	5.04 (3;1)	5.21 (3;1)	5.17 (3;1)

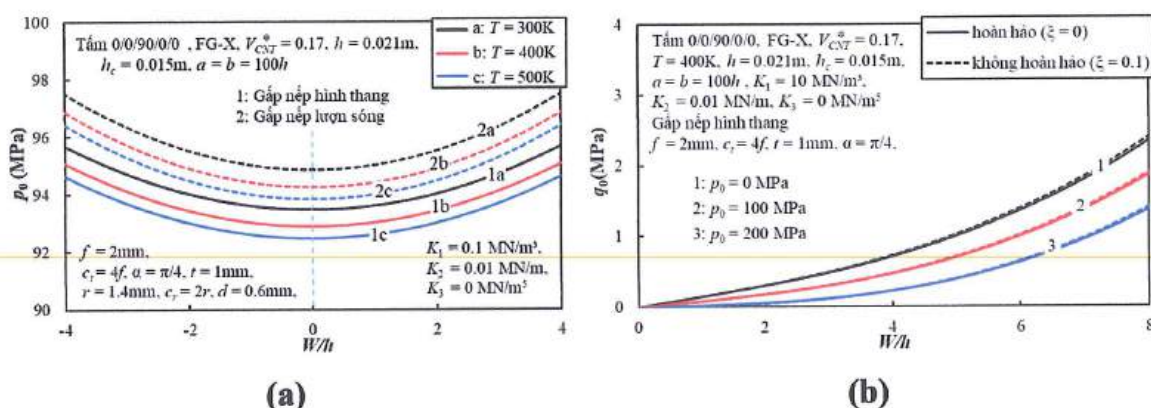
Bảng 4.6. Ảnh hưởng của lõi nhiều lớp gấp nếp và lõi không gấp nếp tương đương đến tải nén tới hạn của các tấm sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNT/RC (MPa) ($a = b = 100h$, $h_f = 3\text{mm}$, $h_c = 15\text{mm}$, $f = 2\text{mm}$, $c_t = 4f$, $\alpha = \pi/4$, $r = 1.4\text{mm}$, $c_r = 2r$, $d = 0.6\text{mm}$, $t = 1\text{mm}$, $T = 400\text{K}$, $K_1 = 0\text{MN/m}^3$, $K_2 = 0\text{MN/m}$, $K_3 = 0\text{MN/m}^5$).

V_{CNT}^*	Gấp nếp hình thang			Gấp nếp lượn sóng		
	UD	FG-X	FG-O	UD	FG-X	FG-O
	Lõi gấp nếp					
0.12	6.06 (71.45)*	6.10 (70.66)	6.04 (72.19)	6.31 (57.21)	6.34 (56.47)	6.28 (57.96)
0.17	8.92 (71.30)	8.97 (70.57)	8.88 (72.07)	9.27 (57.17)	9.33 (56.48)	9.24 (57.79)
0.28	14.17 (71.42)	14.28 (70.66)	14.13 (72.19)	14.75 (57.36)	14.86 (56.59)	14.71 (58.06)
	Lõi không gấp nếp tương đương					
	0.12	1.73	1.79	1.68	2.70	2.64
	0.17	2.56	2.64	2.48	3.97	3.90
0.28	4.05	4.19	4.19	3.93	6.29	6.17

Bảng 4.6 thể hiện sự khác biệt rõ rệt giữa các tấm FG-CNTRC có lõi gấp nếp và lõi không gấp nếp tương đương về tải nén tới hạn, với các tỷ phần thể tích CNT khác nhau, trong cả hai trường hợp, dạng gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng. Khi tỷ phần thể tích CNT tăng, khả năng chịu tải của cả hai loại lõi đều tăng, tuy nhiên tải nén tới hạn của các tấm có lõi gấp nếp luôn lớn hơn đáng kể. Giá trị tới hạn của tấm lõi không gấp và tấm có lõi gấp nếp có sự chênh lệch dao động từ 56.47% đến 72.19%. Trong đó, các tấm có lõi gấp nếp hình thang với quy luật phân bố FG-X đạt giá trị tải nén tới hạn cao nhất ở cả ba mức thể tích CNT. Ngoài ra, lõi gấp nếp lượn sóng cũng mang lại hiệu quả cải thiện tải nén tới hạn, mặc dù thấp hơn một chút so với lõi gấp nếp hình thang.



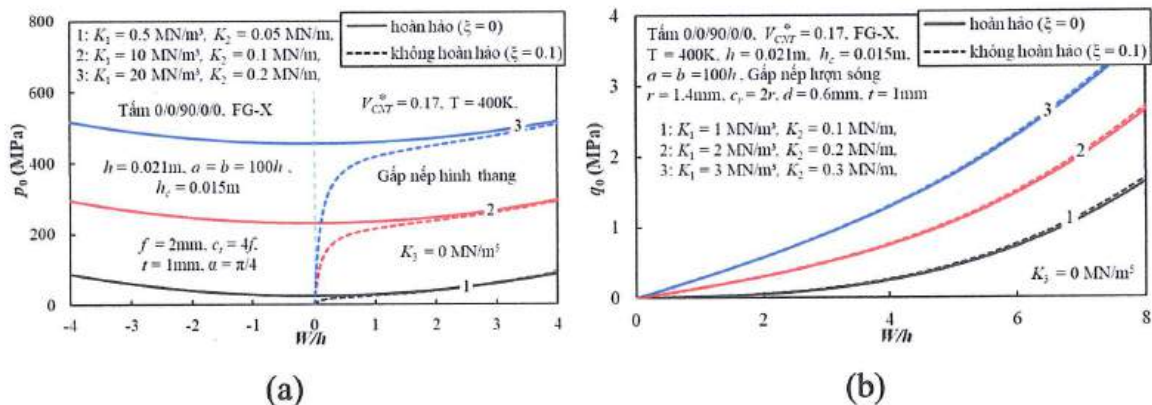
Hình 4.5. Ảnh hưởng của tỷ phần thể tích CNT đến các đường cong postbuckling của các tấm sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC



Hình 4.6. Ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ môi trường và của tải nén ban đầu đến các đường cong postbuckling của tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC

Hình 4.7a và 4.7b trình bày ảnh hưởng của kích thước hình học của lõi gấp nếp đến đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC với lõi gấp nếp hình thang và gấp nếp lượn sóng. Kết quả cho thấy tấm có lõi gấp nếp lượn sóng có khả năng chịu tải tốt hơn so với tấm có lõi gấp nếp hình thang. Khi chiều cao nếp gấp tăng, dẫn đến kích thước của lớp lõi tăng làm cho cường độ sau mất ổn định của tấm giảm.

Hình 4.8a và 4.8b thể hiện các đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC với lõi nhiều lớp gấp nếp hình thang chịu nén dọc trục và lõi gấp nếp lượn sóng chịu áp lực hướng tâm, với các tỷ số a/h khác nhau, xét cho cả trường hợp tấm hoàn hảo và không hoàn hảo. Trong cả hai trường hợp, kết quả cho thấy khi tỷ số a/h tăng, cường độ sau mất ổn định của tấm giảm rõ rệt, đồng thời xu hướng của đường cong postbuckling trở nên dốc hơn trong vùng độ võng lớn.

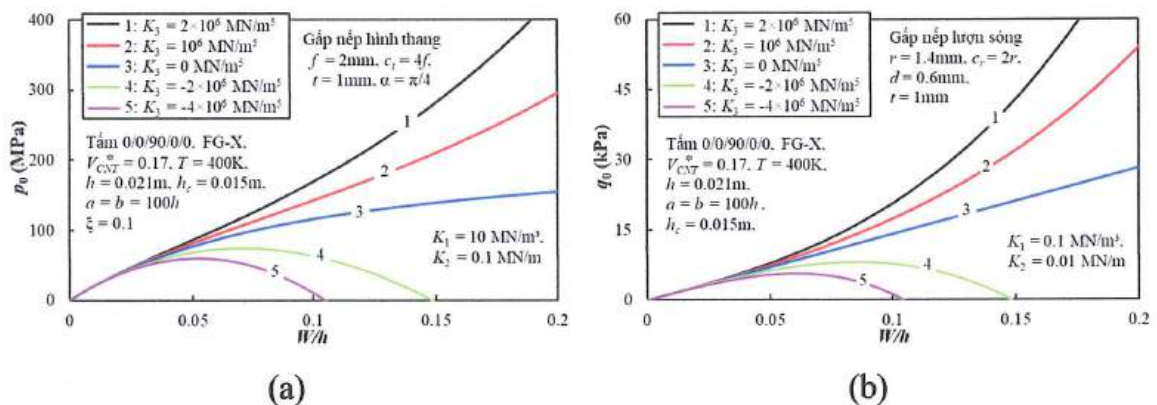


Hình 4.9. Độ cứng nền tuyến tính K_1, K_2 có ảnh hưởng đến các đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC với lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC

Hình 4.9a và 4.9b khảo sát ảnh hưởng của độ cứng nền tuyến tính K_1, K_2 đến tải nén dọc trục và áp lực hướng tâm và của các tấm FG-CNTRC với lõi gấp nếp hình thang và lõi gấp nếp lượn sóng. Khi độ cứng nền tăng, cả áp lực hướng tâm và tải nén tới hạn đều tăng đáng kể, qua đó cải thiện đáng kể khả năng chịu tải của tấm. Ngoài ra, ở cả hai hình, sự khác biệt giữa các tấm hoàn hảo và không hoàn hảo cũng được thể hiện rõ.

Hình 4.10a và 4.10b thể hiện ảnh hưởng của độ cứng nền phi tuyến K_3 đến các đường cong postbuckling của các tấm FG-CNTRC chịu nén dọc trục và áp lực hướng tâm. Cả hai trường hợp độ cứng nền phi tuyến dương và âm đều được xem xét. Có thể quan sát từ Hình 4.10a, với độ cứng phi tuyến dương $K_3 > 0$, các đường

cong postbuckling của tấm thể hiện xu hướng tăng đều. Tuy nhiên, khi độ cứng phi tuyến âm $K_3 < 0$, đường cong postbuckling có xu hướng giảm trong vùng độ võng lớn. Hình 4.10b cũng thể hiện xu hướng tương tự đối với tấm chịu áp lực hướng tâm. Khi giá trị dương của K_3 tăng, cường độ sau mất ổn định của tấm cũng tăng theo; ngược lại, giá trị âm của K_3 dẫn đến sự suy giảm đáng kể cường độ sau mất ổn định. Những kết quả này cho thấy độ cứng nền phi tuyến K_3 có ảnh hưởng rõ rệt đến khả năng chịu tải của kết cấu, đặc biệt trong vùng độ võng lớn.



Hình 4.10. Độ cứng nền phi tuyến K_3 có ảnh hưởng đến các đường cong

postbuckling của các tấm FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC

4.5. Kết luận Chương 4

Chương này đã thiết lập phương trình chủ đạo cho bài toán ổn định phi tuyến của các tấm và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC, sử dụng phương pháp năng lượng Ritz dựa trên lý thuyết vỏ Donnell và kỹ thuật đồng nhất hóa gấp nếp của Xia và cộng sự [159], trong điều kiện chịu tải cơ – nhiệt. Từ các kết quả khảo sát số, những nhận xét quan trọng được rút ra như sau:

1. Lõi gấp nếp giúp cải thiện đáng kể khả năng chịu tải so với lõi đặc tương đương. Thêm vào đó, lõi gấp nếp lượn sóng thể hiện ưu thế trong vùng độ võng lớn, còn lõi gấp nếp hình thang cho tải nén tới hạn vượt trội hơn khi có tỷ phần thể tích CNT cao.
2. Tỷ phần thể tích CNT, quy luật phân bố CNT và hướng CNT trong cả lớp mặt và lõi gấp nếp có ảnh hưởng rõ rệt đến tải nén tới hạn và cường độ sau mất ổn định của tấm và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp FG-CNTRC. Hơn nữa, phân bố FG-X cho tải nén tới hạn cao nhất.

3. Trường hợp kết hợp hướng của CNT và hướng nếp gấp 0/0/90/0/0 cho tải nén tới hạn cao nhất, còn 90/90/0/90/90 cho giá trị thấp nhất. Điều này cho thấy cách kết hợp hướng của CNT và hướng của nếp gấp có vai trò quan trọng trong tăng cường độ cứng và nâng cao khả năng chịu tải của kết cấu.
4. Độ cứng kết cấu giảm dẫn đến khả năng chịu tải kém hơn khi nhiệt độ môi trường tăng. Đồng thời, các thông số nền (tuyến tính và phi tuyến) cũng có ảnh hưởng rõ rệt đến ứng xử ổn định của kết cấu, đặc biệt trong vùng độ võng lớn.

Với khả năng phân bố lại ứng suất, làm tăng độ cứng và tiết kiệm vật liệu, các kết cấu tấm và panel trụ FG-CNTRC sandwich lõi nhiều lớp gấp nếp cho thấy khả năng ứng dụng cao trong các công trình xây dựng và hạ tầng giao thông. Kết cấu này phù hợp để sử dụng làm bản mặt cầu nhẹ, tấm sàn công nghiệp, panel chịu nhiệt cho đường hầm và vách panel trong các công trình xây dựng. Ngoài ra, chương này đã xây dựng được một mô hình phân tích toàn diện, góp phần làm rõ ứng xử phi tuyến. Những kết quả thu được có giá trị không chỉ về mặt lý thuyết mà còn cung cấp các cơ sở khoa học quan trọng cho thiết kế và tính toán kết cấu trong thực tế, đặc biệt là trong các công trình hiện đại sử dụng vật liệu nanocomposite FG-CNTRC tiên tiến.

KẾT LUẬN

Luận án đã đạt được một số kết quả khoa học mới và có ý nghĩa thực tiễn sau:

1. Luận án đã cải tiến kỹ thuật đồng nhất hóa kết cấu gấp nếp của Xia cho trường hợp lõi gấp nếp làm bằng vật liệu đẳng hướng và có tính đến các thành phần biến dạng nhiệt trong lõi. Luận án cũng đã cải tiến kỹ thuật đồng nhất hóa này cho trường hợp lõi gấp nếp nhiều lớp làm bằng FG-CNTRC, trong đó các thành phần biến dạng nhiệt và hướng gấp nếp khác nhau của các lớp lõi gấp nếp cũng được xem xét.
2. Luận án đã xây dựng lời giải giải tích cho bài toán ổn định phi tuyến của vỏ trụ và vỏ trống sandwich FG-CNTRC và FG-GRC có lõi gấp nếp dạng hình thang và lượn sóng, dưới tác dụng tải trọng nén dọc trục, áp lực hướng tâm và tải trọng xoắn, trong môi trường nhiệt. Sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, tính phi tuyến hình học kiểu von Kármán, phương pháp năng lượng Ritz, kết hợp kỹ thuật đồng nhất hóa cải tiến cho lõi gấp nếp làm bằng vật liệu đẳng hướng và dạng nghiệm ba số hạng cho phép mô tả trạng thái trước mất ổn định, sau mất ổn định tuyến tính và phi tuyến của vỏ trong môi trường nhiệt.
3. Luận án đã xây dựng lời giải giải tích cho bài toán ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ sandwich FG-CNTRC với lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC dưới tác dụng của tải cơ trong môi trường nhiệt. Lời giải dựa trên lý thuyết vỏ Donnell, tính phi tuyến hình học của von Kármán, phương pháp năng lượng Ritz, kết hợp kỹ thuật đồng nhất hóa cải tiến cho lõi gấp nếp nhiều lớp FG-CNTRC, ngoài ra mô hình nền đàn hồi phi tuyến được sử dụng cho phép đánh giá tốt hơn tương tác giữa panel và nền đàn hồi khi kết cấu chịu độ võng lớn.
4. Luận án đã thực hiện các khảo sát số để đánh giá các ảnh hưởng của các thông số hình học, vật liệu của tấm vỏ và lõi gấp nếp, hướng gấp nếp, hướng CNT/graphene, tỷ phần thể tích CNT/graphene, nhiệt độ môi trường, nền đàn hồi, độ không hoàn hảo đến ứng xử ổn định và sau mất ổn định của các kết cấu được xem xét, qua đó đưa ra các nhận xét và thảo luận có ý nghĩa.

Những kết quả đạt được là cơ sở quan trọng cho việc thiết kế và tính toán ổn định của các kết cấu sandwich nanocomposite có lõi gấp nếp và cho thấy những góc

nhìn chuyên sâu về đặc điểm phi tuyến phức tạp của kết cấu, từ đó góp phần hình thành cơ sở khoa học cho việc đề xuất các tiêu chí thiết kế phù hợp đối với các kết cấu dạng tấm và vỏ sử dụng vật liệu nanocomposite trong công trình thực tế.

Nội dung chủ yếu của luận án được công bố trong 09 công trình khoa học, trong đó có 06 công trình trên các tạp chí khoa học quốc tế ISI (SCIE), 01 công trình trên tạp chí khoa học trong nước và 02 bài báo trên tuyển tập công trình hội nghị Cơ học toàn quốc.

KIẾN NGHỊ VỀ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

1. Nghiên cứu ổn định động và dao động phi tuyến của vỏ trụ và vỏ tròn nanocomposite sandwich lõi gấp nếp và lõi gấp nếp nhiều lớp làm bằng vật liệu đẳng hướng và làm bằng nanocomposite, chịu các loại tải trọng điều hòa, tải trọng xung, tải trọng va chạm ...
2. Nghiên cứu ổn định động và dao động phi tuyến của tấm, panel trụ và vỏ thoải hai độ cong nanocomposite sandwich lõi gấp nếp và lõi gấp nếp nhiều lớp nanocomposite, trong đó có thể xét đến biến dạng trượt ngang.
3. Nghiên cứu phát triển kỹ thuật đồng nhất hóa kết cấu gấp nếp cho các trường hợp gấp nếp xiên, gấp nếp bất đối xứng, trong các trường hợp có và không có xét đến biến dạng trượt ngang.
4. Nghiên cứu thực nghiệm các kết cấu tấm vỏ nanocomposite sandwich lõi gấp nếp trong điều kiện chịu tải thực tế của kết cấu công trình và nghiên cứu ứng dụng các kết cấu này vào thực tế công trình tại Việt Nam.

- Advanced Materials and Structures 2023;31(26):1-12. (Tập chí quốc tế SCIE, Q1)
6. Dang Thuy Dong, Do Thi Kieu My, Vu Minh Duc, Le Ngoc Ly, Vu Tho Hung, Vu Hoai Nam, Nonlinear torsional buckling of corrugated core sandwich toroidal shell segments with graphene-reinforced coatings in temperature change using the Ritz energy method, Applied Mathematical Modelling 2024;126:739-752. (Tập chí quốc tế SCIE, Q1)
 7. Vu Minh Duc, Do Thi Kieu My, Vu Hoai Nam, Nonlinear buckling and postbuckling of FG-CNTRC sandwich plates with multi-layer corrugated FG-CNTRC core, Journal of Science and Transport Technology 2024;4(4):55-70.
 8. Do Thi Kieu My, Dang Thuy Dong, Vu Hoai Nam, Buckling analysis of corrugated-core FGM toroidal shell segments subjected to axial loads using the first-order shear deformation theory, Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 02-03/12/2022.
 9. Vu Minh Duc, Do Thi Kieu My, Vu Tho Hung, Cao Cong Anh, Vu Hoai Nam, Nonlinear buckling and postbuckling of FG-CNTRC sandwich cylindrical panels with corrugated FG-CNTRC core using the Ritz energy method, Hội nghị Cơ học toàn quốc, Kỷ niệm 45 năm thành lập Viện Cơ học, Hà Nội, 09/04/2024.

- [10] Balandin, A.A., Ghosh, S., Bao, W., Calizo, I., Teweldebrhan, D., Miao, F., Lau, C.N. (2008). Superior Thermal Conductivity of Single-Layer Graphene. *Nano Letters* 8, 902-907.
- [11] Bagherizadeh, E., Kiani, Y., Eslami, M.R. (2011). Mechanical buckling of functionally graded material cylindrical shells surrounded by Pasternak elastic foundation. *Composite Structures* 93(11), 3063-3071.
- [12] Bagherizadeh, E., Kiani, Y., Eslami, M.R. (2012). Thermal Buckling of Functionally Graded Material Cylindrical Shells on Elastic Foundation. *AIAA Journal* 50(2), 500-503.
- [13] Bhagat, V., Jeyaraj, P., Murigendrappa, S.M. (2018). Buckling and Free Vibration Behavior of a Temperature Dependent FG-CNTRC Cylindrical Panel Under Thermal Load. *Materials Today: Proceedings* 5(11), 23682-23691.
- [14] Bidgoli, M.R., Karimi, M.S., Arani, A.G. (2016). Nonlinear vibration and instability analysis of functionally graded CNT-reinforced cylindrical shells conveying viscous fluid resting on orthotropic Pasternak medium. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 23(7), 819-831.
- [15] Boroujerdy, M.S., Naj, R., Kiani, Y. (2014). Buckling of heated temperature dependent FGM cylindrical shell surrounded by elastic medium. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 52 (4), 869-881.
- [16] Cadelano, E., Palla, P.L., Giordano, S., Colombo, L. (2009). Nonlinear Elasticity of Monolayer Graphene. *Physical Review Letters* 102, 235502.
- [17] Chen, S., Chrzan, D.C. (2011). Monte Carlo simulation of temperature-dependent elastic properties of graphene. *Physical Review B* 84, 195409.
- [18] Coleman, J.N., Khan, U., Blau, W.J., Gun'ko, Y.K. (2006). Small but strong: A review of the mechanical properties of carbon nanotube-polymer composites. *Carbon* 44, 1624-1652.
- [19] Di Sciuva, M., Sorrenti, M. (2019). Bending, free vibration and buckling of functionally graded carbon nanotube-reinforced sandwich plates, using the extended Refined Zigzag Theory. *Composite Structures* 227, 111324.

- [20] Dong, D.T., Nam, V.H. (2017). Nonlinear buckling analysis of triangular corrugated-core functionally graded sandwich toroidal shell segments subjected to external pressure. *Tạp chí Giao thông Vận tải* 10/2017, 74-77.
- [21] Dong, D.T., Nam, V.H., Phuong, N.T., Ly, L.N., Duc, V.M., Tien, N.V., Minh, T.Q., Hung, V.T., Quan, P.H. (2022). An analytical approach of nonlinear buckling behavior of longitudinally compressed carbon nanotube-reinforced (CNTR) cylindrical shells with CNTR stiffeners in thermal environment. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 102(4), e202100228.
- [22] Dong, D.T., Phuong, N.T., Nam, V.H., Ly, L.N., Tien, N.V., Duc, V.M., Minh, T.Q., Hung, V.T., Giang, N.T.H. (2023). An analytical approach for nonlinear buckling analysis of torsionally loaded sandwich carbon nanotube reinforced cylindrical shells with auxetic core. *Advances in Applied Mathematics and Mechanics* 15(2), 468-484.
- [23] Duc, N.D., Tung, H.V. (2010). Nonlinear response of pressure-loaded functionally graded cylindrical panels with temperature effects. *Composite Structures* 92, 1664-1672.
- [24] Duc, N.D., Cong, P.H. (2013). Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments. *Composite Structures* 100, 566-574.
- [25] Edwards, K.L. (1996). Unifying materials and design engineering: A review of the last two decades. *Materials and Design* 17(3), 119-125.
- [26] Eftekhari, A., Jafarkhani, P. (2013). Curly Graphene with Specious Interlayers Displaying Superior Capacity for Hydrogen Storage. *The Journal of Physical Chemistry C* 117(48), 25845-25851.
- [27] Esawi, A.M.K., Farag, M.M. (2007). Carbon nanotube reinforced composites: Potential and current challenges. *Materials and Design* 28, 2394-2401.
- [28] Eslami, M.R. (2018). Buckling and Postbuckling of Beams, Plates, and Shells. *Springer International Publishing AG*.
- [29] Esmaeili, H.R., Arvin, H., Kiani, Y. (2019). Axisymmetric nonlinear rapid heating of FGM cylindrical shells. *Journal of Thermal Stresses* 42(4), 490-505.

- [30] Fan, Y., Xiang, Y., Shen, H.S., Hui, D. (2018). Nonlinear low-velocity impact response of FG-GRC laminated plates resting on visco-elastic foundations. *Composites Part B: Engineering* 144, 184-194.
- [31] Foroutan, K., Carrera, E., Ahmadi, H. (2021). Nonlinear hygrothermal vibration and buckling analysis of imperfect FG-CNTRC cylindrical panels embedded in viscoelastic foundations. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 85, 104107.
- [32] Foroutan, K., Carrera, E., Ahmadi, H. (2021). Static and dynamic hygrothermal postbuckling analysis of sandwich cylindrical panels with an FG-CNTRC core surrounded by nonlinear viscoelastic foundations. *Composite Structures* 259, 113214.
- [33] Gardea, F., Lagoudas, D.C. (2014). Characterization of electrical and thermal properties of carbon nanotube/epoxy composites. *Composites Part B: Engineering* 56, 611-620.
- [34] Giannopoulos, G.I., Kallivokas, I.G. (2014). Mechanical properties of graphene based nanocomposites incorporating a hybrid interphase. *Finite Elements in Analysis and Design* 90, 31-40.
- [35] Golmakani, M.E., Rahimi, E., Sadeghian, M. (2021). Large deflection of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical shell exposed to internal pressure and thermal gradient. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 44(17), 12654-12672.
- [36] Hajmohammad, M.H., Kolahchi, R., Zarei, MS., Mostafa, M. (2018). Earthquake induced dynamic deflection of submerged viscoelastic cylindrical shell reinforced by agglomerated CNTs considering thermal and moisture effects. *Composite Structures* 187, 498-508.
- [37] Han, Y., Elliott, J. (2007). Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites. *Computational Materials Science* 39, 315-323.
- [38] Hasrati, E., Ansari, R., Torabi, J. (2017). Nonlinear forced vibration analysis of FG-CNTRC cylindrical shells under thermal loading using a numerical strategy. *International Journal of Applied Mechanics* 9(8), 1750108.

- [39] Hieu, P.T., Nam, V.H., Phuong, N.T., Trang, L.T.N., Hung, V.T. (2016). Elastic stability of trapezoidal corrugated metal pipings subjected to external pressure. *Internal Journal of Science and Transport Technology* 1, 17-22.
- [40] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2020). Buckling of shear deformable FG-CNTRC cylindrical shells and toroidal shell segments under mechanical loads in thermal environments. *ZAMM Journal of applied mathematics and mechanics* 100, e201900243.
- [41] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2020). Thermomechanical postbuckling of pressure-loaded CNT-reinforced composite cylindrical shells under tangential edge constraints and various temperature conditions. *Polymer Composites* 41, 244-257.
- [42] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2020). Postbuckling Behavior of Carbon-Nanotube-Reinforced Composite Toroidal Shell Segments Subjected to Thermomechanical Loadings. *AIAA Journal* 58(7), 3187-3198.
- [43] Hieu, P.T., Tung, H.V. (2021). Thermal buckling and postbuckling of CNT-reinforced composite cylindrical shell surrounded by an elastic medium with tangentially restrained edges. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 34(7), 861-883.
- [44] Hosseini, H., Kolahchi, R. (2018). Seismic response of functionally graded-carbon nanotubes-reinforced submerged viscoelastic cylindrical shell in hygrothermal environment. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 102, 101-109.
- [45] Hu, K., Kulkarni, D.D., Choi, I., Tsukruk, V.V. (2014). Graphene-polymer nanocomposites for structural and functional applications. *Progress in Polymer Science* 39, 1934-1972.
- [46] Huang, H., Han, Q. (2010). Nonlinear buckling of torsion-loaded functionally graded cylindrical shells in thermal environment. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 29 (1), 42-48.
- [47] Hung, V.T., Nam, V.H., Dong, D.T., Ly, L.N., Xuan, N.T.T., Trung, N.T., Phuong, N.T. (2020a). A New Analytical Approach for Nonlinear Global

- Buckling of Spiral Corrugated FG-CNTRC Cylindrical Shells Subjected to Radial Loads. *Applied Sciences* 10(7), 2600.
- [48] Hung, V.T., Dong, D.T., Phuong, N.T., Ly, L.N., Minh, T.Q., Trung, N.T., Nam, V.H. (2020b). Nonlinear Buckling Behavior of Spiral Corrugated Sandwich FGM Cylindrical Shells Surrounded by an Elastic Medium. *Materials* 13(8),1984.
- [49] Iijima, S. (1991). Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature* 354, 56-58.
- [50] Iijima, S., Ichihashi, T. (1993). Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter. *Nature* 363, 603-605.
- [51] Kavermann, S.W., Bhattacharyya, D. (2019). Experimental investigation of the static behaviour of a corrugated plywood sandwich core. *Composite Structures* 207, 836-844.
- [52] Khoa, N.M., Nam, V.H. (2016). Nonlinear buckling analysis of core-corrugated convex toroidal shell segment subjected to external pressure. *Tạp chí GTVT số đặc biệt 4/2017, Kỷ yếu Nhà khoa học trẻ ngành Giao thông Vận tải năm 2016*, 138-140.
- [53] Khoa, N.M., Nam, V.H., Phuong, N.T. (2016). Nonlinear dynamic analysis of corrugated core sandwich cylindrical panel with symmetric functionally graded coatings subjected to mechanic load. *Proceedings of the 4th International Conference on Engineering Mechanics and Automation - ICEMA-4*, 340-347.
- [54] Kiani, Y. (2017). Dynamics of FG-CNT reinforced composite cylindrical panel subjected to moving load. *Thin-Walled Structures* 111, 48-57.
- [55] Kiani, Y., Dimitri, R., Tornabene, F. (2018). Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew cylindrical shells using the Chebyshev-Ritz formulation. *Composites Part B: Engineering* 147, 169-177.
- [56] Kiani, Y. (2018). Isogeometric large amplitude free vibration of graphene reinforced laminated plates in thermal environment using NURBS formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 332, 86-101.

- [57] Kiani, Y. (2018). NURBS-based isogeometric thermal postbuckling analysis of temperature dependent graphene reinforced composite laminated plates. *Thin-Walled Structures* 125, 211-219.
- [58] Kiani, Y. (2019). Buckling of functionally graded graphene reinforced conical shells under external pressure in thermal environment. *Composites Part B: Engineering* 156, 128-137.
- [59] Koizumi, M. (1993). The concept of FGM. *Ceramic Transactions Functionally Graded Material* 34, 3-10.
- [60] Kumar, D., Ali, S.F., Arockiarajan, A. (2021). Studies on large deflection of geometrically nonlinear corrugated structures. *Acta Mechanica* 232, 461-482.
- [61] Lei, Z.X., Liew, K.M., Yu, J.L. (2013). Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures* 98, 160-168.
- [62] Lei, Z.X., Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2014). Dynamic stability analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures* 113, 328-338.
- [63] Li, C., Shen, H.S., Yang, J., Wang, H. (2021). Low-velocity impact response of sandwich plates with GRC face sheets and FG auxetic 3D lattice cores. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 132, 335-344.
- [64] Li, C., Yang, J., Shen, H.S. (2022). Postbuckling of pressure-loaded auxetic sandwich cylindrical shells with FG-GRC facesheets and 3D double-V meta-lattice core. *Thin-Walled Structures* 177, 109440.
- [65] Li, Z., Qin, B., Wang, Q., Zhong, R., Shao, W. (2022). Vibration behavior analysis of novelty corrugated-core sandwich plate structure by using first-order shear deformation plate and shell theories. *The European Physical Journal Plus* 137, 270.
- [66] Liang, Q., Yao, X., Wang, W., Liu, Y., Wong, CP. (2011). A Three-Dimensional Vertically Aligned Functionalized Multilayer Graphene Architecture: An Approach for Graphene-Based Thermal Interfacial Materials. *ACS Nano* 5, 2392-2401.

- [67] Liew, K.M., Alibeigloo, A. (2021). Predicting buckling and vibration behaviors of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels with three-dimensional flexibilities. *Composite Structures* 256, 113039.
- [68] Liew, K.M., Peng, L.X., Kitipornchai, S. (2007). Nonlinear analysis of corrugated plates using a FSDT and a meshfree method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196(21-24), 2358-2376.
- [69] Liew, K.M., Peng, L.X., Kitipornchai, S. (2009). Vibration analysis of corrugated Reissner-Mindlin plates using a mesh-free Galerkin method. *International Journal of Mechanical Sciences* 51(9-10), 642-652.
- [70] Liew, K.M., Lei, Z.X., Yu, J.L., Zhang, L.W. (2014). Postbuckling of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels under axial compression using a meshless approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 268, 1-17.
- [71] Liew, K.M., Alibeigloo, A. (2021). Predicting buckling and vibration behaviors of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels with three-dimensional flexibilities. *Composite Structures* 256, 113039.
- [72] Lin, F., Xiang, Y., Shen, H.S. (2017). Temperature dependent mechanical properties of graphene reinforced polymer nanocomposites - A molecular dynamics simulation. *Composites Part B: Engineering* 111, 261-269.
- [73] Ly, L.N., Duc, V.M., Trung, N.T., Phuong, N.T., Dong, D.T., Minh, T.Q., Tien, N.V., Hung, V.T. (2021). An analytical approach to the nonlinear buckling behavior of axially compressed auxetic-core cylindrical shells with carbon nanotube-reinforced coatings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 235(10), 2254-2265.
- [74] Macías, E.G., Tembleque, L.R., Triguero, R.C., Sáez, A. (2017). Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced curved panels under axial compression and shear. *Composites Part B: Engineering* 108, 243-256.

- [75] Magnin, Y., Förster, G.D., Rabilloud, F., Calvo, F., Zappelli, A., Bichara, C. (2014). Thermal expansion of free-standing graphene: benchmarking semi-empirical potentials. *Journal of Physics: Condensed Matter* 26, 185401.
- [76] Mirzaei, M., Kiani, Y. (2016). Free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels. *Composite Structures* 142, 45-56.
- [77] Mirzaei, M., Kiani, Y. (2017). Nonlinear free vibration of FG-CNT reinforced composite plates. *Structural Engineering and Mechanics* 64(3), 381-390.
- [78] Mirzaei, M., Kiani, Y. (2017). Isogeometric thermal buckling analysis of temperature dependent FG graphene reinforced laminated plates using NURBS formulation. *Composite Structures* 80, 606-616.
- [79] Miyamoto, Y., Kaysser, W.A., Rabin, B.H., Kawasaki, A., Ford, R.G. (1999). Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications. *Kluwer Academic Publishers*.
- [80] Mohammadi, H., Setoodeh, A.R., Vassilopoulos, A.P. (2022). Isogeometric Kirchhoff-Love shell patches in free and forced vibration of sinusoidally corrugated FG carbon nanotube-reinforced composite panels. *Thin-Walled Structures* 171, 108707.
- [81] Mohammadimehr, M., Mostafavifar, M. (2016). Free vibration analysis of sandwich plate with a transversely flexible core and FG-CNTs reinforced nanocomposite face sheets subjected to magnetic field and temperature-dependent material properties using SGT. *Composites Part B: Engineering* 94, 253-270.
- [82] Najafov, A.M., Sofiyev, A.H., Kuruoglu, N. (2013). Torsional vibration and stability of functionally graded orthotropic cylindrical shells on elastic foundations. *Meccanica* 48, 829-840.
- [83] Nam, V.H., Phuong, N.T. (2016). Nonlinear buckling and postbuckling of corrugated core sandwich cylindrical panel with symmetric functionally graded non-corrugated coatings subjected to mechanic load. *Proceeding of national conference of composite materials and structures: Mechanics. Technologies and Applications, Nha Trang*, 495-502.

- [84] Nam, V.H., Phuong, N.T., Doan, C.V., Trung, N.T. (2019). Nonlinear Thermo-Mechanical Stability Analysis of Eccentrically Spiral Stiffened Sandwich Functionally Graded Cylindrical Shells Subjected to External Pressure. *International Journal of Applied Mechanics* 11(05), 1950045.
- [85] Nam, V.H., Trung, N.T., Phuong, N.T., Duc, V.M., Hung, V.T. (2020). Nonlinear Torsional Buckling of Functionally Graded Carbon Nanotube Orthogonally Reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Environment. *International Journal of Applied Mechanics* 12(7), 2050072.
- [86] Nam, V.H., Phuong, N.T., Lanh, H.S., Duc, V.M., Doan, C.V. (2021). Nonlinear buckling analysis of stiffened FG-GRC laminated cylindrical shells subjected to axial compressive load in thermal environment. *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 51(4), 1-17.
- [87] Nam, V.H., Doan, C.V., Phuong, N.T. (2023). A new analytical approach to the nonlinear buckling and postbuckling behavior of functionally graded graphene reinforced composite laminated cylindrical, parabolic, and half-sinusoid shallow imperfect panels. *Polymer Composites* 44(12), 8928-8945.
- [88] Ni, Z., Bu, H., Zou, M., Yi, H., Bi, K., Chen, Y. (2010). Anisotropic mechanical properties of graphene sheets from molecular dynamics. *Physical B: Condensed Matter* 405, 1301-1306.
- [89] Niu, Y., Yao, M., Wu, Q. (2022). Nonlinear vibrations of functionally graded graphene reinforced composite cylindrical panels. *Applied Mathematical Modelling* 101, 1-18.
- [90] Novoselov, K.S., Geim, A.K., Morozov, S.V., Jiang, D., Zhang, Y., Dubonos, S.V., Grigorieva, I.V., Firsov, A.A. (2004). Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films. *Science* 306(5696), 666-669.
- [91] Park, S., Ruoff, R.S. (2009). Chemical methods for the production of graphenes. *Nature Nanotechnology* 4, 217-224.
- [92] Pathirana, S., Qiao, P. (2019). Local buckling analysis of periodic sinusoidal corrugated composite panels under uniaxial compression. *Composite Structures* 220, 148-157.

- [93] Pathirana, S., Qiao, P. (2020). Elastic local buckling of periodic sinusoidal corrugated composite panels subjected to in-plane shear. *Thin-Walled Structures* 157, 107134.
- [94] Peng, L.X., Liew, K.M., Kitipornchai, S. (2007). Analysis of stiffened corrugated plates based on the FSDT via the mesh-free method. *International Journal of Mechanical Sciences* 49(3), 364-378.
- [95] Phuong, N.T., Nam, V.H., Ly, L.N. (2016). Nonlinear buckling and postbuckling of functionally graded sandwich corrugated toroidal shell segment subjected to external pressure. *The 4th International Conference on Engineering Mechanics and Automation*, 353-360.
- [96] Phuong, N.T., Nam, V.H., Dong, D.T. (2017). Nonlinear buckling and postbuckling of trapezoidal corrugated-core functionally graded sandwich toroidal shell segments subjected to axial loads. *Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X, Hà Nội, Tập 3, Cơ học Vật rắn, Quyển 2*, 894-901.
- [97] Phuong, N.T., Luan, D.T., Nam, V.H., Hieu, P.T. (2019). Nonlinear approach on torsional buckling and postbuckling of functionally graded cylindrical shells reinforced by orthogonal and spiral stiffeners in thermal environment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 233(6), 2091-2106.
- [98] Phuong, N.T., Trung, N.T., Doan, C.V., Thang, N.D., Duc, V.M., Nam, V.H. (2020). Nonlinear thermomechanical buckling of FG-GRC laminated cylindrical shells stiffened by FG-GRC stiffeners subjected to external pressure. *Acta Mechanica* 231, 5125-5144.
- [99] Phuong, N.T., Nam, V.H., Trung, N.T., Duc, V.M., Loi, N.V., Thinh, N.D., Tu, P.T. (2021). Thermomechanical postbuckling of functionally graded graphene-reinforced composite laminated toroidal shell segments surrounded by Pasternak's elastic foundation. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 34(10), 1380-1407.
- [100] Phuong, N.T., Duc, V.M., Doan, C.V., Nam, V.H. (2021). Nonlinear torsional buckling of functionally graded graphene-reinforced composite (FG-GRC)

- laminated cylindrical shells stiffened by FG-GRC laminated stiffeners in thermal environment. *Polymer Composites* 42(6), 3051-3063.
- [101] Phuong, N.T., Duc, V.M., Dong, D.T., Doan, C.V., Hieu, P.T., Nam, V.H. (2023). An analytical approach of nonlinear buckling behavior of torsionally loaded auxetic core toroidal shell segments with graphene reinforced polymer coatings. *Advanced Composite Materials* 32(3), 400-418.
- [102] Phuong, N.T., Doan, C.V., Duc, V.M., Giang, N.T., Nam, V.H. (2023). Analytical solution for nonlinear buckling of convex and concave auxetic-core toroidal shell segments with graphene-reinforced face sheets subjected to radial loads. *Archive of Applied Mechanics* 93, 621-634.
- [103] Pop, E., Varshney, V., Roy, A.K. (2012). Thermal properties of graphene: Fundamentals and applications. *MRS Bulletin* 37, 1273-1281.
- [104] Rafiee, R., Moghadam, R.M. (2014). On the modeling of carbon nanotubes: A critical review. *Composites Part B: Engineering* 56, 435-449.
- [105] Reddy, C.D., Rajendran, S., Liew, K.M. (2006). Equilibrium configuration and continuum elastic properties of finite sized graphene. *Nanotechnology* 17, 864-870.
- [106] Sahoo, S. (2019). Graphene in the Domain of Construction: A Review of Applications and Prospects. Sustainable Construction and Building Materials. *Lecture Notes in Civil Engineering* 25, 325-334.
- [107] Shaban, M., Alibeigloo, A. (2017). Three-dimensional elasticity solution for sandwich panels with corrugated cores by using energy method. *Thin-Walled Structures* 119, 404-411.
- [108] Shen, H.S., Noda, N. (2007). Postbuckling of pressure-loaded FGM hybrid cylindrical shells in thermal environments. *Composite Structures* 77(4), 546-560.
- [109] Shen, H.S. (2009). Torsional buckling and postbuckling of FGM cylindrical shells in thermal environments. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 44(6), 644-657.

- [110] Shen, H.S. (2009). Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Composite Structures* 91, 9-19.
- [111] Shen, H.S., Yang, J., Kitipornchai, S. (2010). Postbuckling of internal pressure loaded FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 29(3), 448-460.
- [112] Shen, H.S., Zhu, Z.H. (2010). Buckling and Postbuckling Behavior of Functionally Graded Nanotube-Reinforced Composite Plates in Thermal Environments. *Computers, Materials & Continua* 18(2), 155-182.
- [113] Shen, H.S., Zhang, C.L. (2010). Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Materials & Design* 31(7), 3403-3411.
- [114] Shen, H.S. (2011a). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments Part I: axially-loaded shells. *Composite Structures* 93(8), 2096-2108.
- [115] Shen, H.S. (2011b). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments Part II: pressure-loaded shells. *Composite Structures* 93(10), 2496-2503.
- [116] Shen, H.S. (2013). Thermal postbuckling of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium. *Journal of Engineering Mechanics* 139(8), 979-991.
- [117] Shen, H.S., Wang, H. (2014). Nonlinear vibration of shear deformable FGM cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B: Engineering* 60, 167-177.
- [118] Shen, H.S. (2014). Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Composite Structures* 116, 477-488.
- [119] Shen, H.S., Xiang, Y. (2014). Postbuckling of axially compressed nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B: Engineering* 67, 50-61.

- [120] Shen, H.S., Xiang, Y. (2014). Nonlinear bending of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Engineering Structures* 80, 163-172.
- [121] Shen, H.S., Xiang, Y. (2015). Thermal postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations. *Composite Structures* 123, 383-392.
- [122] Shen, H.S., Xiang, Y. (2015). Nonlinear response of nanotube-reinforced composite cylindrical panels subjected to combined loadings and resting on elastic foundations. *Composite Structures* 131, 939-950.
- [123] Shen, H.S. (2016). Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations subjected to lateral pressure in thermal environments. *Engineering Structures* 122, 174-183.
- [124] Shen, H.S., Xiang, Y., Lin, F. (2017). Nonlinear bending of functionally graded graphene reinforced composite laminated plates resting on elastic foundations in thermal environments. *Composite Structures* 170, 80-90.
- [125] Shen, H.S., Wang, H., Yang, D.Q. (2017). Vibration of thermally postbuckled sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets resting on elastic foundations. *International Journal of Mechanical Sciences* 124-125, 253-262.
- [126] Shen, H.S., Xiang, Y. (2018). Postbuckling behavior of functionally graded graphene-reinforced composite laminated cylindrical shells under axial compression in thermal environments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 330, 64-82.
- [127] Shen, H.S., Xiang, Y. (2018). Postbuckling of functionally graded graphene-reinforced composite laminated cylindrical shells subjected to external pressure in thermal environments. *Thin-Walled Structures* 124, 151-160.
- [128] Shen, H.S., Xiang, Y. (2019). Torsional postbuckling behavior of FG-GRC laminated cylindrical shells in thermal environments. *Thin-Walled Structures* 135, 560-574.

- [129] Shen, H.S., Xiang, Y., Reddy, J.N. (2019). Thermal postbuckling behavior of FG-GRC laminated cylindrical panels with temperature-dependent properties, *Composite Structures* 211, 433-442.
- [130] Shen, H.S., Li, C., Reddy, J.N. (2020). Large amplitude vibration of FG-CNTRC laminated cylindrical shells with negative Poisson's ratio. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 360, 112727.
- [131] Shen, L., Shen, H.S., Zhang, C.L. (2010). Temperature-dependent elastic properties of single layer graphene sheets. *Materials & Design* 31, 4445-4449.
- [132] Shi, S., Chen, Y., Dai, C., Liang, J. (2021). Modeling the high temperature behavior of all-composite, corrugated-core sandwich panels undergoing ablation. *Thin-Walled Structures* 164, 107742.
- [133] Shu, C., Zhao, S., Hou, S. (2018). Crashworthiness analysis of two-layered corrugated sandwich panels under crushing loading. *Thin-Walled Structures* 133, 42-51.
- [134] Singh, S.J., Harsha, S.P. (2019). Nonlinear dynamic analysis of sandwich S-FGM plate resting on pasternak foundation under thermal environment. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 76, 155-179.
- [135] Sobhy, M. (2016). An accurate shear deformation theory for vibration and buckling of FGM sandwich plates in hygrothermal environment. *International Journal of Mechanical Sciences* 110, 62-77.
- [136] Sofiyev, A.H., Schnack, E. (2004). The stability of functionally graded cylindrical shells under linearly increasing dynamic torsional loading. *Engineering Structures* 26 (10), 1321-1331.
- [137] Sofiyev, A.H., Kuruoglu, N. (2013). Torsional vibration and buckling of the cylindrical shell with functionally graded coatings surrounded by an elastic medium. *Composites Part B: Engineering* 45(1), 1133-1142.
- [138] Sofiyev, A.H., Hui, D. (2019). On the vibration and stability of FGM cylindrical shells under external pressures with mixed boundary conditions by using FSDT. *Thin-Walled Structures* 134, 419-427.
- [139] Sofiyev, A.H., Fantuzzi, N. (2023). Analytical solution of stability and vibration problem of clamped cylindrical shells containing functionally graded

- [148] Trang, L.T.N., Tung, H.V. (2023). Thermo-torsional postbuckling of CNT-reinforced composite toroidal shell segments with surrounding elastic media and tangentially restrained edges. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 36(8), 3137-3167.
- [149] Trang, L.T.N., Tung, H.V. (2023). Thermoelastic stability of thin CNT-reinforced composite cylindrical panels with elastically restrained edges under nonuniform in-plane temperature distribution. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 36(2), 768-793.
- [150] Tsoukleri, G., Parthenios, J., Papagelis, K., Jalil, R., Ferrari, A.C., Geim, A.K., Novoselov, K.S., Galiotis, C. (2009). Subjecting a Graphene Monolayer to Tension and Compression. *Small* 5, 2397-2402.
- [151] Tung, H.V., Duc, N.D. (2010). Nonlinear analysis of stability for functionally graded plates under mechanical and thermal loads. *Composite Structures* 92(5), 1184-1191.
- [152] Vuong, N.V.D., Lee, C.H. (2017). Thermal buckling analyses of FGM sandwich plates using the improved radial point interpolation mesh-free method. *Composite Structures* 177, 171-186.
- [153] Vuong, P.M., Duc, N.D. (2020). Nonlinear buckling and post-buckling behavior of shear deformable sandwich toroidal shell segments with functionally graded core subjected to axial compression and thermal loads. *Aerospace Science and Technology* 106, 106084.
- [154] Wang, M., Li, Z-M., Qiao, P. (2016). Semi-analytical solutions to buckling and free vibration analysis of carbon nanotube-reinforced composite thin plates. *Composite Structures* 144, 33-43.
- [155] Wang, Z.X., Shen, H.S. (2011). Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Computational Materials Science* 50(8), 2319-2330.
- [156] Wang, Z.X., Shen, H.S. (2018). Nonlinear vibration of sandwich plates with FG-GRC face sheets in thermal environments. *Composite Structures* 192, 642-653.

- [157] Xia, F., Yu, T.X., Durandet, Y., Ruan, D. (2021). Triangular corrugated sandwich panels under longitudinal bending. *Thin-Walled Structures* 169, 108359.
- [158] Xia, F., Pang, T., Sun, G., Ruan, D. (2022). Longitudinal bending of corrugated sandwich panels with cores of various shapes. *Thin-Walled Structures* 173, 109001.
- [159] Xia, Y., Friswell, M.I., Saavedra Flores, E.I. (2012). Equivalent models of corrugated panels. *International Journal of Solids and Structures* 49(13), 1453-1462.
- [160] Yu, Y., Shen, H.S., Wang, H., Hui, D. (2018). Postbuckling of sandwich plates with graphene-reinforced composite face sheets in thermal environments. *Composites Part B: Engineering* 135, 72-83.
- [161] Zamanifar, H., Sarrami-Foroushani, S., Azhari, M. (2019). Static and dynamic analysis of corrugated-core sandwich plates using finite strip method. *Engineering Structures* 183, 30-51.
- [162] Zenkour, A.M., Sobhy, M. (2010). Thermal buckling of various types of FGM sandwich plates. *Composite Structures* 93, 93-102.
- [163] Zeverdejani, M., Beni, Y.T., Kiani, Y. (2020). Multi-Scale Buckling and Post-Buckling Analysis of Functionally Graded Laminated Composite Plates Reinforced by Defective Graphene Sheets. *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 20(1), 2050001.
- [164] Zhang, W., Wang, C., Wang, Y. (2023). Thermo-mechanical analysis of porous functionally graded graphene reinforced cylindrical panels using an improved third order shear deformable model. *Applied Mathematical Modelling* 118, 453-473.
- [165] Zhao, X., Zhang, Q., Hao, Y., Li, Y., Fang, Y., Chen, D. (2010). Alternate Multilayer Films of Poly (vinyl alcohol) and Exfoliated Graphene Oxide Fabricated via a Facial Layer-by-Layer Assembly. *Macromolecules* 43, 9411-9416.